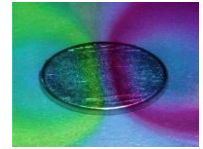




## **IMST – Innovationen machen Schulen Top**

Themenprogramm: Kompetenzen im mathematischen  
und naturwissenschaftlichen Unterricht



ID 1533

# **MATHEMATIK IST NICHT SYSTEM HAT ABER SYSTEM**

**Projektkoordinatorin**

**Karin Zotter**

**Projektmitarbeiterinnen**

**Ingrid Filzmoser**

**Lisa Hauswirthofer**

**NMS Birkfeld**

**Weiz, Juli 2015**

# INHALTSVERZEICHNIS

|   |           |
|---|-----------|
| <b>INHALTSVERZEICHNIS</b> .....   | <b>2</b>  |
| <b>1 ABSTRACT</b> .....   | <b>3</b>  |
| <b>2 VORWORT</b> .....  | <b>4</b>  |
| <b>3 ZIELE</b> .....  | <b>6</b>  |
| a. Ziele auf LehrerInnen-Ebene .....  | 7         |
| b. Ziele auf SchülerInnen-Ebene .....   | 7         |
| c. Was wollten wir für die Schülerinnen und Schüler erreichen? Kompetenzorientierung            | 7         |
| <b>4 PLANUNG</b> .....  | <b>8</b>  |
| a. Ausgangssituation .....  | 8         |
| b. Literatur .....  | 10        |
| c. Maßnahmen.....   | 10        |
| d. Projektablaufplan .....  | 11        |
| <b>5 DURCHFÜHRUNG</b> .....   | <b>13</b> |
| a. Beschreibung der Umsetzung, des tatsächlichen Ablaufs des Projekts. Ablauf des Projekts..... | 13        |
| b. Beschreibung einer kompetenzorientierten Unterrichtseinheit.....                             | 13        |
| c. Verbreitung und Vernetzung .....   | 26        |
| <b>6 GENDER &amp; DIVERSITÄT</b> .....  | <b>27</b> |
| <b>7 EVALUATION</b> .....   | <b>28</b> |
| a. Konzept .....  | 28        |
| b. Ergebnisse .....   | 28        |
| c. Interpretation.....  | 47        |
| <b>8 LITERATUR</b> .....  | <b>48</b> |
| <b>9 ANHANG</b> .....   | <b>49</b> |
| <b>10 ERKLÄRUNG</b> .....   | <b>53</b> |

# 1 ABSTRACT

Anhand des vorliegenden Projekts wird der Versuch unternommen, durch aktive Wissensaneignung und Vernetzung von Lerninhalten zu mehr Wissenstiefe bei den Schülern und Schülerinnen zu gelangen. Auswendiglernen von Regeln und Anwendung von Systemen werden ersetzt durch Vorgaben von Impulsen bzw. Denkanstößen – Nachdenken – Lösung finden („Welches Bild habe ich im Kopf“) – Zusammenschau der Ergebnisse – gemeinsame Erstellung von Zusammenfassungen – Evaluation. Die Kapitel werden dabei mit Blick auf mögliche Vernetzungen ausgewählt.

Ähnlich wie beim Erlernen eines Handwerks werden der richtige Umgang und sichere Einsatz der Rechenwerkzeuge trainiert. Für den Umgang stehen symbolisch die wichtigsten Größen (Geld, Masse, Länge, Flächen- und Rauminhalt) und deren Darstellung in Bruch- und Dezimalform, die Bedeutung der „Dezis, Centis, Millis, Dekas, Hektos und Kilos, für den Einsatz die 4 Werkzeuge der Mathematik (Addition, Subtraktion, Multiplikation als Kurzform der Addition und Multiplikation zweier Größen sowie die Division in Form von Teilen und Messen).

Durch eine Unterscheidung von Größen, Mengen und Vorgängen wird jeder Zahl konsequent eine Bedeutung verliehen.

Damit wollen wir den Grundstein für einen vernetzten Aufbau des Gebildes „Mathematik“ legen, auf den wir sukzessive aufbauen können.

Konsequent eingehalten wird die Vorgabe bei jeglichem Inhalt die Mathematik und nicht das System in den Vordergrund zu stellen, was einerseits mehr Zeit in Anspruch nimmt, andererseits aber auch eine große Herausforderung für unsere Schülerinnen und Schüler darstellt.

## Impressum

|                 |                         |
|-----------------|-------------------------|
| Schulstufe:     | 5.                      |
| Fächer:         | Mathematik              |
| Kontaktperson:  | Karin Zotter            |
| Kontaktadresse: | karinzotter01@gmail.com |

## 2 VORWORT

Wir schreiben das Jahr 1983.

Ich besuche die achte Klasse eines Realgymnasiums. Im Chemieunterricht stoßen wir mehr oder weniger zufällig auf eine Rechnung. Was genau es war, weiß ich nicht mehr – nur eines ist mir in Erinnerung geblieben: Ich scheitere an der Lösung, ehrlicher ausgedrückt schon am Ansatz. Dann der wertvolle Hinweis seitens meiner Professorin: „Das könnt ihr mit einer einfachen Schlussrechnung lösen“ – das Problem sollte damit behoben sein. Ist es aber nicht – denn: „Was ist eine Schlussrechnung??“ ....

30 Jahre danach:

Mein Scheitern an einer – wie die Professorin es ausdrückte - einfachen Schlussrechnung ist immer noch präsent. Warum war das Lösungssystem aus meinem Gedächtnis verschwunden oder schlimmer – warum verfügte ich nach 12 Jahren Unterricht über keine brauchbaren Lösungsstrategien? In der Mathematik kommt man ja im Allgemeinen mit 4 Rechenarten aus, von denen Addition und Subtraktion generell keine Schwierigkeiten bereiten, die Multiplikation auch keine große Hürde darstellt, und der Erfolg letztlich vom gezielten Einsatz der Division abhängt.

Nun wirft sich die Frage auf, ob ich eine Ausnahme darstelle oder ob es noch mehr Leute gibt, die auch in der heutigen Zeit nicht adäquat mit den Rechenwerkzeugen umgehen können. Ich mache mich auf die Suche in meinem Verwandtenkreis. Da gibt es immerhin viele gut ausgebildete junge Leute mit Matura und Studium.

Gerüstet mit einigen Schlussrechnungen mache ich mich auf den Weg – und komme mitunter zu interessanten Ergebnissen. Von fünf bereitwilligen Opfern werfen drei sofort das Handtuch. Mit der beiläufigen Bemerkung „Oh Gott – damit hatte ich ja schon in der Schule meine Probleme“, ist jegliche Motivation vom Tisch.

Gut, dass da noch Ehrgeizige in der Runde sind – und Tüftler.

Da kommt es ja sogar doch noch zu einem „Schluss“. Aber vorerst zu keinem guten, denn unweigerlich wirft sich die Frage auf: „Wie haben wir den noch schnell aufgelöst .....“ Vergeblich wird in den Hirnzellen gekramt – der Speicherplatz ist nicht auffindbar und somit ist erstmals ein wenig Hilfe angesagt. Bald darauf steht das richtige Ergebnis am Blatt. Nach diesem Erfolgserlebnis können wir züversichtlich die zweite Aufgabe in Angriff nehmen – und diesmal ganz ohne Hilfe! In das System eingesetzt – und aufgelöst – und schnell zu einem Ergebnis gekommen! Doch leider ist diesmal das Verhältnis indirekt!

Nun was macht der „Tüftler“? Er versucht erst gar nicht, sich ein System in Erinnerung zu rufen. Es werden einige Zahlen aufgeschrieben, miteinander in Beziehung gesetzt und schon wartet er mit dem richtigen Ergebnis auf. Interessant ist für mich die Tatsache, dass dieses nicht durch Teilen wie in der Schule eintrainiert, sondern durch Messen zustande kam – aber ohne Einsatz einer Proportion – einfach nur aus logischer Überlegung. Ein Detail am Rande – genau der erfolgreichste meiner Probanden hatte die schlechteste Note in Mathematik (im Maturazeugnis).

Mittlerweile treibe ich gerne mein Unwesen im Kreise meiner Lieben, stelle immer wieder sehr unangenehme Aufgaben, wie z.B. „Wie viel ist  $3 : 0,1$  ?“, und komme dabei teils zu sehr amüsanten teils zu sehr aufschlussreichen Ergebnissen und Erklärungen.

Ich wählte diese Anekdote aus meinem Leben, weil ähnliche Erfahrungen ständige Begleiter unseres Lehrerdaseins sind: einmal verstanden und dann wieder weg, meistens leider schon nach dem Wochenende ....

Systemverständnis ist also noch kein Garant für Können. Auch häufige Wiederholung sichert noch keinen Fixplatz im Langzeitgedächtnis. So scheint das auch mit den vielen eintrainierten mathematischen Systemen nicht so recht zu funktionieren.

Gibt es erfolgreichere Wege? Das wollen wir in einem breiter angelegten Projekt untersuchen.

Zur Begriffsdefinition: Wir verstehen unter Systemlernen alle Hilfsmittel, die ermöglichen ohne mathematisches Verständnis zum Ziel zu gelangen, das heißt, Tabellen als Vorlage für Schlussrechnungen, Formeln, in die verständnislos eingesetzt oder Algorithmen, die auswendig gelernt werden können, Regeln, denen kein mathematisches Verständnis zugrunde liegt (z.B.  $(-)\cdot(-) = (+)$ , Kommaverschiebung bei der Division in Dezimalform ohne Verständnis für das Erweitern, kreuzweises Multiplizieren, ... usw.).

Mit dem gewählten Projekttitel soll zum Ausdruck gebracht werden, dass wir Mathematik nicht als Auswendiglernen von Systemen verstehen wollen. Sie hat natürlich System – aber dieses gilt es individuell aufzubauen. Dann erklären nicht wir Lehrer und Lehrerinnen den Kindern unser System, sondern sie erklären uns ihres, also ohne „Krücken“ über die zweispurige zur vierspurigen Autobahn durch eine verbesserte Signalweiterleitung im Gehirn. (Beck, 2014, S 123)

Bedanken möchte ich mich für die professionelle Unterstützung des IMST Teams, allen voran bei meinem Betreuer HS-Professor Mag. Dr. Erich Reichel für die vielen guten Ideen, bei unserem Landesschulinspektor Hermann Zoller, der es uns nach anfänglichen Problemen mit der Schulaufsichtsbehörde ermöglichte, diesen Weg zu beschreiten, bei unserem Direktor Siegfried Rohrhofer für sein offenes Ohr bezüglich unserer Anliegen, bei meinen Kollegen und Kolleginnen für die vielen interessanten Diskussionen, bei meinen Teamkolleginnen für die konstruktive Zusammenarbeit und schließlich bei meinen Kindern, Neffen und Nichten für ihr bereitwilliges Fungieren als „mathematische Versuchskaninchen“. Nicht zu vergessen unsere 38 kleinen Forscher und Forscherinnen, die mit viel Einsatz bei der Sache waren und uns wertvolle Einblicke in kindliche Denkvorgänge lieferten.

### 3 ZIELE

Wir setzen uns zum Ziel, durch ein kontinuierlich aufgebautes Wissensnetz ohne „Krücken“ (= Systemlernen) im Laufe der Zeit zu mehr Wissenstiefe und Nachhaltigkeit zu gelangen. Die Schülerinnen und Schüler sollen einen guten Bezug zu Größen aufbauen, flexibel sein in der Wahl ihrer Darstellung, die Werkzeuge der Mathematik (= Grundrechenarten) gezielt einsetzen, um Problemstellungen adäquat zu lösen und Bilder von mathematischen Handlungen in ihren Köpfen entstehen zu lassen.

Der Weg zum Ziel ist bestimmt durch eine selbständige Wissensaneignung. John Holt formulierte in diesem Zusammenhang sehr eindrücklich das Wesen des Lernens: „Ich kann in 4 bis 7 Worten zusammenfassen, was ich als Lehrer letztendlich lernte: Die 7 –Wort-Variante ist: Lernen ist nicht das Produkt von Lehren. Die 4-Wort-Variante ist: Lehren erzeugt kein Lernen. Lerner erzeugen Lernen. Lerner erschaffen Lernen.“ (Holt, 2009, S 93).

Die Wegrichtung wird dabei nicht frei bestimmt, sondern mittels Bausteinsystem vorgegeben, damit alle Kinder auch im Ziel ankommen. Das unterscheidet unsere Methode von der des dialogischen Lernens nach Ruf-Gallin. In diesem Zusammenhang möchte ich aber anmerken, dass mir der Zugang über die Sprache und die Produktion von Eigenem außerordentlich gut gefällt. In einzelnen Bereichen werden wir es auch einsetzen, eine durchgängige Arbeit nach diesem System kann ich mir mit Blick auf meine Schüler und Schülerinnen (leider) noch nicht vorstellen.

Viele Teilbereiche des Unterrichts werden aber ähnlich ablaufen, wie „ den absoluten Standort des Lehrers, der den Lernprozess der ganzen Klasse zentral steuert und regelt aufgeben.“ „ Wir beobachten einzelne Schüler beim Lernen, begleiten sie ein Stück weit auf den verschlungenen Wegen und Irrwegen ihres Lernens und Erkennens und wollen erfahren, wie und wo wir als Lehrer in diesen Lernprozess eingreifen dürfen und müssen“ (Ruf-Gallin, 1998, S 11)

Mathematikunterricht, der auf selbstständige Erarbeitung und Verständnis setzt, bedarf hoher Zielsetzungen:

1. .... dass die Schüler und Schülerinnen einen Bezug zu Zahlen und ihrer Verwendung herstellen können
2. .... dass mathematische Zusammenhänge von Anfang an genützt und immer wieder aufgezeigt werden
3. .... dass die Schüler und Schülerinnen den richtigen Umgang (Algorithmus) und Einsatz der „Werkzeuge der Mathematik“ (Grundrechenarten) lernen
4. .... dass die Schüler und Schülerinnen in Eigenverantwortung einen entwicklungsadäquaten Zugang zu mathematischen Inhalten aufbauen und das Verständnis so weit ausgebildet wird, dass erarbeitete Inhalte erklärt und präsentiert werden können
5. .... dass sich die Schüler und Schülerinnen mathematisch kompetent erleben und mit ihrem Wissen Antworten auf selbst gestellte Fragen an die Mathematik finden
6. .... dass die Schüler und Schülerinnen ab Beginn der Zeit in der NMS einen verständnisorientierten Zugang zu Mathematik aufbauen und mögliche keine Inhalte (auch nicht Algorithmen) verständnislos auswendig lernen

## **a. Ziele auf LehrerInnen-Ebene**

Für unser Team wollen wir

1. .... auf die vielseitigen Anforderungen der NMS durch lernerzentrierten Unterricht reagieren
2. ... mit Hilfe einer kompetenzorientierten Beurteilung die Bedeutung von Verständnis unterstreichen
3. ... einen Grundstein für eigenverantwortliches Lernen legen
4. .... das Vertrauen der Schüler und Schülerinnen in die eigenen Fähigkeiten stärken
5. .... durch Ermöglichung einer aktiven Auseinandersetzung mit den Lerninhalten vielseitige Erfolgserlebnisse bewirken

## **b. Ziele auf SchülerInnen-Ebene**

Für unsere Schüler und Schülerinnen wollen wir

1. ... Mathematik erlebbar und Beziehungen zum eigenen Leben erkennbar machen
2. ... dass ihnen die Bedeutung grundlegender mathematische Einsichten bewusst wird und sie eigene Lernprozesse danach ausrichten
3. ...dass sie in aktiver Auseinandersetzung mit Problemstellungen die Möglichkeit erhalten, Systeme der Mathematik zu erkennen und Transferleistungen zu erbringen
4. ... dass sie sich ein angemessenes Arbeitsverhalten aneignen und Selbstverantwortung für ihren Lernprozess übernehmen
5. ....dass sie Lerninhalte übersichtlich darstellen und ihre Lernfortschritte dokumentieren
6. ... dass sie eigene Fähigkeiten einschätzen lernen

## **c. Was wollten wir für die Schülerinnen und Schüler erreichen? Kompetenzorientierung**

Kompetenzorientierung leitet sich direkt aus dem didaktischen Konzept ab. Mathematikunterricht ohne einzutrainierende Systeme muss gezwungenermaßen auf ein tieferes mathematisches Verständnis zurückgreifen. Mehr Wissenstiefe und bessere Nachhaltigkeit sollten sich dabei einstellen.

Der Grad der Vernetzung steigt dabei mit jedem weiteren Lerninhalt und gilt als Kriterium für die erreichte Kompetenzstufe. Gutes Verständnis als Basis flexibler Lösungsstrategien soll in Zukunft Kompetenz sichtbar machen.

Wir wollen im Zuge dieses Projektes von abstraktem Operieren, wie es in den Schulbüchern häufig vorkommt, Abstand nehmen, Zahlen Bedeutung verleihen und damit eine lebendige Mathematik ermöglichen.

## 4 PLANUNG

### a. Ausgangssituation

Das Projekt wird an der NMS Birkfeld unter Beteiligung von 18 Schülern und 20 Schülerinnen der 1A und 1B Klassen durchgeführt. Im Schuljahr 2013/14 erfolgte mit der Zusammenlegung der beiden Hauptschulen auch die Einführung der NMS. Der zur gleichen Zeit gestartete Schulumbau bietet nunmehr gute Rahmenbedingungen für offene Lernformen. Erstmals finden wir durch die entstandenen Lerninseln optimale Lernbedingungen vor.

Ein weiterer positiver Aspekt ergibt sich hinsichtlich eines unserer Themen des SQA-Plans, welches eine Weiterentwicklung des Unterrichts in Hinblick auf Individualisierung und Kompetenzorientierung vorsieht.

Um den Anforderungen der NMS in Hinblick auf Diversität gerecht zu werden, sehen wir in einem lernseitigen Unterricht eine gute Chance, die uns zur Verfügung stehenden Ressourcen der Zweitbesetzung gewinnbringend für alle zu nutzen. Da die 1A Klasse eine Integrationsklasse ist, können wir auf zusätzliche Betreuungsstunden zurückgreifen. Diese werden von Ingrid Filzmoser, einer sehr kompetenten Kollegin mit Mathematik als Lehramtsfach abgedeckt. Die dritte Lehrerin in unserem Team, Lisa Hauswirthofer, hat soeben die Pädagogische Hochschule absolviert und kann ihrerseits neue Ideen einbringen.

Ich selbst beschäftige mich, wie schon erwähnt, seit geraumer Zeit mit offenen Lernformen und bin eine Anhängerin des konstruktivistischen Ansatzes. Eigene Lernerfahrungen, die Möglichkeit zum kollegialen Austausch mit einer engagierten Kollegin in meinen ersten Dienstjahren und das Studium einschlägiger Literatur inspirierten mich, den Unterricht in meinen Zweitfächern Physik und Chemie lernseitig zu orientieren. Wertvolle Einblicke in die Volksschulpraxis bei Frau Brigitte Horn, die ich während meiner Ausbildung zur Volksschullehrerin kennen und schätzen lernte, bestärkten mich auf diesem Weg.

Als ich nach mehrjähriger Tätigkeit im sonderpädagogischen Bereich wieder zu meinen ursprünglichen Fächern wechselte, wurde mir klar, wie viele mathematische Fehlkonzepte sich in den Köpfen von Kindern unterer Leistungsgruppen ansammeln können. So entschloss ich mich, gemeinsam mit meiner Kollegin ein Projekt in Mathematik durchzuführen. Mit dem Titel: „Wie viel Mathematik trägt das Kind“, begannen wir die verschiedenen Denkweisen der uns anvertrauten Kinder aufzuspüren und den Unterricht auch in Mathematik zu öffnen.

Die Evaluation dieses Projekts ergab häufige Überforderungssituationen in der 4. Klasse/LGII (20 Schüler und Schülerinnen, von mir alleine betreut) und gutes Vorankommen in der dritten Klasse/LGIII (13 Schüler und Schülerinnen, davon 2 Integrationsschüler, von mir und meiner Kollegin betreut). Dieses Ergebnis unterstreicht die Bedeutung des Teamteachings, auf das wir in der NMS zurückgreifen können.

Zwischenzeitlich habe ich sowohl die Didaktik als auch die Form der Freiarbeit weiter entwickelt und freue mich schon auf das Projekt, um wieder wertvolle Erfahrungen für den eigenen Lernprozess zu gewinnen.

Die an diesem Projekt beteiligten Kinder kommen aus verschiedenen Volksschulen. Sie bringen ein sehr gutes Vorwissen mit.

Mit Formen der Freiarbeit im Mathematikunterricht, vor allem in Hinblick auf Selbsttätigkeit im Wissenserwerb, haben sie noch nicht viel Erfahrung.



Erwartungsgemäß liegt noch kein ganzheitliches Bild unseres Zahlensystems vor. Dieses wird ja auch in den approbierten Werken der NMS nicht gefördert.

Lies die Zahl und schreibe den Stellenwert der Ziffern auf! 74

| Md. | Millionen |    |   | Tausender |    |   |   |   |   | Stellenwert |
|-----|-----------|----|---|-----------|----|---|---|---|---|-------------|
| Md  | HM        | ZM | M | HT        | ZT | T | H | Z | E |             |
|     |           |    |   |           |    | 1 | 8 | 4 | 9 | 1T 8H 4Z 9E |
|     |           | 3  | 1 | 6         | 4  | 2 | 7 | 1 | 3 |             |
|     |           |    |   |           | 4  | 0 | 2 | 9 | 8 |             |
| 1   | 0         | 1  | 0 | 2         | 3  | 4 | 7 | 3 | 2 |             |
|     |           |    | 6 | 4         | 3  | 9 | 5 | 5 | 4 |             |

Trage in der Stellenwerttafel ein! 75

| Md. | Millionen |    |   | Tausender |    |   |   |   |   | Zahl |
|-----|-----------|----|---|-----------|----|---|---|---|---|------|
| Md  | HM        | ZM | M | HT        | ZT | T | H | Z | E |      |
|     |           |    |   |           |    |   |   |   |   | 204  |

(Beer, Chelly, Ilias, Jilka, Steffan, Varelija, 2014, S 31)

Man findet keine Unterscheidung zwischen Stellenwert und dekadischen Einheiten. Das Erweitern:  $1H = 10Z = 100E$  kommt so gut wie nicht vor. Man findet keinerlei Hinweise darauf, dass Zahlen immer für die Einer stehen. Stattdessen werden Stellenwerte isoliert eintrainiert. Auf die Frage: „Wie viele Einer sind das?“, folgt auch immer die logischerweise falsche Antwort „9“ (siehe Beispiel 1).

Verfolgen wir dieses falsche Denkkonzept weiter, hätte  $1E$  auch keine Zehntel. Somit gehen jegliche Zusammenhänge als Voraussetzung für tieferes Verständnis in vielen Bereichen bereits zu Beginn verloren.

|    |   |
|----|---|
| E, | z |
| 1, | 0 |

Erfahrungsgemäß gestaltet es sich meist sehr schwierig, falsch Eintrainiertes aus den Köpfen zu verbannen und durch Richtiges zu ersetzen.

Weitere Lernstandserhebungen ergeben, dass der überwiegende Teil unserer Neuankommlinge kein Verständnis für die Bedeutung der Zahlen beim Vorgang der Multiplikation hat. Dasselbe gilt für die Formen der Division „Teilen“ und „Messen“. Es fehlen Bilder im Kopf und den Zahlen wird keine Bedeutung gegeben.  $\frac{2}{3}$  aller Probanden scheitert daran, für eine einfache Multiplikations- bzw. Divisionsaufgabe einen passenden Text zu finden.

Die Algorithmen der Grundrechenarten werden im Allgemeinen gut beherrscht. Auf Verständnisfragen, wie: „Warum rückst du eine Stelle nach rechts, oder schreibst du Null herab“, folgt immer die gleiche Antwort: „Weil wir es so gelernt haben.“

Wir ziehen daraus den Schluss, dass Systemlernen im Vordergrund stand. Da diese Form der Didaktik auch in den Schulbüchern der NMS ihre Fortsetzung findet, steht uns viel Arbeit bevor, zumal wir diesen Weg verlassen möchten.

**Division ohne Rest**  
135 : 5

$$\overline{135} : 5 = \dots$$

1 3 5 : 5 = 2 7  
3 5  
0 R

- ▶ 5 geht in 13 2 mal  
Schreibe 2  
 $2 \cdot 5 = 10$  und 3 ist 13  
Schreibe 3 unter 13
- ▶ Nächste Stelle (5) herab  
5 geht in 35 7 mal  
Schreibe 7  
 $7 \cdot 5 = 35$  und 0 ist 35  
0 Rest

**Division mit Rest**  
133 : 5

$$\overline{133} : 5 = \dots$$

1 3 3 : 5 = 2 6  
3 3  
3 R

- ▶ 5 geht in 13 2 mal  
Schreibe 2  
 $2 \cdot 5 = 10$  und 3 ist 13  
Schreibe 3 unter 13.
- ▶ Nächste Stelle (3) herab  
5 geht in 33 6 mal  
Schreibe 6  
 $6 \cdot 5 = 30$  und 3 ist 33  
3 Rest

Eine von einer Schülerin formulierte mathematische Erklärung für denselben Algorithmus findet man im Evaluationsteil auf S 45.

(Beer, Chelly, Ilias, Jilka, Steffan, Varelija, 2014, S 31)

## b. Literatur

Im Zuge meiner Fortbildungsveranstaltung „Werkzeugkiste Mathematik“ bin ich des Öfteren mit der Frage konfrontiert, aus welchen Didaktikbüchern ich mein Wissen beziehe.

Dieses beruht hauptsächlich auf Erfahrungen in der Arbeit mit meinen Schülern und Schülerinnen sowie intensiver Reflexion und Unterrichtsevaluationen. Ich versuche nach wie vor, die Ursache von Fehlkzepten in den Denkweisen der Kinder aufzuspüren und dahinter zu kommen, warum Mathematik so wenig nachhaltig ist. Beeinflusst werde ich dabei von verschiedenen Werken zur Gehirnforschung, der Dyskalkulieforschung sowie des Konstruktivismus.

Hilfreich sind auch viele qualitätsreiche Werke über Fachdidaktik der Mathematik, welche Modellbilden, Problemlösen oder Methodik zum Inhalt haben. Sie stellen eine wertvolle Quelle für zahlreiche produktive Übungsformen dar.

Eine wichtige lernprozessbegleitende Maßnahme stellt die kompetenzorientierte Beurteilung dar. Auch dazu gibt es gute Literaturwerke, die in der Literaturliste angeführt sind.

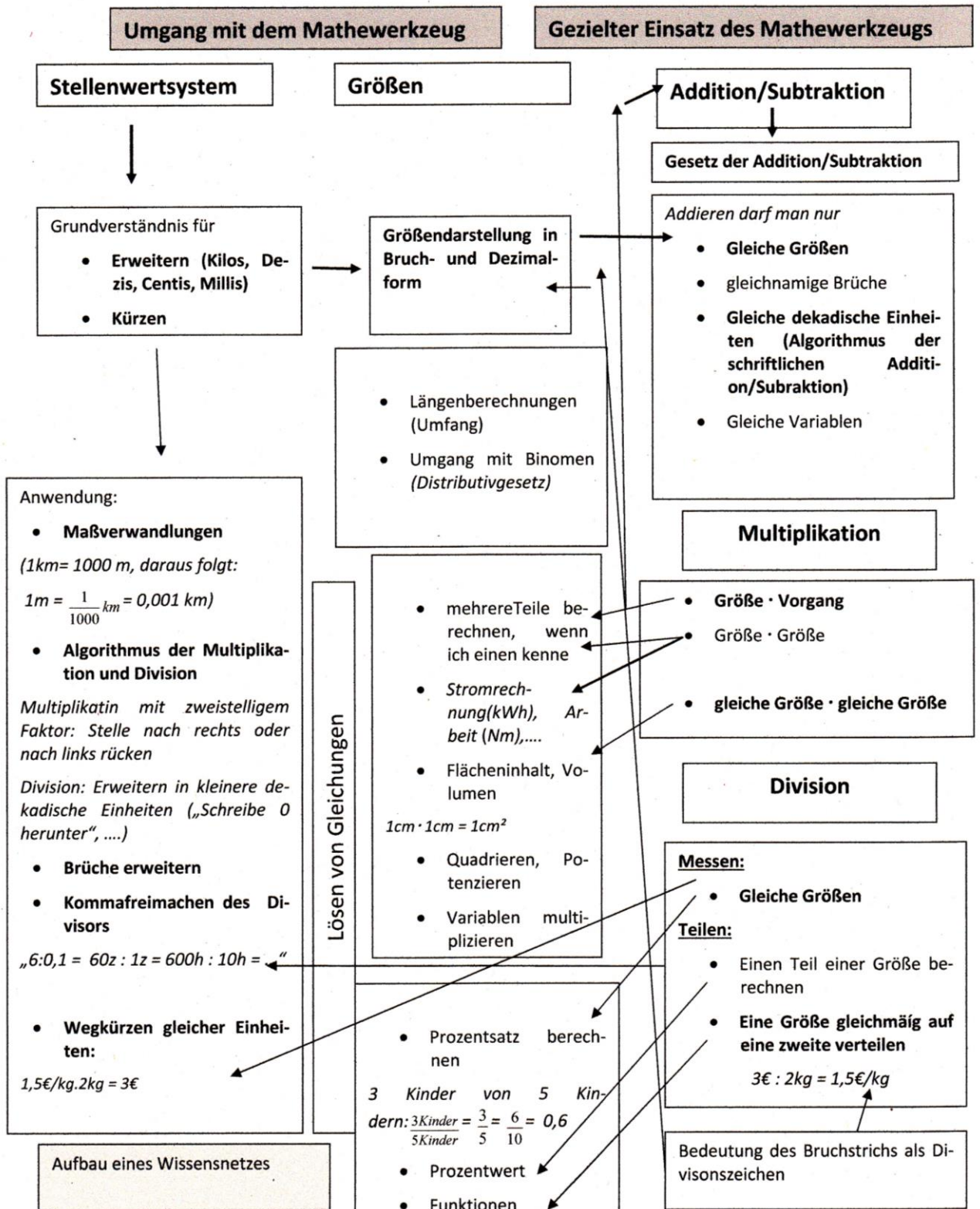
## c. Maßnahmen

Um unseren Zielen gerecht werden zu können, müssen vielseitige Maßnahmen getroffen werden:

- Umstrukturierung der Lerninhalte um Synergien besser nutzen zu können:
  - Stellenwertsystem mit Fokus auf Erweitern und Kürzen
  - Größendarstellungen in Bruch- und Dezimalform
  - Rechnen in Bruch- und Dezimalform in Zusammenhang mit bildhaften Vorstellungen
  - Schätzen und Messen der wichtigsten Größen (Länge, Flächen-, Rauminhalt, Masse, Geld)
  - Richtiger Einsatz der Rechenwerkzeuge: „Was man mit Größen machen kann“
- Einführung von offenen Lernformen mit Schwerpunkt der Produktivität beim Wissenserwerb und der Heftgestaltung
- Einsatz einer kompetenzorientierten Beurteilung als Grundlage für die Lernprozessbegleitung
- Umstellen des Schularbeitensystems auf die 4.0 Skala
- Bewusstmachen der Bedeutung des Verständnisses von Lerninhalten für den gezielten Aufbau eines Wissensnetzes
- Elterninformation
- Entwicklung und Erstellen geeigneter Arbeitsmaterialien
- Besorgen geeigneter Unterrichtsmitteln zur Unterstützung individueller Lernprozesse

## d. Projektablaufplan

Zugrunde liegendes Konzept: Kontinuierliches Vernetzen der Inhalts- und Handlungsbereiche des Kompetenzmodells:



- Erste Begegnung mit der kompetenzorientierten Beurteilung, genaue Information über die Bedeutung der 4 Kompetenzstufen: 1.0 grundlegendes Verständnis 2.0 guter Überblick 3.0 guter Überblick mit Anwendungskompetenz 4.0 sehr guter Überblick mit Anwendungskompetenz und Transferleistungen
- Bekanntmachen mit dem System der Selbsterarbeitung anhand von Bausteinen mit freier Lernpartner/innenwahl
- Bewusstmachen der Bedeutung einer sauberen und übersichtlichen Heftführung als Lerngrundlage
- Lernstandserhebung
- Gezielter Aufbau eines Wissensnetzes:
  - Stellenwertsystem mit dem Schwerpunkten der Erweiterung in kleinere Einheiten
  - Zahlen haben immer eine Bedeutung
  - Größendarstellung in Bruch- und Dezimalform
  - Rechnen in Dezimalform
  - Schätzen und Messen von Größen: „Wir schreiben das erste Kapitel unseres Mathebuchs“
  - Rechnen mit Größen: gezielter Einsatz der Rechenwerkzeuge
- Festigung des Wissens durch Lernkarten mit Selbstkontrolle

## 5 DURCHFÜHRUNG

### a. Beschreibung der Umsetzung, des tatsächlichen Ablaufs des Projekts. Ablauf des Projekts

Grundsätzlich konnten wir das Projekt plangemäß durchführen. Probleme ergaben sich leider auf Grund der vielen Unterbrechungen gegen Ende des Schuljahres (autonome Tage, Durchführung der Sommersportwoche, Englischprojekt), wodurch die Kinder immer wieder aus ihrem Lernprozess gerissen wurden. Die Evaluation brachten wir noch in der letzten Woche unter. Zu diesem Zeitpunkt herrschte zwar schon etwas Ferienstimmung, es wurde dennoch fleißig gearbeitet. Für das kommende Schuljahr ist eine intensive Wiederholung der wichtigsten Meilensteine geplant.

### b. Beschreibung einer kompetenzorientierten Unterrichtseinheit

Wir möchten hier einen kurzen Einblick in die selbstständige Erarbeitung der Inhalte nach dem Bausteinsystem geben. Zu Beginn einer neuen Lerneinheit präsentieren die Kinder ihr Wissen und ihre Erfahrungen bzw. Zugänge zum neuen Stoff. Das erledigen sie im Heft durch individuelle Aufzeichnungen oder mittels Plakaten im kooperativen Lernen.

Die Bausteine liegen in Form von Arbeitsblättern in Klassenstärke auf. Die Kinder gestalten mit den Arbeitsaufträgen Seiten in ihren Übungsheften und erklären, zeichnen oder fassen zusammen, was sie gelernt haben. Die Bausteine bieten das Leitsystem für den Lernprozess. Sie regen zum Denken an und geben gerade so viel Hilfestellung, dass Kinder selbst zu Lösungen kommen können. Das unterscheidet sie von der didaktischen Aufbereitung in Schulbüchern, die fertige Rezepte anbieten und damit Denkvorgänge unterbinden.

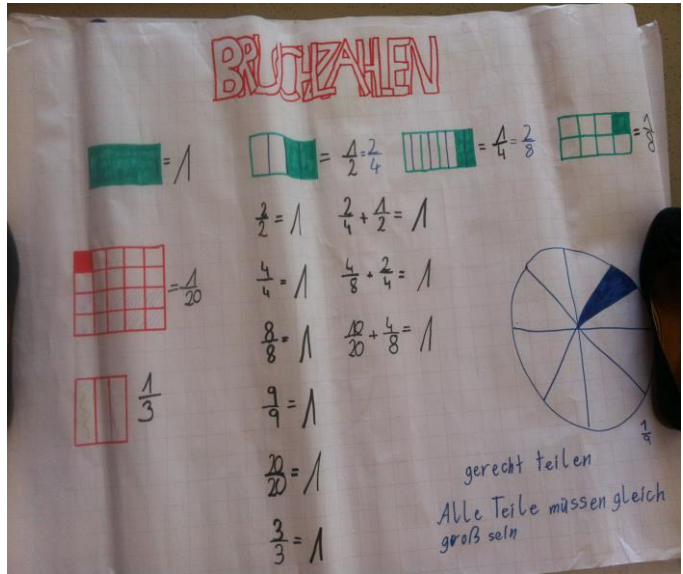
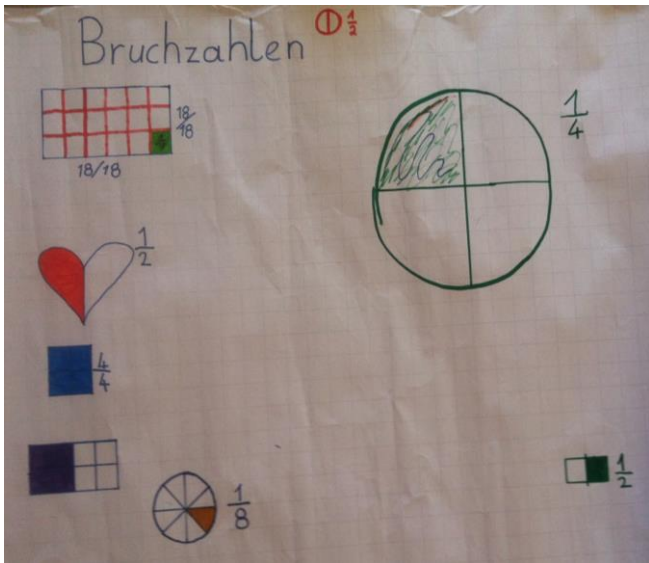
Zu Stundenbeginn findet meist eine Wiederholungsphase statt, in der ein oder zwei Kinder per Los gezogen werden und mittels Visualizer ihre Lernfortschritte dokumentieren. Auf eine saubere Heftführung und mathematische Erklärungen wird besonderer Wert gelegt. Kriterium ist die Tauglichkeit des Heftes als Lerngrundlage. Wir animieren unsere Schüler und Schülerinnen die Erarbeitung der Inhalte unter folgendes Motto zu stellen: „Wie könnte ich den Sachverhalt einem Volksschulkind erklären?“

Eigenständigkeit bei der Erarbeitung und die Fähigkeit Inhalte mit eigenen Worten wiederzugeben, stellen Kriterien zur Beurteilung der Mitarbeit dar.

Die Lernpartner- oder -partnerinnenwahl lassen wir unseren Schülern und Schülerinnen frei. Wir hoffen, dass die Kinder ein Gespür dafür entwickeln, mit wem sie gut zusammenarbeiten können, um in ihrem Lernprozess erfolgreich zu sein. Generell müssen sie sich mit jedem Baustein erstmals alleine beschäftigen. Wir Lehrerinnen stehen dabei für Fragen zur Verfügung, geben aber grundsätzlich keine Erklärungen ab. Im Dialog mit unseren Schülern und Schülerinnen finden wir heraus, was sie schon können. Darauf aufbauend wird die Lösung des Problems durch gezielte Fragestellung meist selbst vollzogen. Diese Form des Umgangs mit dem Kind soll zu mehr Wissenstiefe führen und den Selbstwert stärken. Um einen tieferen Einblick in unsere Arbeit zu ermöglichen, haben wir Exemplarisches aus verschiedenen Unterrichtseinheiten ausgewählt und uns nicht auf eine einzige beschränkt.

Plakatgestaltung zum Thema: „Größen/Mengendarstellung in Bruchform“

„Das können wir schon!“



Bausteinarbeit zum Thema: „Größen/Mengendarstellung in Bruchform“

**Baustein 1**

*Sch kann Bruchteile von Mengen abgehen*

| ganzes (1, $\frac{2}{2}$ , $\frac{3}{3}$ , $\frac{4}{4}$ , ... $\frac{100}{100}$ , 100 %) | besteht aus                           | Bruchteil                                 | Bruchform  |
|---|---------------------------------------|---|--|
| 1 Torte<br>   | 4 Teilen (Stücken)<br>$\frac{1}{4}$   | graues Stück<br>1 Stück von 4 Stücken     | $\frac{1 \text{ Stück}}{4 \text{ Stücke}} = \frac{1}{4}$   |
| 6 Kreise<br>  | 6 Teilen (Kreise)<br>$\frac{5}{6}$    | schwarze Kreise<br>5 Kreise von 6 Kreisen | $\frac{5 \text{ Kreise}}{6 \text{ Kreise}} = \frac{5}{6}$  |
| 1 Tafel Schokolade<br>  | 24 Teilen (Stücken)<br>$\frac{4}{24}$ | 1 Rippe<br>4 Stücke von 24 Stücken        | $\frac{4 \text{ Stücke}}{24 \text{ Stücke}} = \frac{1}{6}$ |
| 1 Rechteck<br>  | 6 Teilen (Stücken)<br>$\frac{2}{6}$   | 2 graue Streifen<br>von 6 Stück           | $\frac{2 \text{ Stücke}}{6 \text{ Stücke}} = \frac{1}{3}$  |
| 3 Kinder<br>  | 3 Kinder<br>$\frac{1}{3}$             | 1 blondes Kind von 3 Kindern              | $\frac{1 \text{ Kind}}{3 \text{ Kinder}} = \frac{1}{3}$    |

## Baustein 2

Sch weißt wofür Zahlen stehen können:

| 1. Mengen  | 2. Größen  | 3. Vorgänge   |
|--|--|---|
| Alles, was ich zählen kann:<br>Tische, Sessel, Kinder, Einheiten)<br>Kugeln, Törtchen,<br>Pizzas und Euros | Alles was ich in kleineren (oder größeren etwas mache.<br>kann z.B.: 1m = 100cm<br>Meter, Liter, Kilogramm | Wie oft ich<br>Ich war 3mal<br>Schifahren.<br>Schwimmen, bestellen,<br>anmalen, |

Sch habe gelernt dass, es Mengen, Größen und Vorgänge gibt.

## Baustein 3

Sch kann Zwischengrößen angeben

Was liegt zwischen

a) 1L und 2L :  $1\frac{1}{2}l$   $1\frac{1}{4}l$   $1\frac{3}{4}l$   $1\frac{1}{5}l$   $1,5 = 1\frac{1}{2}l$

b) 3m und 4m :  $1\frac{3}{5}m$   $1\frac{3}{4}m$   $1\frac{1}{5}$   $1\frac{1}{2}$   $3,5m = 1\frac{3}{5}m$

c) 0kg und 1kg :  $1\frac{2}{5}kg$   $1\frac{1}{4}kg$

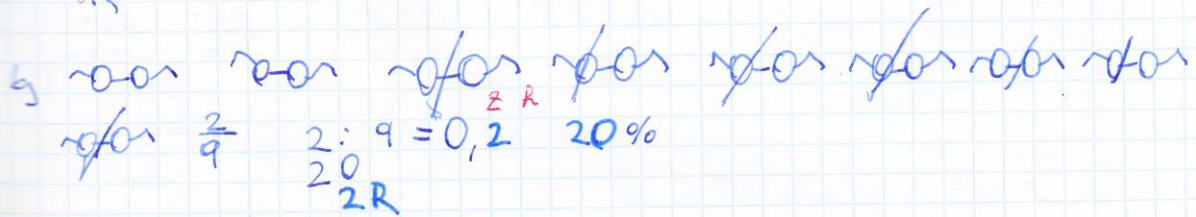
Sch habe gelernt dass, es zwischen 1 u. 2 unendlich viele Möglichkeiten die dazwischenliegen.

# Baustein 22

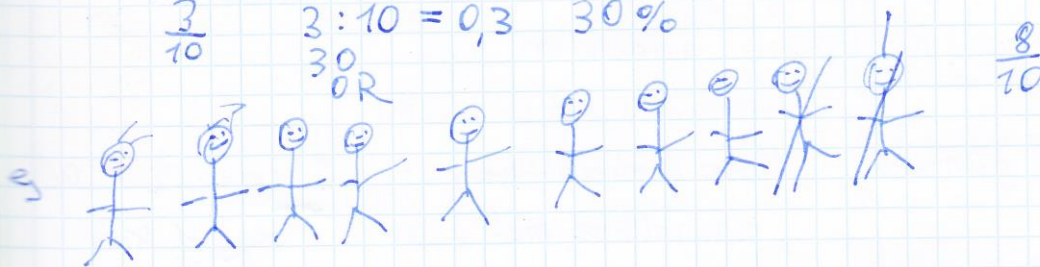
Ich kann alle Bruchzahlen auch in Dezimalform angeben.



$5 : 7 = 0,71$   $70\%$   
 $\frac{50}{70} = 71\%$



$\frac{3}{10} = 0,3$   $30\%$   
 $\frac{30}{30} = 30\%$



$0,8$   $80$   $80\%$

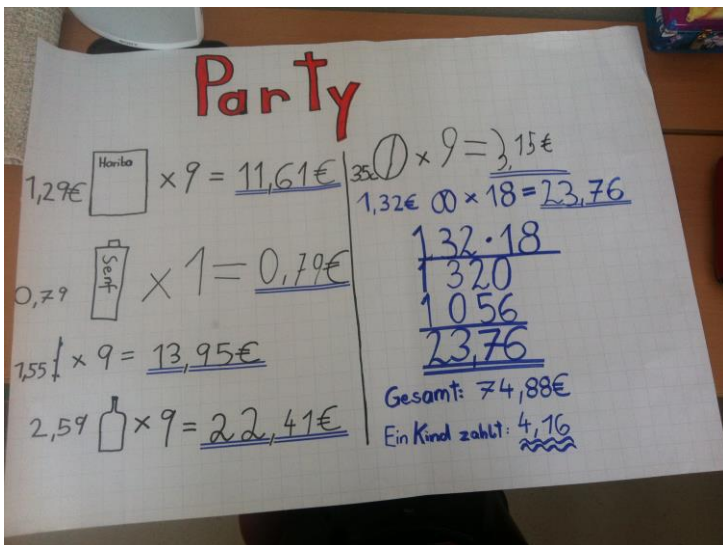
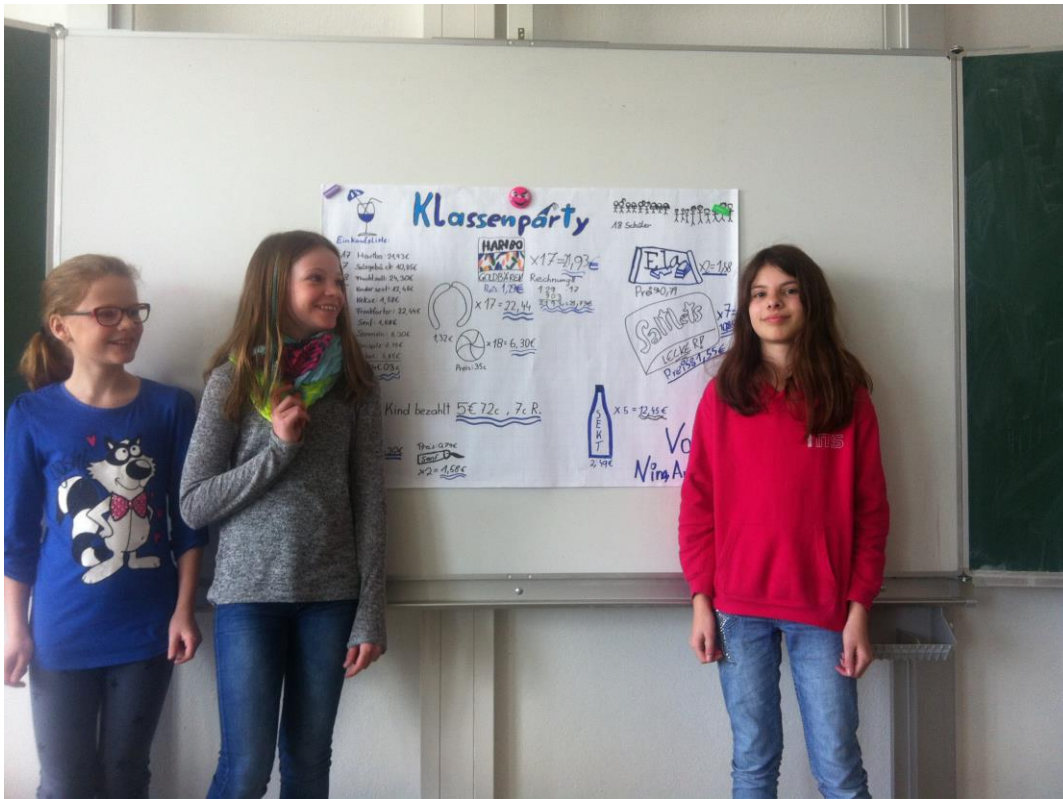
## Baustein 21-22:

Ich habe gelernt Brüche in Dezimalzahlen anzugeben und rechnungen mit Dezimalzahlen



Erhebung des Vorwissens zu: „Rechnen in Dezimalform“

„Wir planen eine Klassenparty“



„Mit Geldbeträgen können wir schon rechnen!“


## Einblick in die Bausteinerarbeit zum Thema: „Rechnen in Bruch- und Dezimalform“


Schüler und Schülerinnen erarbeiten sich über grafische Darstellungen die Regeln für das Multiplizieren in Bruch- und Dezimalform.

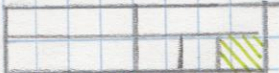
# BAUSTEIN 1 und 2

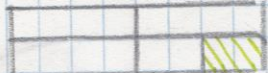
Ich kann Vorgänge in Bruchform ausführen und die Rechnung angeben

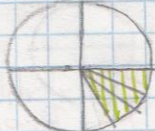
Ich kann eine Rechenregel für das Multiplizieren von Brüchen herleiten

  $1 \text{ Kreis} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ Kreis}$       $1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$   
ein halbes mal

  $\frac{1}{2} \text{ Rechteck} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \text{ Rechteck}$       $\frac{1}{2} : \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$   
ein halbes von einem halben

  $\frac{1}{4} \text{ Rechteck} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12} \text{ Rechteck}$       $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$   
ein drittel von einem viertel

  $\frac{1}{4} \text{ Rechteck} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \text{ Rechteck}$       $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

  $\frac{1}{4} \text{ Kreis} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16} \text{ Kreis}$       $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{16}$

$$\frac{35}{20} \cdot \frac{2}{5} = \frac{70}{100}$$

Man kommt auf das Ergebnis wenn man Zähler  
Zähler und Nenner mal Nenner rechnet

z.B.  $\frac{2}{4} \cdot \frac{3}{8} = \frac{6}{32}$

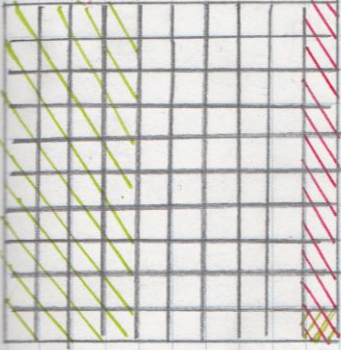
$$\begin{array}{r} 13,99\text{€} \cdot 0,3 \\ \hline 4,197\text{€} \end{array}$$

Anja hat sich die Regel für die Multiplikation in Bruchform selbst hergeleitet, indem sie über Zeichnungen zum Ergebnis kommt und dann nach der rechnerischen Lösung sucht.

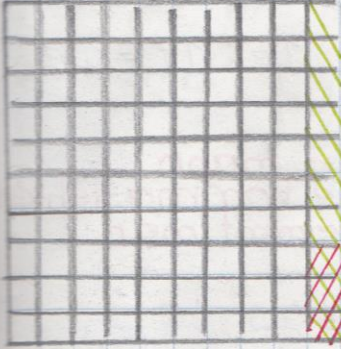
Sie wendet nun das System auf Dezimalbrüche an:

# BAUSTEIN 3

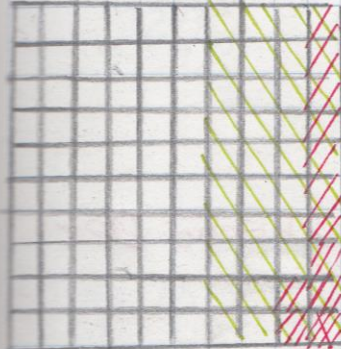
Ich kann Dezimalbrüche multiplizieren



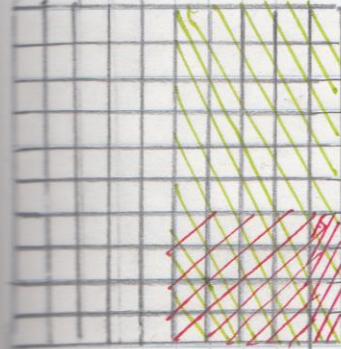
$4 \frac{\text{Quadrat}}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{4}{100} \text{ Quadrat}$




$\frac{1}{10} \text{ Quadrat} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100} \text{ Quadrat}$



$\frac{3}{10} \text{ Quadrat} \cdot \frac{1}{10} = \frac{3}{100} \text{ Quadrat}$



$\frac{4}{10} \text{ Quadrat} \cdot \frac{3}{10} = \frac{12}{100} \text{ Quadrat}$



$\frac{5}{10} \text{ Quadrat} \cdot \frac{4}{10} = \frac{20}{100} \text{ Quadrat}$

Nochmaliges Anschreiben der Ergebnisse und selbstständige Herleitung der Kommasetzung:  
 Beim Übertrag der Rechnungen sind ihr dabei einige Fehler unterlaufen, von denen sie sich aber anscheinend nicht beirren lässt.

## BAUSTEIN 4

Ich wende die Rechenregel auf die Multiplikation mit Dezimalbrüchen an! Daraus leite ich eine Rechenregel für die Multiplikation mit Dezimalform an.

$1 \cdot \frac{4}{10} = \frac{4}{10}$       $1 \cdot 0,4 = 0,4$       $1 \cdot 4z = 4$   
 $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{20}$       $0,1 \cdot 0,1 = 0,01$       $1z \cdot 1z = 1h$   
 $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{100} = \frac{1}{100}$       $0,1 \cdot 0,01 = 0,001$       $1z \cdot 1h = 1t$   
 $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{1000} = \frac{1}{10000}$       $0,1 \cdot 0,001 = 0,0001$       $1z \cdot 1t = 1zt$

Man kommt auf das Ergebnis wenn man z.B.  $0,1 \cdot 0,01$  rechnet man die Kommastellen zählen und zusammenzählen dann kommt man auf das Ergebnis  
 z.B.  $0,1 \cdot 0,01 = 0,001$   
 3 Kommastellen

## BAUSTEIN 5

Ich kann Multiplikationsaufgaben in Bruch- und Dezimalform lösen

$$\begin{array}{r} 35 \cdot 48 \\ \underline{1400} \\ 280 \\ \underline{16800} \\ 16800 \end{array}$$

$$\frac{35 \cdot 48 = 16800}{\frac{10 \cdot 10}{100}}$$

$$\begin{array}{r} 26 \cdot 54 \\ \underline{1300} \\ 104 \\ \underline{1404} \\ 1404 \end{array}$$

$$\frac{26 \cdot 54 = 1404}{\frac{10 \cdot 10}{100}}$$

$$\begin{array}{r} 73 \cdot 245 \\ \underline{1460} \\ 2920 \\ 365 \\ \underline{17885} \\ 17885 \end{array}$$

$$\frac{73 \cdot 245 = 17885}{\frac{10 \cdot 100}{1000}}$$

Hier arbeitet sie parallel in Bruch- und Dezimalform und kann die Regel zur Kommasetzung über die Bruchform erklären.

## Wir schätzen und messen – Handelnder Umgang mit den wichtigsten Größen

Da Größen in der Mathematik eine wichtige Rolle spielen, wird ihnen das erste Kapitel des eigenen Mathematikbuchs gewidmet. Dieses wird die Schüler und Schülerinnen alle vier Jahre lang begleiten und ihre Fragen an die Mathematik mit den selbst gefundenen Lösungen sowie eigens formulierte Merkstoffe aufnehmen.



Die Schüler und Schülerinnen erhalten Steckbriefkarten, Waagen, Maßbänder, Federwaagen,  $1\text{cm}^3$  und  $1\text{dm}^3$  Würfel,  $1\text{m}^3$  Rahmen, Messbecher, ... und machen sich an die Arbeit die Welt der Größen zu erforschen. In einem ersten Schritt sollen sie zu ihnen eine gute Beziehung aufbauen, sicher werden im Schätzen von Längen und sich mit den Dezis, Centis und Millis anfreunden.



Wie viel wiegt meine Federschachtel wirklich?



Wer hat die Tischlänge besser abgeschätzt?



Teamarbeit macht Spaß! Und dabei wird auch gelernt!



Viki und Kathi sind eifrig mit ihrem Mathebuch beschäftigt.



Das Handy als wichtiges Hilfsmittel bei der Lösung der „Fragen an die Mathematik“.



Im Klassenzimmer herrscht reges Treiben – und es wird fleißig gearbeitet!

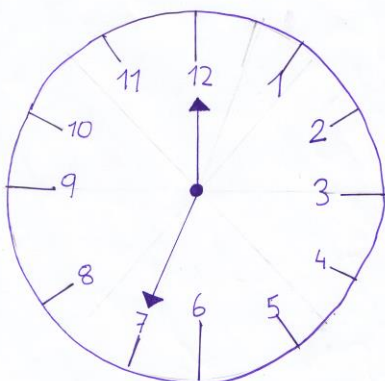
Unsere Fragen an die Mathematik – erste Rechenversuche mit Größen

# ZEIT

J M W T h min s h t  
Wie viel Minuten hat das ganze Jahr?

Schätzung <sup>Anja</sup> 2001576min <sup>Magd</sup> 9871240min

Ein Jahr hat 525600min



Und schon sind die ersten Blätter fertig!

„Jetzt wissen wir, wie viele Minuten wir in einem Jahr genießen können.“

Wieviel Liter Cola passen in unsere Küche?

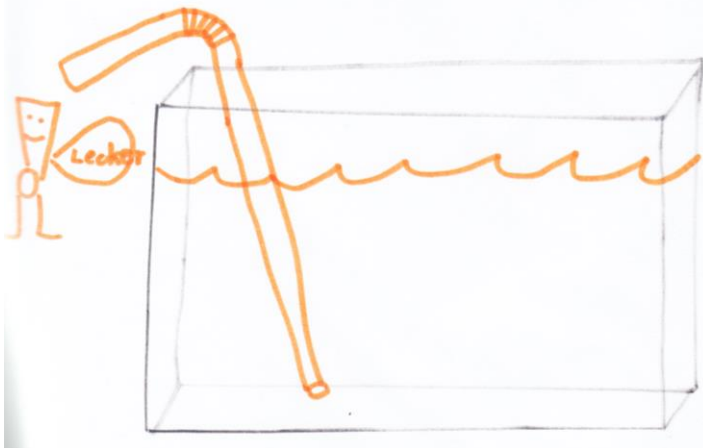
$l = 650 \text{ cm}$

$b = 430 \text{ cm}$

$h = 250 \text{ cm}$

$650 \text{ cm} \cdot 430 \text{ cm} \cdot 250 = 69\,875\,000 \text{ ml}$   
 $69\,875 \text{ l}$

A: In unsere Küche passen  $69\,875 \text{ l}$  Cola



## Steckerbrot

Größe: Flächeninhalt

Einheit:  $\text{m}^2$  (Quadratmeter)  $1 \text{ m} \cdot 1 \text{ m}$

kleinere Einheiten:  $\text{dm}^2$  ( $\text{dm} \cdot \text{dm}$ )  $\text{cm}^2$

Klasse: Schätzung  $6 \text{ dm}^2$   $61,1648 \text{ m}^2$

Kleiner Tisch:  $64 \text{ cm}^2$  Schätzung  $50 \text{ cm}^2$

Boden (dauert sp.): Schätzung:  $10 \text{ cm}^2$   $45 \text{ cm}^2$

Recht erhalten: Schätzung  $5 \text{ cm}^2$   $8,1 \text{ cm}^2$

Spiegel: Schätzung  $1 \text{ m}^2$   $62 \text{ cm}^2$

Ragi Kopf: Schätzung  $10 \text{ cm}^2$   $27,6 \text{ cm}^2$

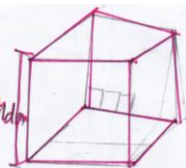
Luftkopf: Schätzung  $30 \text{ cm}^2$   $94,5 \text{ cm}^2$

Fabri Hand: Schätzung  $10 \text{ cm}^2$   $48 \text{ cm}^2$

Schwann: Schätzung  $8 \text{ cm}^2$   $16,8 \text{ cm}^2$

Weitere Fragen der Kinder an die Mathematik

## Volumen



GRÖSSE: Rauminhalt (Volumen)

EINHEIT: Liter ( $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$ )

„Wie viele  $\text{cm}^3$  ( $\text{dm}^3$ ;  $\text{m}^3$ ...) passen hinein

Kleine Einheiten:  $\text{dl}$ ,  $\text{cl}$ ,  $\text{ml}$   
 $(1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm}; 1 \text{ mm} \cdot 1 \text{ mm} \cdot 1 \text{ mm} = 1 \text{ mm}^3)$



$\varnothing = \text{Haar} = 700 \mu\text{m}$  Mikrometer

Frage:

Wie viel Volumen hat ein Smartie? A:  $76 \mu\text{m}^3$

Wie viel Volumen hat ein Nimm? A:  $135 \mu\text{m}^3$

$4 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} \cdot 14 \text{ cm} = 168 \text{ cm}^3$   
 Magerpackung (steht  $60 \text{ ml}$ )

## Das Volumen eines Smarties

Durchmesser eines Smarties:  $14 \text{ mm}$

Radius eines Smarties:  $7 \text{ mm}$

Rechnung:  $7 \text{ mm} \cdot 7 \text{ mm} = 49 \text{ mm}^2$

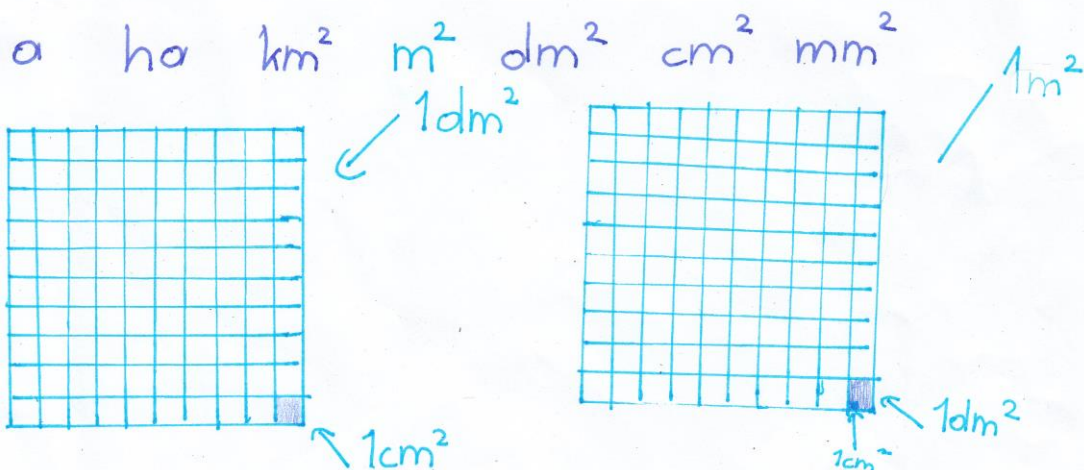
$$\begin{array}{r} 49 \text{ mm}^2 \cdot 3,14 \\ 147 \\ \hline 153,86 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 153,86 \text{ mm}^2 \cdot 5 \text{ mm} \\ 759,30 \text{ mm}^3 \\ \hline \end{array}$$

Das Smartie hat ein Volumen von  $759,30 \text{ mm}^3$ .

Mit Hilfe der selbst hergeleiteten Kreisformel kann Florentina nun das Volumen eines Smarties berechnen.

# FLÄCHEN INHALT



Schätzung:

Wie viel Quadratkilometer hat die USA?

Magda: 9000 000 km<sup>2</sup> Anja: 6 000 000 km<sup>2</sup>

Die USA hat 9.857.306 km<sup>2</sup>.

Wenn das 1 m<sup>2</sup> groß wäre, dann wäre das ein ....., wenn das 1 a groß wäre, ....

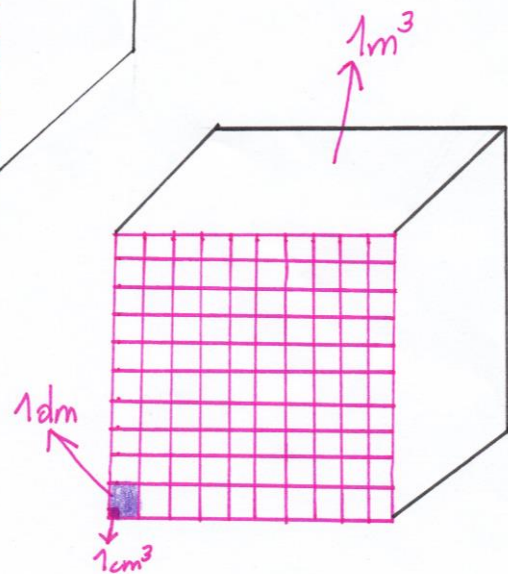
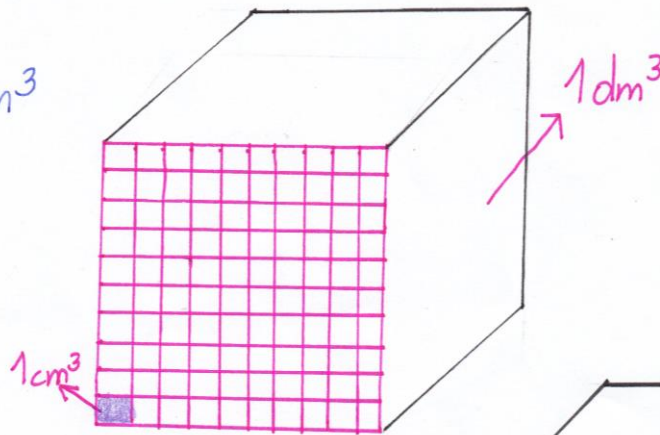


..... und das gilt auch für das Volumen!

# VOLUMEN

hl L dl cl ml

$$1L = 1dm^3$$



Schätzung:

Wie viel Volumen hat ein Wassertropfen?

Schätzung Anja: 0,01 ml

Schätzung Magdalena: 0,5 ml

Er hat 33 Mikroliter.

### c. Verbreitung und Vernetzung

- Durch diverse Angebote an Fortbildungsveranstaltungen zu „Kompetenzorientierung im Mathematikunterricht“.
- Information an die Eltern

## 6 GENDER & DIVERSITÄT

Durch die Form der Freiarbeit hat jedes Kind seinen Platz in der Klasse und kann in seinem Tempo entsprechend seiner Fähigkeiten mit und von anderen lernen. Das gilt für alle Kinder, unabhängig von ihrer sozialen Herkunft, ihrem Leistungsvermögen oder der Leistungsbereitschaft, des Intellekts oder Arbeitsverhaltens. Jedes Kind erhält das gleiche Angebot und die gleiche Chance, sich das zu holen, wozu es gemäß seines Entwicklungsstandes in der Lage ist. Würde ein Außenstehender dem Unterricht beiwohnen, wäre es ihm auch nicht möglich unsere Kinder mit sonderpädagogischem Förderbedarf zu erkennen, da sie immer integriert sind.

# 7 EVALUATION

## a. Konzept

Unseren Schülern und Schülerinnen wurde ein auf Verständnis ausgerichteter Mathematikunterricht geboten ohne Vereinfachung durch Systeme. Wir entschieden uns für diese Methode, weil Kinder auch die Welt von Anfang an komplex wahrnehmen und alles verarbeiten, was ihr Entwicklungsstand zulässt. Insofern ist klar, dass nicht jedes Kind zur gleichen Zeit im gleichen Maße erfolgreich sein kann. Zu unterschiedlich sind die Lernvoraussetzungen und Entwicklungsstände. Wir nehmen aber an, dass durch ein ständiges Angebot an Vernetzung im Laufe der Zeit ein tiefergehendes mathematisches Verständnis vorliegt, als mit Hilfe von auswendig gelernten Systemen erreicht werden kann.

Die Grundlage für lebenslanges, verständnisorientiertes Lernen, wie es kompetenzorientierter Unterricht zum Ziel hat, hängt unserer Meinung nach von vielen Faktoren ab. Zu diesen zählen neben didaktischen Angeboten und aktiver Auseinandersetzung mit Problemstellungen auch Lernkonzepte. Da wir in alle Bereiche sehr viel Energie investierten, wollen wir nun herausfinden, ob sich gewünschte Erfolge einstellen.

Deswegen arbeiteten wir mit drei Formen der Evaluation:

- Erhebung der Lernkonzepte mittels Fragebogen
- Feststellung der innermathematischen Kompetenzen mittels eines schriftlichen Tests, der am Ende des Schuljahres unangekündigt geschrieben wurde
- Aufzeichnung mündlicher Aussagen und schriftlicher Beiträge von Schülern und Schülerinnen während des Schuljahres

## b. Ergebnisse

Um einiges über die Lernkonzepte unserer Schüler- und Schülerinnen in Erfahrung zu bringen, stellten wir ihnen einige Fragen hinsichtlich ihrer Ziele und ihres Informationsstandes bezüglich der Kompetenzstufen.

- 1.0 grundlegendes Verständnis
- 2.0 guter Überblick
- 3.0 guter Überblick mit Anwendungskompetenz
- 4.0 sehr guter Überblick mit Anwendungskompetenz und Transferleistungen

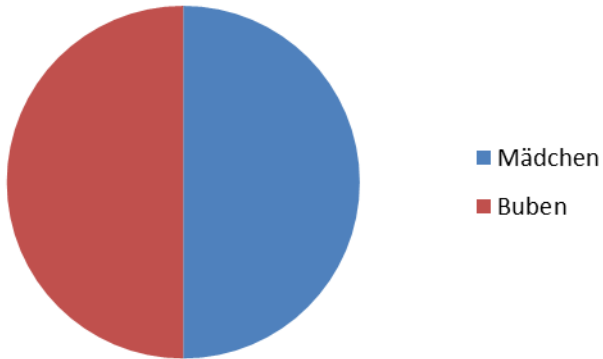
Wir wollten mittels Fragebogen Aufschluss gewinnen über Zielsetzungen unserer Schüler und Schülerinnen und stellten ihnen folgende Fragen:

Frage 1: Ich setze mir zum Ziel eine bestimmte Kompetenzstufe zu erreichen

Frage 2: Ich bin über die Anforderungen der einzelnen Kompetenzstufen gut informiert

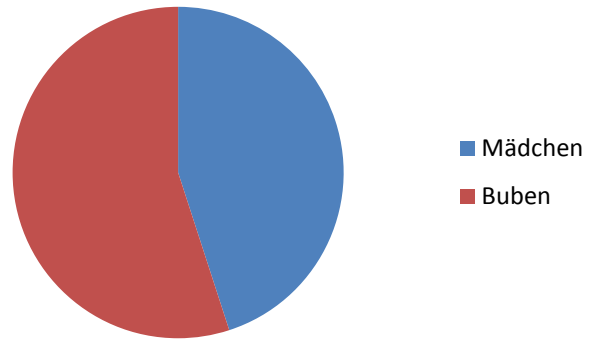
Zusammensetzung der 1A-Klasse:

9 Buben, 9 Mädchen

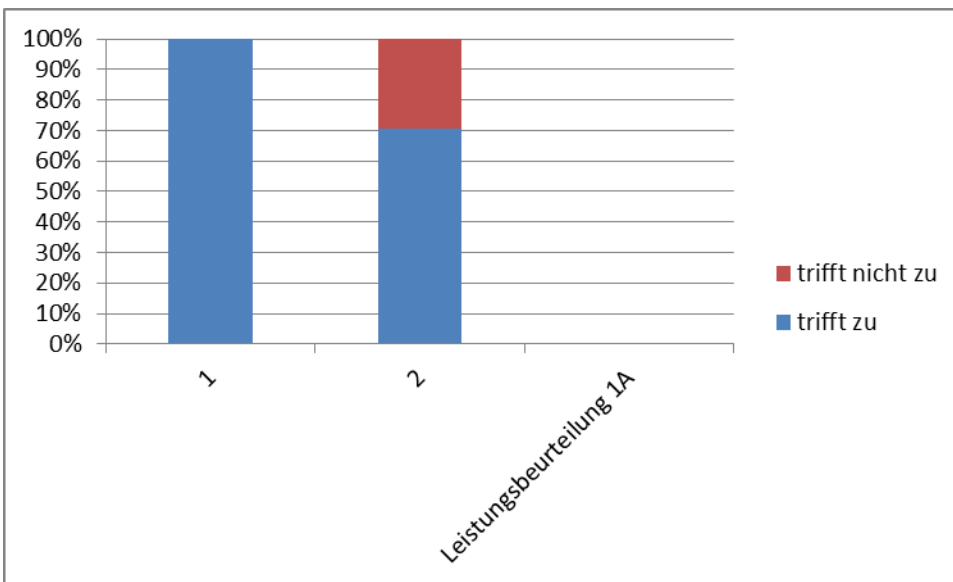


Zusammensetzung der 1B-Klasse:

11 Buben, 9 Mädchen

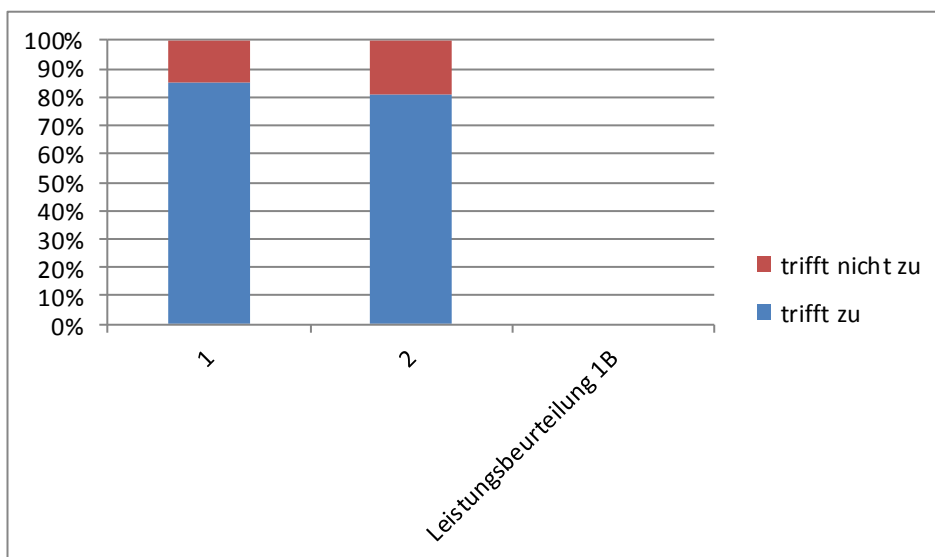


Ergebnisse der 1A-Klasse:



1.  
Ich setze mir zum Ziel eine bestimmte Kompetenzstufe zu erreichen
2.  
Ich bin über die Anforderungen der einzelnen Kompetenzstufen gut informiert

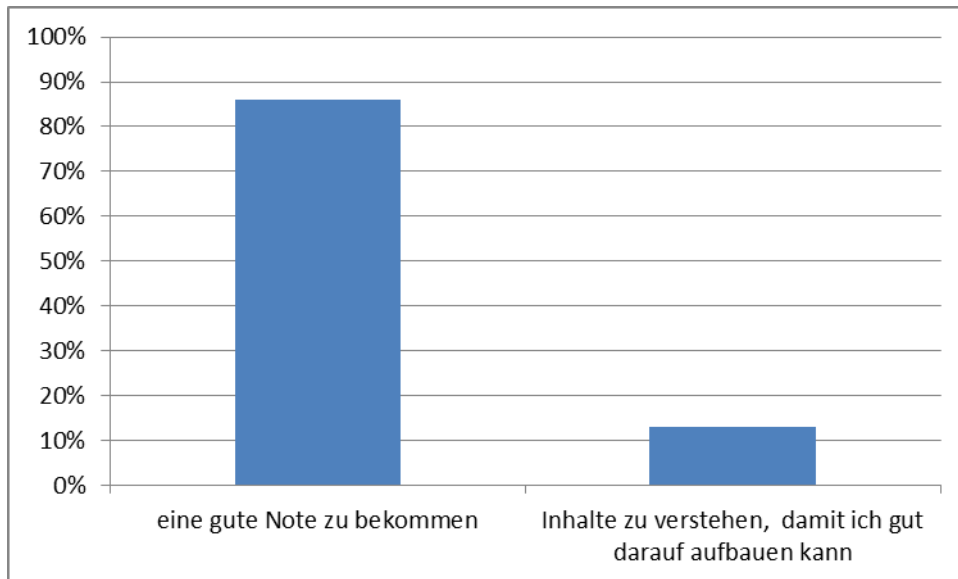
Ergebnisse der 1B-Klasse:



Ein Großteil unserer Schüler und Schülerinnen setzt sich zum Ziel, eine bestimmte Kompetenzstufe zu erreichen und weiß über die Anforderungen Bescheid. Die Kinder schätzen sich dabei durchwegs realistisch ein. Das sind optimale Bedingungen für einen erfolgreichen Lernprozess.

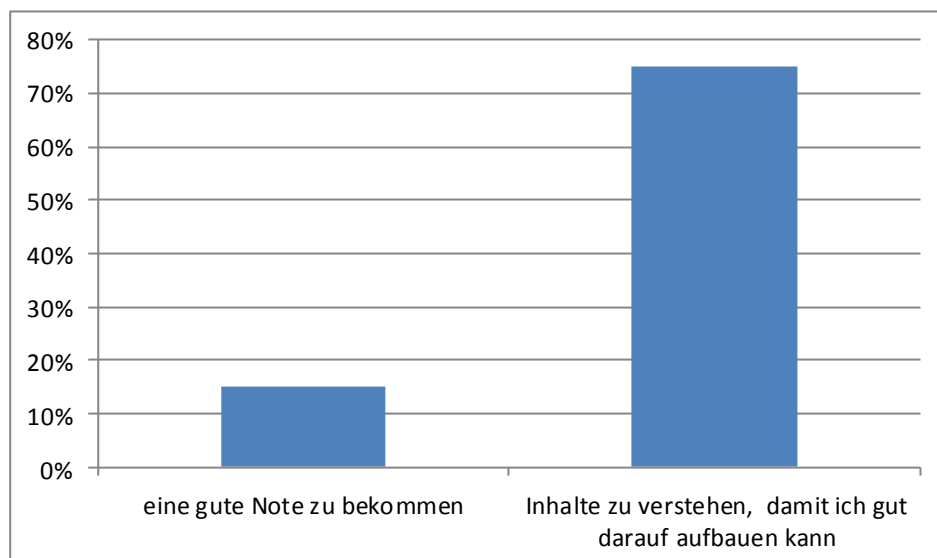
In diesem Zusammenhang ist für uns von Interesse, wo ihre Präferenzen liegen – in einer guten Note oder einem guten Verständnis.

Ergebnisse der 1A-Klasse:



Mir ist wichtiger ...

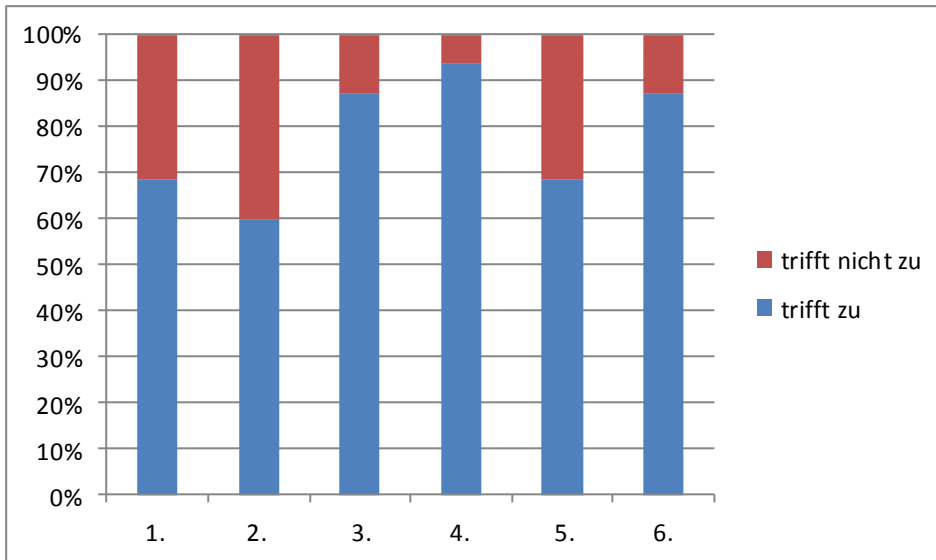
Ergebnisse der 1B-Klasse:



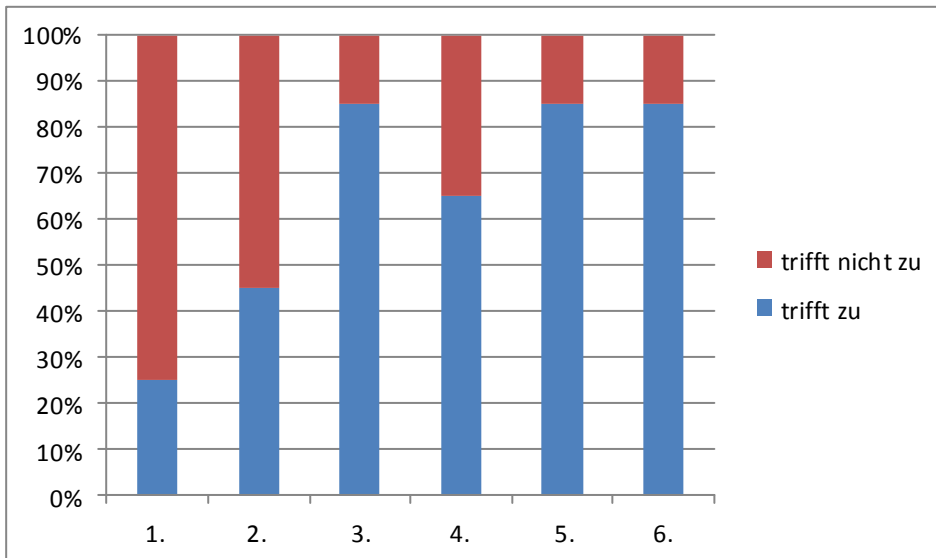
Hier liegen interessanterweise völlig konträre Ergebnisse der beiden Klassen vor. Die 1A ist die allgemein etwas leistungsstärkere Klasse. Das Ziel eine gute Note zu erreichen, entspricht zwar nicht ganz unseren Vorstellungen von Lernen, führt aber auch zu einem ausbaufähigen Grundverständnis, wenn der Wert des Lernens erkannt und durch gute Noten belohnt werden kann.

Folgende Fragen geben wertvolle Einblicke in die Anstrengungsbereitschaft und Einstellung der Schüler und Schülerinnen zu offenen Lernformen.

Ergebnisse der 1A-Klasse:



Ergebnisse der 1B-Klasse:

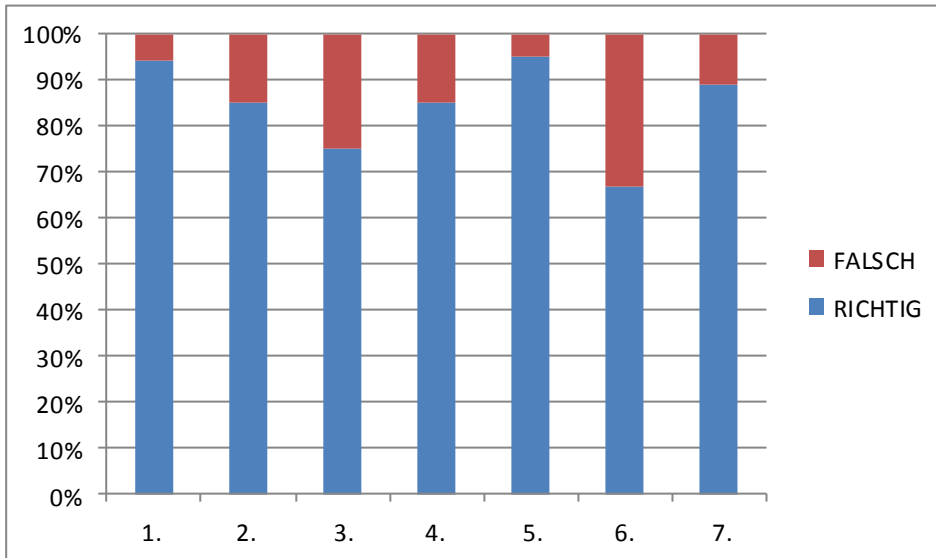


1.  
Ich habe gern, wenn mir die Inhalte erklärt werden, damit ich möglichst wenig denken muss.
2.  
Ich liebe Herausforderungen – je schwieriger die Inhalte, desto mehr freue ich mich über meinen Erfolg
3.  
Ich habe Spaß daran, mir Inhalte selbst zu erarbeiten.
4.  
Die Selbsterarbeitung von Inhalten hilft mir dabei, sie besser zu verstehen.
5.  
Ich denke gerne über Sachverhalte nach und möchte Zusammenhänge verstehen.
6.  
Die Lernkarten waren bei der Wiederholung hilfreich.

Von diesen Ergebnissen sind wir positiv überrascht. Die Kinder sind für ihr Alter sehr reif. Viele von ihnen erkennen für sich den Wert einer selbstständigen Auseinandersetzung mit Wissensinhalten. Uns interessierte dabei vor allem die Auswertung der vierten Frage. Im Vergleich zum Spaßfaktor blieb der Wert für besseres Verständnis etwas zurück. In der 1B Klasse hat immerhin rund 1/3 nicht das Gefühl, dass geistige Produktivität zu besserem Verständnis führt.

Im Bereich der innermathematischen Kompetenzen interessierte uns, ob die Schüler und Schülerinnen nach der intensiven Phase handelnden Lernens über entsprechende Größenvorstellungen von 1dag, 1kg, 1m, 1 km, 1cm<sup>2</sup>, 1cm<sup>3</sup> bzw. 1dm<sup>2</sup> verfügen.

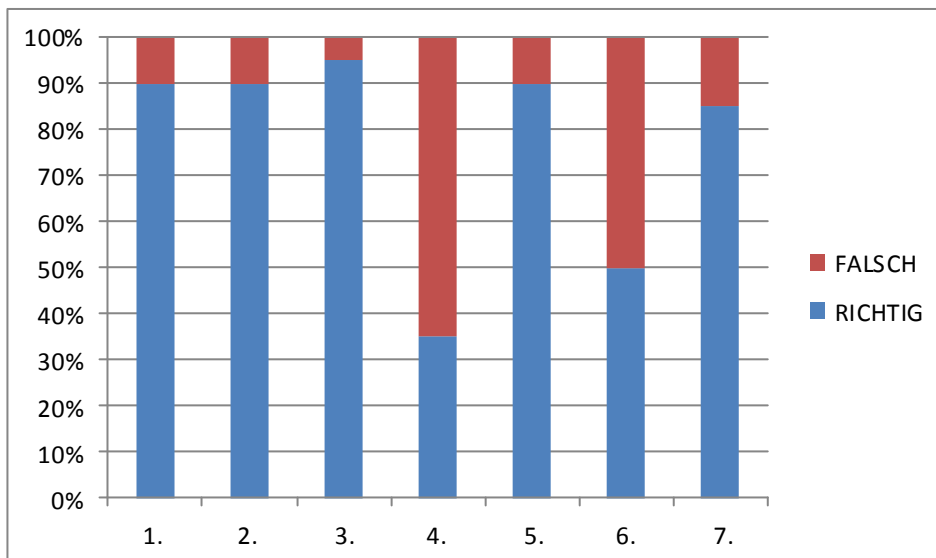
Ergebnisse der 1A-Klasse:



Wir stellten ihnen dazu folgende Fragen bzw. Arbeitsaufträge:

1.  
Was wiegt etwa 1 dag?
2.  
Was ist genau 1 kg schwer?
3.  
Was ist ungefähr 1 m lang?
4.  
Was ist von der Schule ungefähr 1 km weit entfernt?
5.  
Zeichne 1 cm<sup>2</sup>!
6.  
Zeichne 1 cm<sup>3</sup>!
7.  
Zeichne 1 dm<sup>2</sup>!

Ergebnisse der 1B-Klasse:



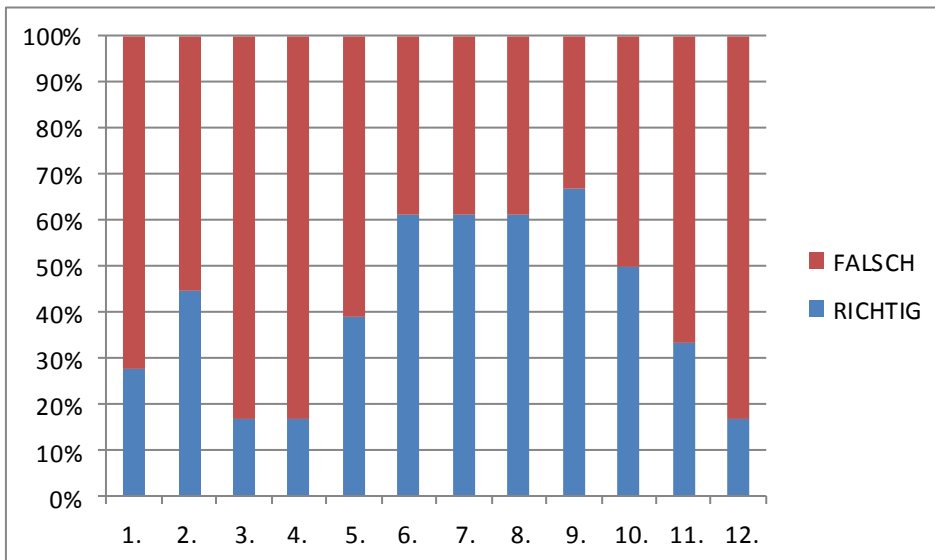
Die Auswertung der Abschätzung eines Kilometers gestaltete sich etwas schwierig. Angaben von Dingen, die wir nicht kennen, wie „das Haus meines Opas“ rechneten wir vorsichtshalber zu den falschen Angaben, ebenso Entfernungen unter 600 m. Deswegen fiel dieser Wert in der 1B Klasse im Vergleich zu den anderen Werten etwas ab. Auch die räumliche Darstellung eines cm<sup>3</sup> stellte für manche Schüler und Schülerinnen eine Hürde dar.



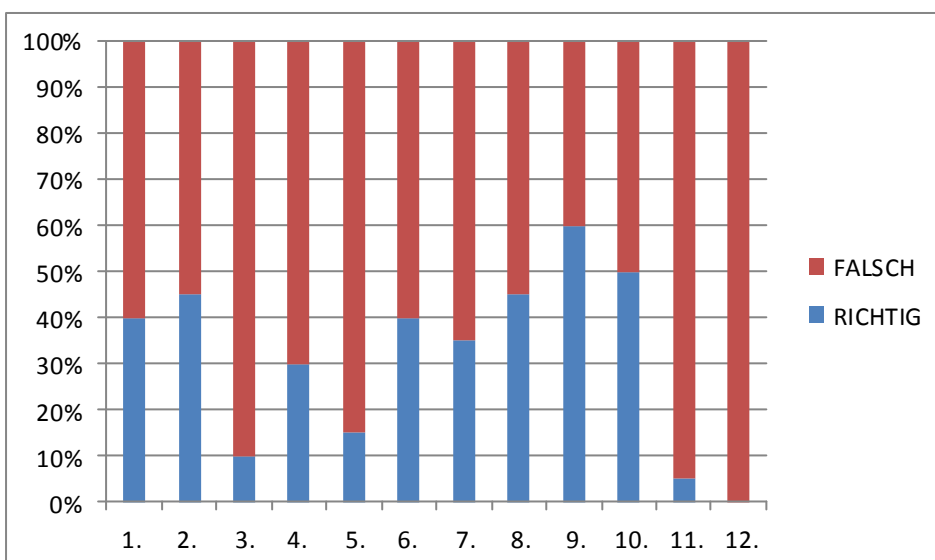
Jetzt kommen wir in den Bereich der Vernetzung von Lerninhalten und schon fallen die Ergebnisse ab. Wir übten keine Maßverwandlungen, arbeiteten aber an der Bedeutung der Begriffe kilo, dezi, centi, milli, sowie an konkreten Vorstellungen und Vorgängen des Erweitern und Kürzens (im Stellenwertsystem). Wir ließen die Schüler und Schülerinnen nun Größenangaben von 1 dag, 1dm<sup>2</sup>, 1m, 1dm<sup>3</sup> in der nächstgrößeren bzw. kleineren Einheit angeben.

Die schlechtesten Ergebnisse erzielten die Flächen- und Volumseinheiten. Die Schüler und Schülerinnen stehen anscheinend mit den Hundertstel der Flächen- und Tausendstel der Raummaße noch etwas auf Kriegsfuß. Das werden wir im kommenden Schuljahr verstärkt berücksichtigen.

### Ergebnisse 1A-Klasse



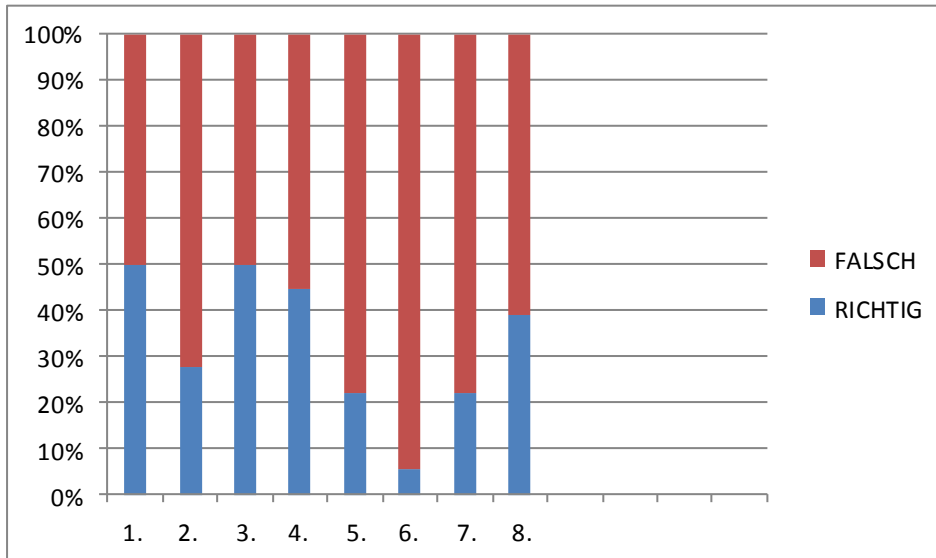
### Ergebnisse 1B-Klasse



1. 1 dag in kg angeben
2. 1 dag in g angeben
3. 1 dm<sup>2</sup> in m<sup>2</sup> angeben
4. 1 dm<sup>2</sup> in cm<sup>2</sup> angeben
5. 1 l in hl angeben
6. 1 l in dl angeben
7. 1 l in cl angeben
8. 1l in ml angeben
9. 1m in km angeben
10. 1 m in dm angeben
11. 1 dm<sup>3</sup> in m<sup>3</sup> angeben
12. 1 dm<sup>3</sup> in cm<sup>3</sup> angeben

Ähnliche Ergebnisse finden wir auch bei Maßverwandlungen im Kontext mit folgenden Fragestellungen:

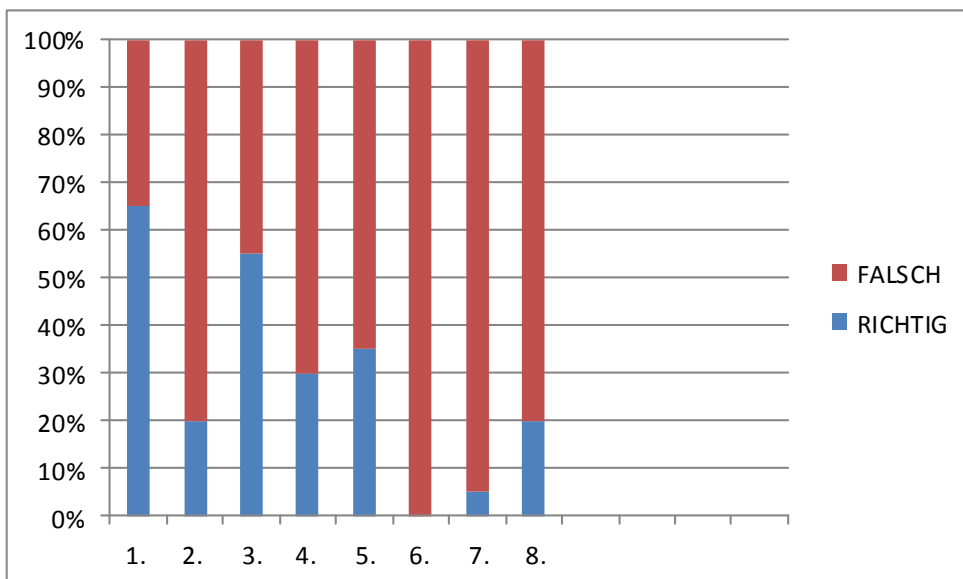
### 1A-Klasse



Gib alle Größenangaben in der nächst- kleineren bzw. größeren Einheit an:

1. Unsere Wanderroute betrug 25 km
2. 3. Weil ich so durstig war, trank ich 2,5 l Wasser
4. 1 Smartie wiegt nur  $\frac{1}{2}$  g (dag)
5. 6. Unsere Wohnung hat eine Fläche von 3a
7. 8. Mein Vater trank  $\frac{3}{10}$  l Wein

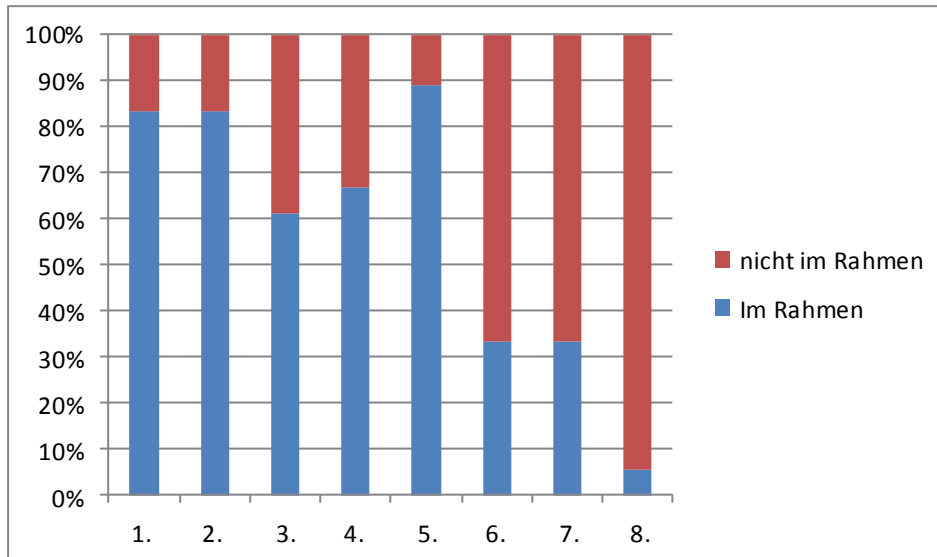
### 1B-Klasse



Einige Größenvorstellungen bereiten noch Probleme. Die Vernetzung zum Stellenwertsystem wird noch nicht entsprechend von allen genutzt.

Nun setzten sich die Schüler und Schülerinnen mit dem Abschätzen von Größen anhand von bildhaften Darstellungen oder realen Objekten auseinander. Wir wählten dazu Länge und Masse eines Elefantenbabys, dargestellt mit Erwachsenen, Länge und Breite eines 4-stöckigen Hochhauses, Länge, Breite und Fläche eines Schülertisches und Volumen des Klassenzimmers in  $m^3$  und l.

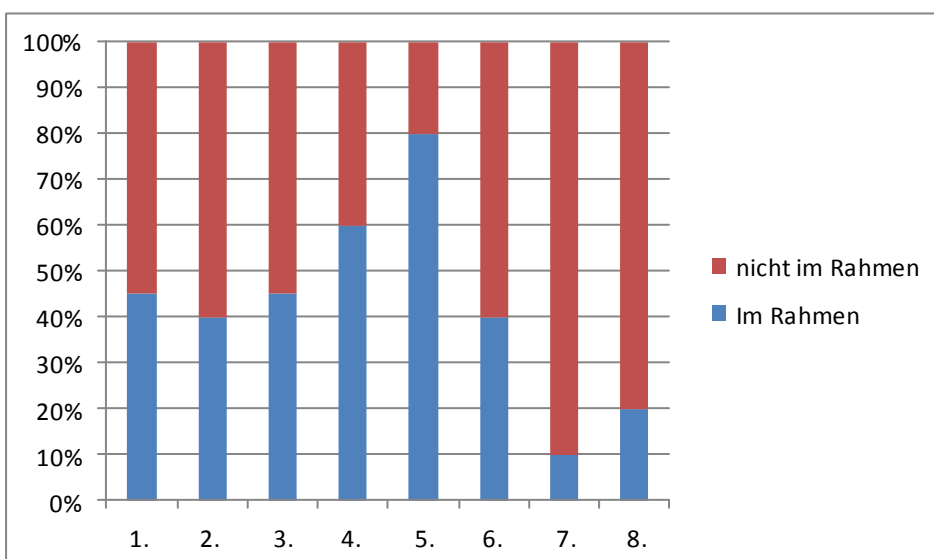
### Ergebnisse der 1A-Klasse



Gib das ungefähre Maß an:

1. Länge eines frühgeborenen Elefantenbabys (Bild)
2. Masse des Elefantenbabys
3. Höhe eines 4-stöckigen Hochhauses (Bild)
4. Breite des Hochhauses
5. Maße des Schülertisches
6. Fläche des Schülertisches
7. 8. Volumen des Klassenzimmers (7. in  $m^3$  ; 8. in l)

### Ergebnisse der 1B Klasse



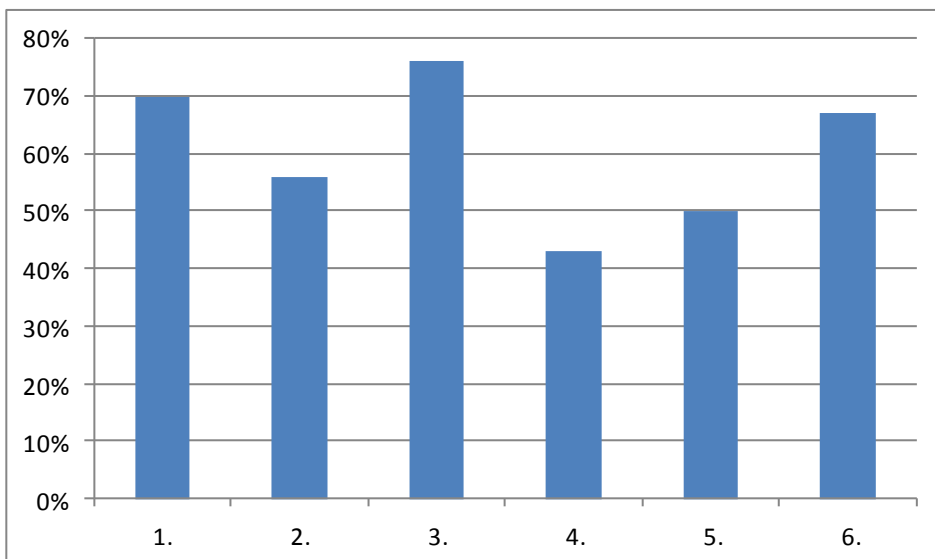
Beim Abschätzen von Flächen- und Rauminhalten sind wir noch mit einigen Schwierigkeiten konfrontiert. Die Kinder hätten auf Grund ihrer guten Längenschätzungen, die Flächen ihrer Schülertische berechnen können. Einige setzten diese Idee um und übertrugen ihr Wissen auch auf Volumsberechnungen. Für manche Kinder waren diese sehr einfach. Nach Erkenntnisgewinn mit den  $cm^3$  Würfeln konnten sie ohne Probleme über die Multiplikation die Anzahl der  $cm^3$  bzw.,  $dm^3$  oder  $m^3$  bestimmen.

Im 2. Teil unserer innermathematischen Kompetenzmessungen werfen wir einen Blick auf vernetztes Denken in Zusammenhang mit den 4 Grundrechenarten in Bruch- und Dezimalform. Auch das wurde in der kombinierten Form nicht geübt. Wir wollen herausfinden, ob bereits ein Verständnis vorliegt und die Schüler und Schülerinnen von verschiedenen Vorgängen Bilder konstruieren können.

Wir wählten dazu 2 einfache Angaben in Bruchform ( $\frac{6}{10}, \frac{2}{10}$ ) und ließen damit alle 4 Rechenoperationen durchführen, was zu einiger Verwirrung beitrug, vor allem bei denjenigen Schülern und Schülerinnen, deren gewonnene Erkenntnisse noch nicht entsprechend gefestigt sind, oder kein Verständnis für die Vorgänge des Multiplizierens und Messens gegeben ist.

Wir splitteten diese Ergebnisse nicht mehr nach Klassen:

Bereich der Addition:



**1.**  
Rechnungen von Bruchform in Dezimalform überführen (z, h)

**2.**  
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$  in Dezimalform angeben

**3.**  
 $\frac{6}{10} + \frac{2}{10} =$

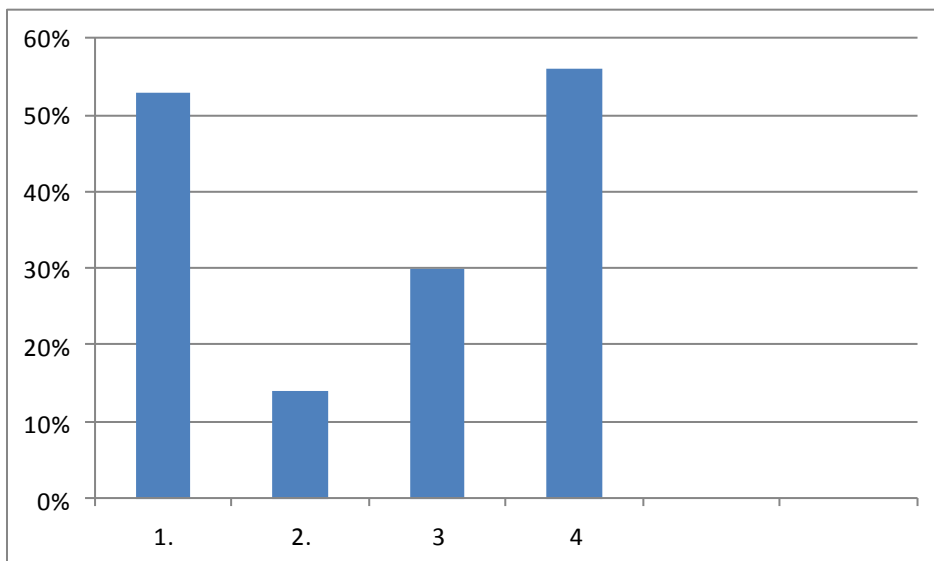
**4.**  
 $\frac{6}{10} + \frac{2}{100} =$

**5.**  
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$

**6.**  
Bildhafte Darstellung anhand eines Hundertergitters

Aufgabe 4 und 5 geben uns Aufschluss über die vorhandene Wissenstiefe bezüglich der Addition. Solche Aufgaben begegneten den Kindern nie in Bruchform, wohl aber in Dezimalform. Uns interessierte, ob die Kinder aus logischen Überlegungen, oder aber durch Vernetzung mit der Dezimalform auf das richtige Ergebnis kommen.

### Bereich der Multiplikation



1.  
 $\frac{6}{10} \cdot \frac{2}{10} =$

2.  
 Bildhafte Darstellung des Vorgangs

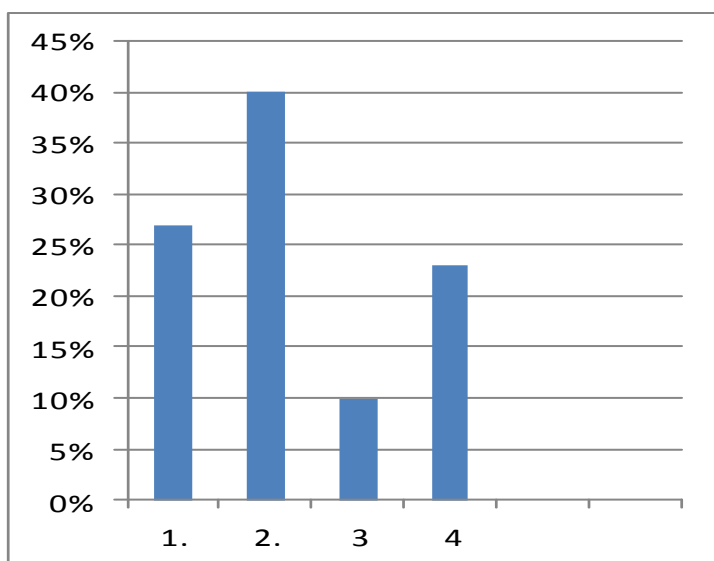
3.  
 Bildhafte Darstellung des Ergebnisses

4.  
 Falsche Darstellung

Mit der grafischen Darstellung des Rechengvorgangs der Multiplikation können wenige Kinder umgehen, obwohl sie sich damit beschäftigen. Nur 14% schaffen diese Aufgabe. Vergleichsweise dazu kommen viele trotzdem zu einem richtigen Ergebnis. Bei der bildhaften Darstellung zeichnen 14% den Vorgang, 30% das Ergebnis, bei 56% der Schüler und Schülerinnen führen falsche Rechenergebnisse ( $\frac{12}{10}, \frac{12}{20}$ ) auch zu falsche bildhaften Darstellungen, einige weichen auf die Addition aus. Wir zie-

hen aus diesem Ergebnis den Schluss, dass ein Verständnis für die Multiplikation bei vielen leider noch nicht gegeben oder gefestigt ist. Steigen die Anforderungen, weicht das Gehirn manchmal auf einfachere Rechenarten aus – ohne die Korrektheit in Frage zu stellen – eine sehr interessante Tatsache, die man immer wieder beobachten kann.

### Bereich der Division:



Ähnliche Beobachtungen, zeigen sich auch bei der Division.

### Aufgabenstellung:

$$\frac{6}{10} : \frac{2}{10} =$$

1.

Richtiges Ergebnis

2.

$$\frac{3}{10} \text{ als Ergebnis}$$

3.

Andere Ergebnisse

$$\frac{12}{100}, \frac{4}{10}, \frac{8}{10}$$




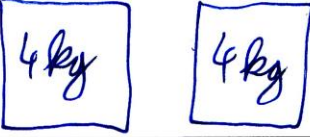
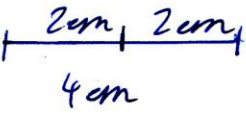
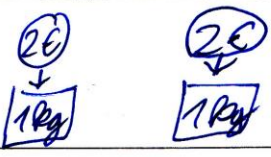
4.

Kein Ergebnis

Die Erarbeitung im Unterricht erfolgte über das Messen mit folgenden Fragestellungen: „Wie oft passen 2z in 6z hinein?“ Auf Grund dieses Zugangs tauchten in der Erarbeitungsphase auch keine Probleme auf. Da der Vorgang des Messens anscheinend noch nicht richtig verstanden wurde, häuften sich in diesem Bereich nun doch die Fehler.

Die gleichen Aufgabenstellungen vollzogen wir schließlich auch über das Rechnen mit Größen. Wir nahmen die Zahlen 4 und 2 und erstellten daraus 10 verschiedene Aufgaben, die nicht alle Sinn machen. Auch das sollten die Schüler und Schülerinnen erkennen.

Rechne und zeichne! Streiche alle Rechnungen durch, die keinen Sinn machen!

| Rechnung  | Zeichnung   |
|---|---|
| <del><math>4\text{cm} + 2 =</math></del>              |   |
| $4\text{cm} + 2\text{cm} = 6\text{cm}$                |    |
| $4\text{cm} \cdot 2 = 8\text{cm}$                     |   |
| $4\text{cm} \cdot 2\text{cm} = 8\text{cm}^2$          |   |
| <del><math>4\text{kg} \cdot 2\text{kg} =</math></del> |   |
| $4\text{kg} \cdot 2 = 8\text{kg}$                     |  |
| $4\text{cm} : 2 = 2\text{cm}$                         |  |
| $4\text{cm}^2 : 2\text{cm}^2 = 2\text{cm}^2$          |   |
| $4\text{€} : 2\text{kg} = 2\text{€}/\text{kg}$        |  |
| <del><math>4\text{€} \cdot 2\text{kg} =</math></del>  |   |

Thomas (Name wurde geändert) beherrscht das Handwerk der Mathematik schon recht gut und verfügt über vielseitige Kompetenzen zur Lösung verschiedener Problemstellungen.

Er kennt das „Gesetz der Addition“: Man darf nur gleiche Größen addieren, die erste Aufgabe macht also keinen Sinn.

Dieses Wissen wird er in späterer Folge auf die Addition ungleichnamiger Brüche, das Rechnen mit Variablen, die gesonderte Behandlung der Binome sowie auf das Rechnen mit Bruchtermen erweitern.

Thomas hat auch den Vorgang der Multiplikation als Verkürzung der Addition gleicher Faktoren verstanden: Ich kann eine Größe 2mal, 3mal, ....aber auch 0,5-mal, also  $\frac{1}{2}$ -mal nehmen. Diese Erkenntnis wird er später bei der Berechnung des Prozentwerts anwenden und Formeln dazu erstellen. Weiters wird sie ihm eine Hilfe für das Verständnis der Regel der Multiplikation mit negativen Vor- bzw. Rechenzeichen sein.

Er erkennt auch die Zweidimensionalität des Flächeninhalts ( $1\text{cm} \cdot 1\text{cm}$ ). Mit dieser Erkenntnis wird er Flächenformeln durch Rückführung auf die Rechtecksfläche entwickeln. Schon jetzt führt er problemlos Flächen- und Volumsberechnungen durch.

Es ist ihm klar, dass die Masse nur eine Dimension hat und insofern  $\text{kg} \cdot \text{kg}$  keinen Sinn ergibt, da  $\text{kg}^2$  im täglichen Leben nicht vorkommt.

Mit den Rechnungen  $4\text{cm} : 2 = 2\text{cm}$  oder  $4\text{kg} : 2 = 2\text{kg}$  kann er Bruchteile von Größen berechnen. Dieses Grundverständnis bietet ihm die Möglichkeit, bereits jetzt Prozentwerte und Zinsen durch logische Überlegung zu berechnen. Das konnte er im Unterricht bereits unter Beweis stellen.

Ein Verständnis für das Messen ist noch nicht gegeben. Das wird er für die Berechnung von Prozentsätzen brauchen.

Gerechtes Aufteilen einer Größe auf eine zweite ist bei den Funktionen vielseitig im Einsatz. Damit kann er Geschwindigkeiten berechnen, Dichteberechnungen durchführen und jede Schlussrechnung im direkten Verhältnis durch logische Überlegung lösen.

Schließlich erkennt er, dass die Multiplikation von € mit kg nur Sinn macht, wenn der Preis für 1 kg bekannt ist (€/kg) und man die kg weglassen kann, weil sich gleiche Einheiten wegekürzen. Das wird er schließlich auch beim Rechnen mit Variablen anwenden.

Mit Blick auf die Größen wird er erkennen, dass man kW mit h multiplizieren kann, weil der Stromzähler die kWh zählt und die kW proportional mit den Stunden ansteigen ....



Rechne und zeichne! Streiche alle Rechnungen durch, die keinen Sinn machen!

| Rechnung                                      | Zeichnung |
|---|-----------|
| $4\text{cm} + 2 = 6\text{cm}$                 |           |
| $4\text{cm} + 2\text{cm} = 6\text{cm}^2$      |           |
| $4\text{cm} \cdot 2 = 8\text{cm}$             |           |
| $4\text{cm} \cdot 2\text{cm} = 8\text{cm}^2$  |           |
| $4\text{ kg} \cdot 2\text{ kg} = 8\text{ kg}$ |           |
| $4\text{ kg} \cdot 2 = 8\text{ kg}$           |           |
| $4\text{cm} : 2 = 2\text{cm}$                 |           |
| $4\text{cm}^2 : 2\text{cm}^2 = 2\text{cm}^2$  |           |
| $4\text{€} : 2\text{kg} =$                    |           |
| $4\text{€} \cdot 2\text{kg} =$                |           |

Florian (Name wurde geändert) muss noch lernen, genau hinzuschauen und zu vergleichen, um Unterschiede bzw. Gemeinsamkeiten zu erkennen. Die Rechnung lautet  $4\text{cm} + 2$ . Er zeichnet  $4\text{cm} + 2\text{cm}$ . Kleine Änderungen in der Mathematik haben ja bekanntlich große Wirkung. Er zeichnet schließlich  $4\text{cm} + 2\text{cm}$  richtig. Es ist ihm sicherlich klar, dass das Ergebnis  $6\text{cm}$  sind und nicht  $6\text{cm}^2$ . Florian muss noch lernen, sich Dinge vorzustellen und diese Vorstellung bei der Lösung von Aufgaben zu berücksichtigen. Wenn ich ihn auffordere,  $1\text{cm}^2$  zu zeichnen, gelingt ihm das auch. Wenn er  $1\text{cm}^2$

zeichnen kann, scheitert er auch nicht an  $8\text{cm}^2$ , welche er richtig als Ergebnis von  $4\text{cm} \cdot 2\text{cm}$  erkannt hat. Florian ist noch ein Systemlerner. Er versucht sich Dinge auswendig zu merken, hat aber kein Bild im Kopf, es fehlt also der mathematische Zugang. Bisher war er mit dieser Strategie durchaus erfolgreich. Wenn sich die Systeme häufen, werden sich Probleme einstellen, wie aus dem Testergebnis bereits ablesbar.

Ähnliches beobachten wir bei vielen Kindern, die noch nicht zu den guten Mathematikern bzw. Mathematikerinnen zählen.

Rechne und zeichne! Streiche alle Rechnungen durch, die keinen Sinn machen!

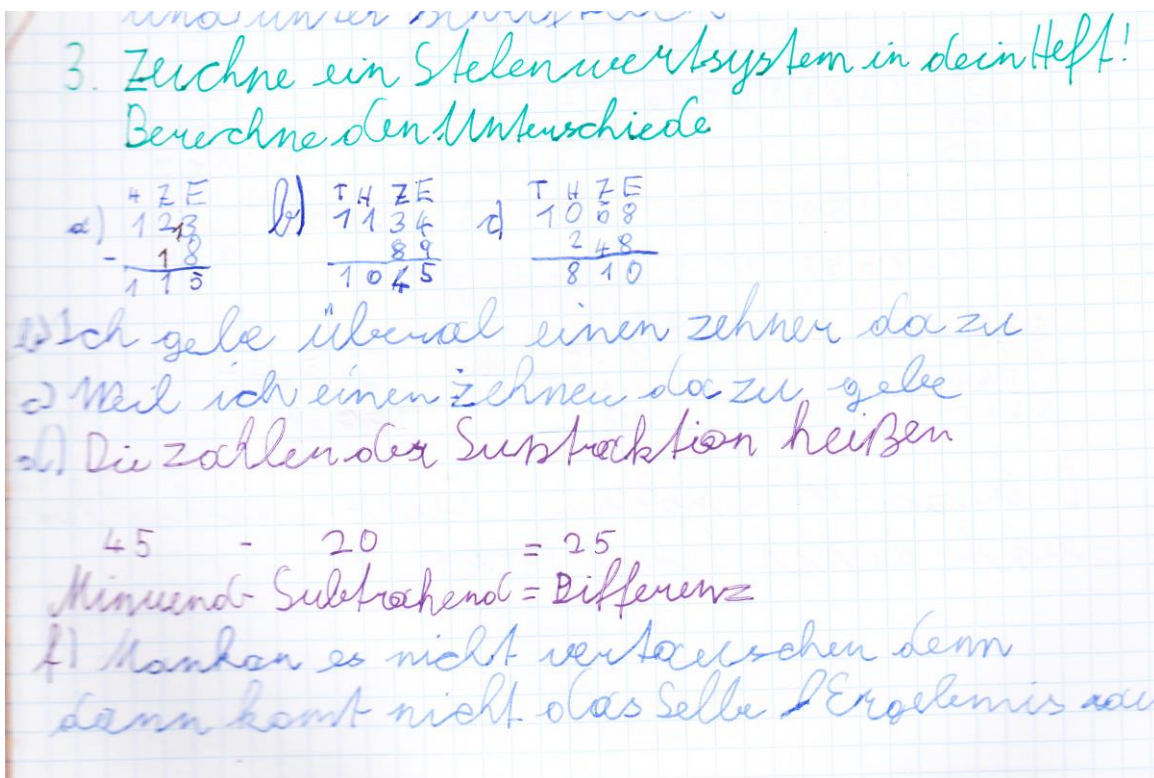
| Rechnung   | Zeichnung |
|--|-----------|
| <del><math>4\text{cm} + 2 =</math></del>   |           |
| $4\text{cm} + 2\text{cm} = 6\text{cm}$   |           |
| $4\text{cm} \cdot 2 = 8\text{cm}$  |           |
| $4\text{cm} \cdot 2\text{cm} = 8\text{cm}^2$<br><del><math>1\text{cm} \cdot 1\text{cm} = 1\text{cm}^2</math></del> |           |
| $4\text{kg} \cdot 2\text{kg} = 8\text{kg mal}$   |           |
| $4\text{kg} \cdot 2 = 8\text{kg}$  |           |
| $4\text{cm} : 2 = 2\text{mal } 2\text{cm}$   |           |
| $4\text{cm}^2 : 2\text{cm}^2 = 2\text{mal}$  |           |
| $4\text{€} : 2\text{kg} =$   |           |
| <del><math>4\text{€} \cdot 2\text{kg} =</math></del>   |           |

Daniel (Name wurde geändert) ist schon weiter in der Entwicklung seines mathematischen Verständnisses. Er hat schon vieles erkannt und macht sich über seine Darstellungen Gedanken. Das sieht man an seinen Korrekturen. Er hat die Messaufgabe richtig und kann das gerechte Aufteilen zeichnerisch darstellen. Transferleistungen gelingen hingegen noch nicht so gut. Die  $8\text{cm}^2$  resultierten aus der Zurückführung auf  $1\text{cm}^2$ . Hätte er dies auch auf die kg angewandt, wäre es ihm bewusst geworden, dass sich hier eine Verwechslung von Division und Multiplikation eingeschlichen hat.

Dass unsere Schüler und Schülerinnen im Laufe des ersten Schuljahres in der NMS lernten, Zahlen Bedeutung zu verleihen zeigt ein weiteres Evaluationsergebnis.

Zu Beginn des Schuljahres waren nur 31% der Schüler und Schülerinnen bei der Aufgabe erfolgreich, zu einer Multiplikation ( $25 \cdot 7$ ) einen einfachen Text zu verfassen, am Ende waren es bereits 94%. Ähnlich ist das Ergebnis auch für die Division, da konnten wir den Prozentsatz von 33% auf 92% anheben.

Zum Abschluss noch einige Erklärungsversuche unserer Schüler und Schülerinnen zur Abwicklung von Algorithmen:



$$\begin{array}{r} 135 \cdot 24 \\ 270 \\ \underline{3540} \\ 3240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 135 \cdot 24 \\ 540 \\ \underline{270} \\ 3240 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6) 453 \cdot 251 \\ 2265 \\ \underline{906} \\ 113703 \end{array}$$

Wenn du zuerst mit der einen Multiplizieren musst du eine Stelle zurückern. Wenn du dann mit der 2. Stelle Multipliziert musst du auf die 2. Stelle rücken.

6) Für das erweitern brauche ich das Werkzeug Multiplizieren.

Ich multipliziere mit Zahlen. <sup>d.</sup> 10, 100, 1000

Die Mengen ändert sich nicht, ich habe zwar mehr Teile, aber die sind weniger wert.

Bei der Multiplikation mit 10, 100, 1000, 10 000, 100 000, 1 000 000

### Subtraktion:

Bei der Subtraktion musst du die größere <sup>Zahl</sup> oben schreiben. Danach musst du schauen wie viel das bei der 1. Ziffer auf die obere fehlt. Wenn bei der unteren 9 steht und oben 5, musst du rechnen 9 und wieviel ist 15 und dann wenn du die anderen Ziffern zusammengeählt hast musst du eins dazuwählen oder du rechnest die 1 zu der unteren Ziffer dazu.

$$\begin{array}{r} 1793 \longrightarrow \text{Minuend} \\ - 0371 \longrightarrow \text{Subtrahend} \\ \hline \underline{1422} \longrightarrow \text{Differenz} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 175 \\ - 39 \\ \hline 136 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 175 \\ - 39 \\ \hline 136 \end{array}$$

Wenn ich beiden  
 Einerstelle anfangs 43025  
 zu multipliziere  
 rechne ich die 860  
 Einer aus und  
 dann wenn ich die 215  
 Zehner rechne  
 muss auf die  
 Zehner Stelle 1075

rücken und dann eine Null dazugeben. Bei der Hunderterstelle muss ich auf die Hundertenstelle rücken und dann zwei Nullen dazugeben und so kann man das unendlich weit machen. Wenn ich alles multipliziert habe, muss ich dann alle Zahlen addieren.

Ich lerne den Umgang mit dem Werkzeug  
 der Division

Baustein 1

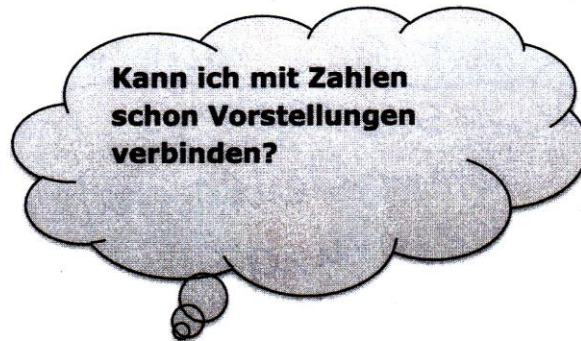
1. Ich kann den Algorithmus der Division  
 erklären




Ich mache eine Stellenwertbestimmung!  
 Ich habe nur einen Hunderter - diesen kann  
 ich nicht auf 3 Kinder aufteilen.  
 Ich beginne mit den Zehnern (10€ Scheinen): Davon  
 habe ich 14 Stück. Jedes Kind bekommt 4 Zehner.  
 Ich habe 12 Zehner ( $3 \cdot 4 = 12$ ) verteilt, von den  
 14 Zehnern sind 2 ( $14 - 12 = 2$ ) übrig geblieben.  
 Diese tausche (erweitere) ich auf € - macht 20  
 Einer plus dem Einer auf der Einerstelle -  
 macht 21 Einer (21 € herunter).  
 Nun teile ich die Einer (21) gerecht auf.  
 Jedes Kind bekommt 7 Einer. Ich habe  
 21 Einer verteilt. Es bleibt nichts über!  
 (0 Rest)

Euro Kinder

$$\begin{array}{r} \text{€} \\ 141 : 3 = 47 \text{ € / Kind} \\ \underline{-12} \\ 21 \\ \underline{-21} \\ 0 \text{ R} \end{array}$$

Ich habe berechnet, dass  
 jedes Kind 47€ erhält.



|  |   |  |
|--|---|--|
| <p>a) <math>35,8 \cdot 0,8</math><br/><u>28,64</u></p>   | <p>b) <math>45,5 \cdot 1,2</math><br/><u>910</u><br/><u>54,60</u></p>   | <p>c) <math>\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}</math></p>   |
| <p>1) Kannst du mit den Rechnungen schon Vorstellungen verbinden? Was könntest du damit berechnen? Schreibe alles auf, was dir zu den Aufgaben einfällt!</p>   |   |  |
| <p>1 T-Shirt  <br/>1 T-Shirt: 35,80€<br/>Berechne den Preis!</p> | <p><u>Aktion!</u><br/>Beim Kauf von 2 Stühlen ist auf den zweiten = 80%<br/></p> | <p>Es ist noch <math>\frac{1}{2}</math> Torte da du isst <math>\frac{1}{4}</math> davon. wieviel isst du von der ganzen Torte?</p> |

Nun noch einige Aussagen von Kindern während der gemeinsamen Reflexionsphasen, die mir in Erinnerung geblieben sind:

- $\frac{1}{2} \text{ g} = \frac{1}{20} \text{ dag}$
- Wenn ich :10 rechne, kann ich ja auch  $\cdot 0,1$  rechnen
- : 3 ist dasselbe wie  $\cdot \frac{3}{10}$

## c. Interpretation

Wir lesen aus den Ergebnissen ab, dass noch ein hartes Stück Arbeit vor uns liegt. In diesem Jahr steckten wir uns sehr hohe Ziele, die noch darauf warten von allen erreicht zu werden. Gut, dass noch einige Zeit vor uns liegt, in der wir auf das Grundverständnis aufbauen und es ausbauen können.

Die Schüler und Schülerinnen erreichten durch produktiven Umgang mit den Lernmitteln und einer hohen Eigenständigkeit unterschiedliche Wissenstiefen als Gradmesser für ihre Kompetenz. Viele haben dabei unsere Erwartungen gänzlich übertroffen. Wir hätten nicht gedacht, dass 11-jährige in der Lage sind so viel aus dem komplexen Angebot für sich zu holen und Inhalte so gut zu vernetzen.

Wir lernten auch, dass schriftliche Überprüfungen niemals ein Gradmesser für Wissenstiefe sind. Auf dem Blatt und auch bei allen Standardtestungen gibt es meist nur ein Falsch oder Richtig. Die Denkvorgänge der Kinder sind komplex und treten erst im direkten Dialog ans Tageslicht. Dann erkennt man, wie viel tatsächlich in ihnen steckt - viel mehr als Prüfungsergebnisse aussagen!

Es gilt, in Zukunft dieses Wissen so weit zu festigen, dass es richtig wiedergegeben werden kann. Ein weiteres Ziel ist, alle Kinder mit den Strategien auszustatten, über die erfolgreiche Lerner und Lernerinnen verfügen – genau zu schauen, Unterschiede und Gemeinsamkeiten zu erkennen und sich ein Bild zu machen. Dies werden wir auch in Zukunft trainieren.

Die Voraussetzungen dazu haben wir erst einmal geschaffen. Viele interessante Kapitel und produktive Aufgaben im nächsten Schuljahr werden zeigen, ob unsere Schüler und Schülerinnen in der Lage sind, vom richtigen Einsatz der Mathewerkzeuge Gebrauch zu machen.

Im Laufe der Zeit werden sie sich ein immer komplexeres Wissen aneignen und damit ihr Wissensnetz ausbauen. Genau hier setzt auch die kompetenzorientierte Leistungsbeurteilung an.

## 8 LITERATUR

Scott Darell und Marzano Robert (2014). Awaken the learner. Bloomington: Marzano Research Laboratory

Neuweg Georg Hans (2014). Schulische Leistungsbeurteilung. Linz: Trauner Druck GmbH

Weinert Franz E. (Hrsg) (2014). Leistungsmessungen in Schulen. Weinheim und Basel: Beltz

Ziener Gerhard (2008): Bildungsstandards in der Praxis Kompetenzorientiert unterrichten. Linden: Kallmeyer in Verbindung mit Klett

Voß Reinhard (Hrsg) (2005): Unterricht aus konstruktivistischer Sicht. Weinheim und Basel: Beltz

Siebert Horst (2007): Vernetztes Lernen. Augsburg: Kessler Druck und Medien

Konrad Klaus, Traub Silke (2003): Selbstgesteuertes Lernen in Theorie und Praxis. Nördlingen: Wagner GmbH

Kiper Hanna, Mischke Wolfgang (2008): Selbstreguliertes Lernen – Kooperation – Soziale Kompetenz. Stuttgart: Kohlhammer GmbH

Barzel Bärbel, Büchter Andreas, Leuders Timo (2012): Mathematik Methodik. Berlin: Cornelson

Leuders Timo (Hrsg)(2013): Mathematik Didaktik. Berlin. Cornelson

Turecek Katharina (2011): Erfolgreich mit dem Lernprofil. A-9431 St. Stefan: Druckerei Theiss GmbH

Gallin Peter, Ruf Urs (1998): Sprache und Mathematik in der Schule. Leipzig: Jütte Druck

Beck Henning(2014): Hirnrissig. München: Carl Hanser Verlag

Beer Rudolf, Chelly Astrid, Ilias Peter, Jilka Susanna, Steffan Christina, Varelija Gordan (2014): Genial! Mathematik 1 ( S31,75). Wien: Donau Forum Druck Ges.m.b.H

Hinkeldey Dietrich (2012). Problemorientierte Mathematikaufgaben 5/6. Donauwörth: Auer Verlag

Greefrath Gilbert (2010). Modellieren lernen mit offenen realitätsnahen Aufgaben. Wuppertal: Aulis Verlag

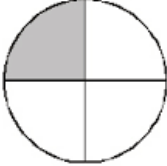
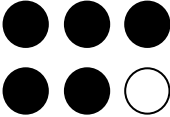

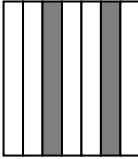


Holt, J. (2009). „In jeder wachen Stunde“ In: J.Hunt (Hrsg): Das Freilerner Buch: Betrachtungen zum Leben ohne Schule. S93-96



## 9 ANHANG

### Baustein 1

**Ich kann Bruchteile von Mengen angeben :** *Zeichne in dein Heft und gib die Bruchteile an:*

| Ganzes ( $1, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}, \dots, \frac{100}{100}, 100\%$ )                         | besteht aus  | Bruchteil   | Bruchform   |
|--|--|---|---|
| <p>1 Torte</p>              | <p>4 Teilen (Stücken): <math>\frac{4}{4}</math></p>    | <p><i>graues Stück</i></p> <p>1 Stück von 4 Stücken</p>     | $\frac{1\text{Stück}}{4\text{Stücke}} = \frac{1}{4}$    |
| <p>6 Kreise</p>             | <p>6 Teilen (Kreise): <math>\frac{6}{6}</math></p>     | <p><i>schwarze Kreise</i></p> <p>5 Kreise von 6 Kreisen</p> | $\frac{5\text{Kreise}}{6\text{Kreise}} = \frac{5}{6}$   |
| <p>1 Tafel Schokolade</p>  | <p>24 Teilen (Stücken): <math>\frac{24}{24}</math></p> | <p><i>1 Rippe</i></p> <p>4 Stücke von 24 Stücken</p>        | $\frac{4\text{Stücke}}{24\text{Stücke}} = \frac{4}{24}$ |
| <p>1 Rechteck</p>         |  | <p><i>graue Streifen</i></p>                                |   |
| <p>5 cm</p>               |  | <p><i>3cm</i></p>   |   |
| <p>3 Kinder</p>           |  | <p><i>blonde Kinder</i></p>                                 |   |

*Erkenntnis: Ganze (Mengen) kann man beliebig wählen. Arbeitsblatt B1*

**Baustein 1: Das habe ich gelernt:**

## Baustein 2

### Ich weiß wofür Zahlen stehen können:

| 1. Mengen   | 2. Größen  | 3. Vorgänge  |
|---|--|--|
| Alles, was ich zählen kann:<br>Tische, Sesseln, Kinder, ..... | Alles, was ich in kleineren (oder größeren Einheiten) angeben kann , z.B.: 1m = 100 cm | Wie oft ich etwas mache.<br><i>Ich war 3-mal Schifahren.</i> |

Menge, Größe oder Vorgang? Ordne folgende Begriffe richtig zu!

Kugeln, Torten, Meter, bezahlen, schwimmen, Pizza, Kilogramm, Euro, bestellen, Kinder, Liter, anmalen.

### Baustein 2: Das habe ich gelernt:

## Baustein 3

Bruchform als Zwischengröße

### Ich kann Zwischengrößen angeben

Was liegt zwischen

- a) 1 l und 2 l
- b) 3 m und 4 m
- c) 0 kg und 1 kg?

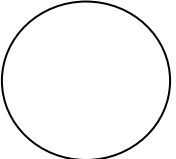

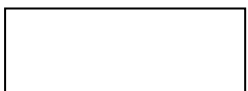
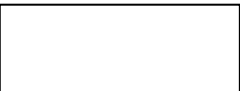
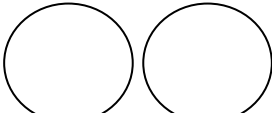
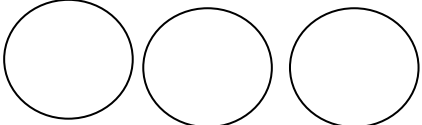
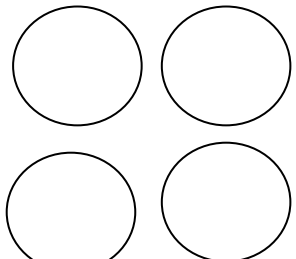
Wie viele Möglichkeiten findest du?

Zahlen, die du zum Zählen benutzt (0, 1, 2, 3,) gehören zu den **natürlichen Zahlen**.  
Kommen auch „Zwischenzahlen (Bruchzahlen, Dezimalzahlen) dazu, spricht man von den **rationalen Zahlen**.

|   |   |   |
|---|---|---|
| Natürliche Zahlen<br>0,1,2,3,4,5,<br>...          | Negative ganze Zahlen<br>-1, -2, -3, .. |   |
| Ganze Zahlen<br>... -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ..... |   | <b>Positive und negative Bruchzahlen in Bruch- und Dezimalschreibweise</b><br>$\frac{3}{4}$ , $1\frac{1}{2}$ , <b>0,75</b> , - 0,28 |
| Rationale Zahlen                                  |   |   |

### Baustein 3: Das habe ich gelernt:

**Baustein 4****Vorgänge in Bruchform****Ich kann Vorgänge in Bruchform ausführen**

| Zeichne in dein Heft:<br>Ganzes:  | Schreibe den Auftrag und führe ihn richtig aus:<br>Schreib dann den gefärbten Bruchteil an! |
|---|---|
|    | Male die Hälfte („ <b>ein halbes mal</b> “) an!   |
|    | Male ein Viertel („ <b>ein viertel mal</b> “) an!   |
|    | Male drei Viertel („ <b>dreiviertel mal</b> “) an!  |
|  | Male von der Hälfte die Hälfte<br>(„die Hälfte <b>ein halbes mal</b> “) an                  |
|   | Male die Hälfte an („ ein <b>halbes mal</b> an!“)   |
|   | Male ein Viertel („ <b>ein viertel mal</b> “) an!   |
|   | Male drei Viertel („ <b>dreiviertel mal</b> “) an!  |

Finde selbst noch 2 Beispiele! *Arbeitsblatt: B3 – B4***Baustein 4: Das habe ich gelernt:**



## 10 ERKLÄRUNG

"Ich erkläre, dass ich die vorliegende Arbeit (=jede digitale Information, z.B. Texte, Bilder, Audio- und Video Dateien, PDFs etc.) selbstständig angefertigt und die mit ihr unmittelbar verbundenen Tätigkeiten selbst erbracht habe. Alle aus gedruckten, ungedruckten oder dem Internet im Wortlaut oder im wesentlichen Inhalt übernommenen Formulierungen und Konzepte sind zitiert und durch Fußnoten bzw. durch andere genaue Quellenangaben gekennzeichnet. Ich bin mir bewusst, dass eine falsche Erklärung rechtliche Folgen haben wird. Diese Erklärung gilt auch für die Kurzfassung dieses Berichts, sowie eventuell vorhandene Anhänge."