Bestimmung des Gasdruckes in einem Waffenrohr

Die Theorie

Der deutsche Ballistiker Willy Heydenreich hat um die Wende vom 19. zum 20. Jahrhundert ein Verfahren entwickelt, mit dem der Gasdruckverlauf während des Schusses bestimmt werden kann. Um dieses Verfahren anwenden zu können, ist die Kenntnis des *maximalen Gasdrucks* und der *Mündungsgeschwindigkeit* notwendig.
Die Kenntnis dieser beiden Größen erlaubt es, die Form der Gasdruckkurve zu bestimmen. Über das Energieprinzip wird ein Zusammenhang zwischen der Mündungsgeschwindigkeit und der Fläche, die von der Gasdruckkurve und der Wegachse begrenzt wird, hergestellt.
Die Energie kann aus dem Weg-Zeit-Diagramm durch folgenden Ausdruck berechnet werden:

$$E = A \cdot \int p \cdot ds \quad 1$$

A bezeichnet die Fläche des Geschossquerschnitts. Die Energie ergibt sich aus dem Arbeitsintegral, das sich über den vom Geschoss zurückgelegten Weg erstreckt.
Diese Energie wird zum Antrieb des Geschosses verwendet. Da auch ein Teil der Pulvergase mitbeschleunigt wird, geht nicht die gesamte Energie in die Geschosstranslation über. Die Energie des Pulvers wird in Bewegungsenergie umgewandelt gemäß der Beziehung:

$$E = \frac{(m_p + \epsilon \cdot m_c) \cdot v_0^2}{2} \quad 2$$

Dabei gibt der Sébert'sche Faktor ε an, wie groß der mitbeschleunigte Anteil der Pulvermasse (m_c) ist. Bei den meisten Berechnungen wird der Faktor mit 0,5 festgelegt.

Bei der Bestimmung der Energie aus der Gasdruckkurve geht man wie folgt vor. Man ersetzt die von der Kurve begrenzte Fläche durch ein Rechteck, dessen Breite mit p_m bezeichnet wird. Mit Hilfe dieses so genannten mittleren Gasdrucks kann die Energie bestimmt werden zu:

$$A \cdot p_m \cdot x_0 = A \cdot \int p \cdot ds \quad 3$$

Die Größe x_0 bestimmt die Lauflänge.
Verbindet man die Gleichung 2 mit der Gleichung 3, so kann man den mittleren Gasdruck p_m bestimmen.

$$p_m = \frac{(m_p + \epsilon \cdot m_c) \cdot v_0^2}{2 \cdot A \cdot x_e} \quad 4$$

Aus Gleichung 4 erkennt man, dass es notwendig ist, die Mündungsgeschwindigkeit zu bestimmen. Dessen Kenntnis allein reicht aus, um den mittleren Gasdruck zu erhalten.
Möchte man den Gasdruckverlauf genauer bestimmen, ist das Wissen um den maximalen Gasdruck unerlässlich. Der maximale Gasdruck legt die Gestalt der Gasdruckkurve genauer fest.
Die endgültige Form der Gasdruckkurve wird durch das Verhältnis aus dem mittleren Gasdruck und dem maximalen Gasdruck bestimmt.

$$\eta = \frac{p_m}{p_{max}} \quad 5$$

Ausgehend von diesem Verhältnis hat Heydenreich Faktoren festgelegt, die er aus empirischen Untersuchungen erhalten hat.
Heydenreich hat die Faktoren solange angepasst, bis die durch diese Faktoren beschriebene Gasdruckkurve die gemessenen Werte wiedergab.

Die Bestimmung konkreter Größen

Im ersten Schritt werden die Größen zum Zeitpunkt des maximalen Gasdrucks bestimmt.

$x_{max} = x_0 \cdot F_1(\eta)$ ... Position des Geschosses zum Zeitpunkt des maximalen Gasdrucks

$t_{max} = \frac{2 \cdot x_0}{v_0} \cdot F_2(\eta)$ ... Zeit, bis der maximale Gasdruck erreicht wird.

$v_{max} = v_0 \cdot F_3(\eta)$ ... Geschwindigkeit des Geschosses zum Zeitpunkt des maximalen Gasdrucks.

Die Berechnung der Größen an der Mündung

$p_0 = p_m \cdot F_4(\eta)$ ... Mündungsgasdruck

$t_0 = \frac{2 \cdot x_0}{v_0} \cdot F_5(\eta)$ ... Durchlaufzeit des Geschosses

Berechnung der Größen in Abhängigkeit vom Geschossweg

In dieser Phase wird der Verlauf der Größen bezogen auf den Geschossweg bestimmt. Man erhält nun die Gestalt der Gasdruckkurve, den Geschwindigkeitsverlauf, sowie die Zeitfunktion. Durch Kombination der entsprechenden Diagramme kann man jede Darstellung erhalten. So ist es etwa möglich, den zeitlichen Verlauf des Gasdruckes ebenso zu bestimmen wie jenen der Geschwindigkeit.
Durch die Bestimmung der Geschossposition zum Zeitpunkt des maximalen Gadrucks ist ein Punkt der Kurve bereits festgelegt. Die weiteren Punkte erhält man mit Hilfe der Heydenreichschen Faktoren F_6, F_7 und F_8.

Die Größen werden folgendermaßen bestimmt:

$\lambda = \frac{x}{x_{max}}$ ... Verhältnis des Geschossweg zum Weg zum Zeitpunkt des maximalen Gasdrucks

$p(x) = p_{max} \cdot F_6(\lambda)$ ... Die Gasdruckfunktion

$v(x) = v_{max} \cdot F_7(\lambda)$ ... Die Geschwindigkeitsfunktion

$t(x) = t_{max} \cdot F_8(\lambda)$ ... Die Zeitfunktion

Heute kann man den zeitlichen Gasdruckverlauf messen. Dadurch ist ein Vergleich der Heydenreichschen Methode mit der realen Situation leicht möglich.

Die Heydenreichschen Faktoren F_1 bis F_5

η	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
0,250	0,031	0,139	0,324	0,216	0,725
0,260	0,033	0,146	0,326	0,220	0,732
0,270	0,035	0,152	0,327	0,226	0,740
0,280	0,037	0,159	0,329	0,231	0,747
0,290	0,038	0,165	0,331	0,237	0,755
0,300	0,040	0,172	0,333	0,242	0,762
0,310	0,042	0,178	0,335	0,250	0,770
0,320	0,044	0,186	0,337	0,256	0,777
0,330	0,046	0,193	0,339	0,263	0,785
0,340	0,048	0,200	0,341	0,269	0,792
0,350	0,050	0,207	0,343	0,278	0,800
0,360	0,052	0,214	0,345	0,282	0,807
0,370	0,054	0,222	0,347	0,288	0,814
0,380	0,056	0,229	0,350	0,294	0,822
0,390	0,059	0,237	0,351	0,300	0,829
0,400	0,061	0,244	0,354	0,304	0,836
0,410	0,063	0,252	0,356	0,313	0,844
0,420	0,065	0,260	0,359	0,319	0,851
0,430	0,068	0,268	0,361	0,325	0,858
0,440	0,070	0,276	0,364	0,332	0,886
0,450	0,073	0,284	0,366	0,340	0,873
0,460	0,076	0,292	0,369	0,346	0,880
0,470	0,078	0,301	0,371	0,354	0,888
0,480	0,081	0,309	0,374	0,363	0,895
0,490	0,084	0,318	0,377	0,372	0,902
0,500	0,088	0,326	0,380	0,382	0,910
0,510	0,091	0,335	0,383	0,394	0,918
0,520	0,094	0,343	0,386	0,407	0,926
0,530	0,098	0,352	0,390	0,421	0,934
0,540	0,102	0,361	0,393	0,437	0,942
0,550	0,106	0,370	0,396	0,454	0,950
0,560	0,110	0,379	0,399	0,470	0,958
0,570	0,114	0,388	0,403	0,487	0,966
0,580	0,119	0,397	0,406	0,505	0,974
0,590	0,123	0,406	0,409	0,524	0,983

Heydenreichsche Faktoren: F_6 bis F_8

λ	F_6	F_7	F_8
0,250	0,741	0,392	0,610
0,500	0,912	0,635	0,780
0,750	0,980	0,834	0,903
1,000	1,000	1,000	1,000
1,250	0,989	1,130	1,081
1,500	0,965	1,262	1,154
1,750	0,932	1,366	1,219
2,000	0,898	1,468	1,282
2,500	0,823	1,632	1,394
3,000	0,747	1,763	1,495
3,500	0,675	1,875	1,589
4,000	0,604	1,983	1,682
4,500	0,546	2,068	1,769
5,000	0,495	2,140	1,851
6,000	0,403	2,269	2,012
7,000	0,338	2,363	2,163
8,000	0,284	2,445	2,309
9,000	0,248	2,509	2,451
10,000	0,220	2,566	2,589
11,000	0,199	2,615	2,725
12,000	0,181	2,659	2,858
13,000	0,164	2,702	2,988
14,000	0,150	2,740	3,116
15,000	0,137	2,777	3,253
16,000	0,125	2,811	3,390
17,000	0,117	2,837	3,502
18,000	0,109	2,862	3,618
19,000	0,102	2,887	3,740
20,000	0,096	2,910	3,816
25,000	0,073	3,003	4,455
30,000	0,058	3,075	5,031
35,000	0,048	3,162	5,657
40,000	0,041	3,223	6,261

Aufgabenstellung

Im schuleigenen Schusskanal wurden Messungen des Gasdruckes und der Geschwindigkeit mithilfe der vorhandenen Messapparaturen durchgeführt. Unter Verwendung des halbempirischen Modells nach Heydenreich sollen die in der Messung gefundenen Werte verifiziert werden.

Aufgabe 1: „Manuelle“ Berechnung der Gasdruckkurve

1. Ermittle aus den gemessenen Werten des Maximaldrucks und der Mündungsgeschwindigkeit unter Verwendung der Heydenreichschen Faktoren den Gasdruck, die Geschwindigkeit und die Zeit als Funktion des Weges und stelle dies in Form einer Tabelle dar.
2. Erstelle unter Verwendung der Tabelle folgende Diagramme:
   1. Druck-Zeit
   2. Druck – Weg
   3. Geschwindigkeit – Zeit
   4. Geschwindigkeit – Weg
   5. Weg – Zeit
3. Vergleiche diese Diagramme mit den aus der Messung hervorgegangenen Graphen.

Aufgabe 2: Verwendung des Programms „Interior ballistic“

Das Programm „interior ballistics“ verfügt über Excel-Formulare und Makros zur Berechnung der Funktionen und zur Darstellung der Diagramme. Nach Eingabe der Geschossparameter, des maximalen Gasdrucks und er Mündungsgeschwindigkeit berechnet das Programm die Werte für den Gasdruck, die Geschwindigkeit und die Zeit und stellt hernach die gewünschten Diagramme dar. Die berechneten Werte können jedoch in der Folge modifiziert werden und es können weitere Berechnungen durchgeführ werden.

1. Ermittle mithilfe des Programms die zuvor händisch berechneten Daten und vergleiche die Diagramme mit den Messergebnissen.
2. Bestimme aus den Daten die Energie des Geschosses an der Mündung, welche sich aus der vom Gas „am Geschoss verrichteten Arbeit“ ergibt.
3. Berechne den Impuls des Geschosses aus den Daten, welcher sich aus dem vom Gas „verrichteten Kraftstoß“ ergibt.

Aufgabe 3: Erstellung einer Dokumentation

Erstelle ein Dokument, das folgende Teile enthalten soll:

1. Darstellung der Aufgabe
2. Beschreibung des Messvorganges und des Ergebnisses
3. Darstellung des theoretischen Modells
4. Darstellung von errechneten Kurven und Vergleich mit den Messkurven
5. Bewertung des Modells hinsichtlich seiner Tauglichkeit für die Praxis