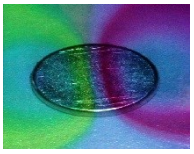
IMST – Innovationen machen Schulen Top

Themenprogramm: Kompetenzen im mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht



INDIVIDUALISIERTES MATHEMATIK-LERNEN IN DER OBERSTUFE: EIN LERNPROGRAMM AM BEISPIEL VEKTORRECHNUNG IM R^2

ID 1892

Peter Franz Gruber

Montessori ORG Grödig, Otto Glöckel Straße 10, 5082 Grödig

Grödig, Mai 2017

INHALTSVERZEICHNIS

INHALTSVERZEICHNIS **2**

ABSTRACT **3**

1 AUSGANGSSITUATION **4**

2 ZIELE **6**

2.1 Ziele auf LehrerInnen-Ebene 6

2.2 Ziele auf SchülerInnen-Ebene 6

2.3 Ziele in Hinblick auf Diversität und Gender 7

3 PLANUNG **9**

3.1 Projektablauf und Maßnahmen 9

3.2 Bezüge zur Literatur 10

3.3 Kompetenzorientierte Unterrichtsplanung 11

3.4 Geplante kompetenzorientierte Aufgaben 12

4 DURCHFÜHRUNG **17**

4.1 Beschreibung der Umsetzung 17

4.2 Einsatz der Lern- und Leistungsaufgaben 17

4.3 Verbreitung und Vernetzung 18

5 PROJEKTPRODUKTE UND ERKENNTNISSE **19**

5.1 Evaluationskonzept 19

5.2 Auswertung 19

5.3 Interpretation 22

6 RESÜMEE **24**

7 LITERATUR **25**

ERKLÄRUNG **26**

ABSTRACT

Im Rahmen dieses Projekts wurde ein Lernprogramm für Mathematik in der Oberstufe entwickelt und in der Praxis ausprobiert. Als Themenbereich wurde dafür die Vektorrechnung im R^2 ausgewählt.

Die Schüler/innen bearbeiteten dabei selbständig ein strukturiertes Skript. Sie konnten dabei einerseits auf Musterbeispiele zurückgreifen, welche zu jeder Aufgabenstellung angeboten wurden, und auf diese Weise in kleinen Schritten eigenständig die nötigen Kompetenzen erwerben. Andererseits standen Lehrpersonen und Mitschüler/innen für Fragen und Hilfestellungen zur Verfügung.

Das Lernprogramm sollte einerseits den Erwerb der geforderten Grundkompetenzen im Sinne des Grundkompetenzkatalogs der sRP absichern. Darüberhinaus waren auch Erweiterungen für besonders gute und/oder engagierte Schüler/innen vorgesehen. Besonders im Fokus stand dabei die Möglichkeit, dass jede/r Schüler/in – aufbauend auf den vorhandenen Lernvoraussetzungen – im jeweils eigenen Tempo vorgehen konnte und dadurch auch jeweils individuelle Lernerfolge ermöglicht wurden.

Das Projekt zeigte, dass eigenständiges Erarbeiten von Inhalten in dieser Form auch für die Oberstufenmathematik erfolgreich umsetzbar ist. Die Möglichkeit zum selbständigen Arbeiten wurde auch von den Schüler/innen als positiv empfunden. Auf die teilweise sehr heterogenen Lernvoraussetzungen konnte so sehr gut reagiert werden.

Die Ergebnisse hinsichtlich der Schüler/innen-Leistungen waren mit anderen Unterrichtsformen vergleichbar, ohne dass es durch diese Methode zu einem unverhältnismäßig hohen Mehraufwand für die Schüler/innen gekommen ist.

Impressum

Schulstufe:	9 (5. Klasse AHS)
Fächer:	Mathematik
Kontaktperson:	Peter Franz Gruber
Kontaktadresse:	Schillinghofstraße 3A/7, 5023 Salzburg; office@mathe-gruber.at

1 AUSGANGSSITUATION

Schulstufe	Klasse	Anzahl Mädchen	Anzahl Buben	Gesamtanzahl SchülerInnen
9	5M	16	9	25

Beim MORG in Grödig handelt es sich um eine der wenigen Schulen, an denen auch in der Oberstufe der Unterricht nach den Prinzipien der Pädagogik von Maria Montessori gestaltet wird. Da es für diese Altersgruppe (bezogen auf die Schüler/innen) nur wenige Schriften bzw. wenig vorhandene Konzepte gibt, sind hier Lehrpersonen in besonderem Maß gefordert, eigenständige Unterrichts-Konzepte auf Basis dieser Leitlinien zu entwickeln.

Für mich persönlich ist dabei besonders zu beachten, dass ein innovatives Unterrichts-Konzept nicht Selbstzweck sein darf. Auch im Schulprofil wird darauf verwiesen, dass der Unterricht „nach den Prinzipien" der Ideen Maria Montessoris gestaltet wird. Dadurch wird u.a. betont, dass eine kritische und reflektierte Auseinandersetzung mit diesen Ideen, aber auch mit anderen Konzepten und insbesondere mit den aktuell vertretenen pädagogischen und didaktischen Lehren unabdingbar ist. Besonders im Fokus steht dabei im Zusammenhang mit dem hier vorgeschlagenen Projekt die Förderung des eigenständigen und individuellen Lernens. Der Lehrer soll sich dabei als „Coach" oder „Lernbegleiter" verstehen und nicht als (frontaler) Wissensvermittler.

Diese heute vielfach erhobene Forderung für zeitgemäßen Unterricht findet sich bereits in den Schriften Montessoris. Voraussetzung dafür ist natürlich, dass die Lernenden eine Umgebung vorfinden, die ein solches eigenständiges und individuelles Lernen ermöglicht. Die „Umgebung" wird bei der hier gegebenen Altersgruppe und den behandelten Themenbereichen vielfach in schriftlichen Unterlagen bestehen. Dabei ist zu gewährleisten – und hier liegt die besondere Herausforderung des Projekts –, dass diese Materialien auch tatsächlich zum Selbststudium geeignet sind. Die aktuell vorhandenen Lehrmaterialien, insbesondere Schulbücher, erfüllen diesen Anspruch nur in äußerst unzulänglicher Weise. Sie sind viel eher von dem Prinzip getragen, dass sie zusätzlich der Erklärung durch eine Lehrperson bedürfen. Diese Analyse gilt jedoch nicht nur für Schulbücher. Im Zuge meiner Tätigkeit an dieser Schule habe ich auch schon mehrfach andere Reformschulen in Deutschland besucht, bei denen ebenfalls Wert auf eigenständiges und individuelles Lernen gelegt wird. Allerdings war bei allen diesen Insitutionen festzustellen, dass im Bereich der Oberstufe dann doch wieder sehr stark auf Frontalunterricht gesetzt wird. „Bei der Abitur-Vorbereitung machen wir das eigentlich nur frontal", so ein prägnantes Zitat.

Aufbauend auf meiner Tätigkeit an dieser Schule in den letzten Jahren, den dabei entwickelten Materialien und den dadurch gewonnen Erfahrungen, bin ich überzeugt davon, dass dem nicht so sein muss. Entsprechende Lernunterlagen und ein unterstützendes, begleitendes Coaching durch die Lehrperson vorausgesetzt, können Schüler/innen auch die für die Reifeprüfung erforderlichen Kompetenzen weitestgehend selbständig und individuell erarbeiten. In diesem Ansatz ist sicherlich eine Innovation zu sehen, da es bis jetzt kaum Beispiele gibt, in denen ein solches Modell konsequent umgesetzt wird. Ziel des Projekts ist es, entsprechende Lernunterlagen („Lernprogramme") auf Basis meiner schon erstellten Materialien zu entwickeln und beginnend

mit der 5. Klasse (1. Klasse ORG) dieses Konzept gemeinsam mit den Schüler/innen umzusetzen, permanent zu evaluieren und dadurch beständig weiterzuentwickeln. Das Projekt soll sich dabei beispielhaft mit dem Themenbereich Vektorrechnung im R^2 auseinandersetzen.

Bereits in den Jahren zuvor gab es immer wieder Bestrebungen im Kollegium, geeignete Materialien gerade auch für den individualisierten Unterricht selbst zu entwickeln. Individualisierter Unterricht entspricht in diesem Zusammenhang weitestgehend dem Konzept der „Freiarbeit“ in der Montessori-Pädagogik. Einzelne Konzepte und Lernunterlagen wurden dabei bei diversen Teamsitzungen, Fortbildungen und Workshops erstellt. Die dabei entstandenen Ressourcen, insbesondere jedoch die Erfahrungen aus der Entwicklungsarbeit bilden eine wichtige Grundlage für dieses Projekt. Freilich soll sich dieses Projekt eben nicht auf einzelne, punktuelle Lernsequenzen beschränken, sondern eben einen umfassenden Themenbereich nach diesen Grundsätzen didaktisch und methodisch aufbereiten.

Gerade in der 5. Klasse eines ORG ist die Schnittstellenproblematik eine nicht zu vernachlässigende Determinante der Ausgangssituation. Zum einen bringen die Schüler/innen äußerst unterschiedliche Vorkenntnisse mit; zum anderen sind sie mit unterschiedlichen, zum Teil auch völlig konträren Unterrichtsmethoden im Mathematikunterricht konfrontiert gewesen. Vor allem aus diesen unterschiedlichen Settings entwickeln Schüler/innen mitunter sehr spezielle Erwartungshaltungen an den Unterricht (insbesondere in methodischen, weniger inhaltlichen Fragen). Diese Ansprüche bzw. Erwartungen seitens der Schüler/innen sollte man nicht unterschätzen, wenn Unterrichtsformen – insbesondere innovative Unterrichtsformen, bei denen das Argument „dass das eben so gemacht wird“ nicht ins Treffen geführt werden kann – gelingen sollen.

2 ZIELE

2.1 Ziele auf LehrerInnen-Ebene

Lehrpersonen strukturieren die Inhalte klar und machen transparent, welche Lernziele die Schüler/innen beim Durcharbeiten des Lernprogramms erreichen können. Im Rahmen des Projekts werden die Arbeitsmaterialien für die Schüler/innen erstellt bzw. anhand der Erfahrungen aus dem Projektverlauf überarbeitet.

Lehrpersonen stehen bei Bedarf als „Coach“ zur Verfügung und begleiten die Schüler/innen bei ihren Lernprozessen.[1]

Lehrpersonen fördern eine Atmosphäre des „Miteinander-Lernens“ im Team Lehrer/innen – Schüler/innen.

2.2 Ziele auf SchülerInnen-Ebene

2.2.1 Überfachliche Kompetenzen

Eigenständige Umsetzbarkeit:
Schüler/innen übernehmen Verantwortung für ihren eigenen Lernprozess; Kompetenzen können dabei in kleinen Schritten erworben werden. Selbstwirksamkeit wird als zentraler Indikator für Lernerfolg erfahren. Schüler/innen nehmen bei Bedarf aus eigener Initiative Unterstützung durch die Lehrpersonen in Anspruch.

Klare Struktur und Verständlichkeit:
Schüler/innen sind in der Lage, selbständig auch komplexe Sachverhalte der Oberstufen-Mathematik zu erarbeiten. Sie können Begriffe und Kompetenzen in ein individuelles „Wissens-System“ integrieren.

Konstruktive Arbeitshaltung:
Die Schüler/innen zeigen Bereitschaft zum selbständigen Erarbeiten von Lerninhalten. Sie nehmen Selbststeuerung als Chance zur individuellen Entwicklung wahr und sind sich auch der damit verbundenen Verantwortung für den Lernerfolg bewusst.

Realistische Einschätzung des eigenen Könnens:
Die Schüler/innen sind in der Lage, den eigenen Lernerfolg realistisch einzuschätzen. Eigene Erwartungshaltung und tatsächlicher Prüfungserfolg decken sich weitgehend.

2.2.2 Fachliche Kompetenzen

Das Projekt orientiert sich inhaltlich primär an den Grundkompetenzen, wie sie im Grundkompetenzkatalog für die schriftliche zentrale Reifeprüfung (AHS) formuliert sind. Dort heißt es unter der Überschrift „AG 3 Vektoren“ insbesondere:

---

[1] Damit soll ein geändertes Rollenverständnis der Lehrperson angesprochen werden. Die Lehrperson versteht sich dabei weniger als Wissensvermittler nach Instruktionsprinzip, sondern eher als Helfer/Unterstützer bei von den Schüler/innen bestimmten Lernprozessen. Auch wenn das Wissen dabei – zumindest im Rahmen dieses Projekts – letztlich durch den Lehrer in Form des erarbeiteten Lernprogramms zur Verfügung gestellt wird, wird jedenfalls die prinzipielle Möglichkeit geschaffen, auf verschiedene Ressourcen nach eigener Auswahl aktiv zurückzugreifen (zB auf Tipps der Mitschüler/innen).

AG 3.4 Geraden durch (Parameter-)Gleichungen in R^2 und R^3 angeben können; Geradengleichungen interpretieren können; Lagebeziehungen (zwischen Geraden und zwischen Punkt und Gerade) analysieren, Schnittpunkte ermitteln können. (Breyer u.a. (2013), S6)

Diese fachlichen Kompetenzen sollen von den Schüler/innen – soweit sie den R^2 betreffen – im Rahmen dieses Projekts erworben werden.

Dieses Modell baut auf dem Kompetenzmodell für die Sekundarstufe I und II auf (vgl. Liebscher u.a. (2014), Seite 18ff). Insbesondere die dort thematisierten Handlungsdimensionen sind auch hier zu berücksichtigen.[2]

Bei der Analyse der so formulierten Kompetenzen ist darauf zu achten, dass man sich hier nicht nur auf operative Fertigkeiten beschränken darf („Straight-Forward-Aufgaben" iSv „Stellen Sie die Gleichung einer Geraden durch die Punkte A und B in Parameterdarstellung auf").

Daneben ist es auch wichtig, vorgegebene Lösungswege bzw. Berechnungen analysieren zu können und verbal beschreiben zu können, was damit berechnet wird. „Interpretieren" bedeutet – in einem von mehreren möglichen Aufgabentypen – vielfach „Finden Sie die Fragestellung, wenn das hier die Lösung ist!".

Schließlich ist es oftmals nötig, nicht nur zur richtigen Entscheidung zu kommen, sondern diese auch korrekt und überzeugend begründen zu können. Auch der Handlungsbereich „Argumentieren" ist daher hinsichtlich der fachlichen Kompetenzen zu berücksichtigen.

Die Schüler/innen sollen im Rahmen des in diesem Projekt entwickelten Lernprogramms alle laut Lehrplan vorgesehenen Inhaltsbereiche erfolgreich bearbeiten können. Besonderes Augenmerk wird freilich darauf gelegt, jene Grundkompetenzen zu erwerben und möglichst nachhaltig zu sichern, welche auch im Rahmen der Reifeprüfung beherrscht werden müssen.

Daraus werden beispielhaft folgende Ziele abgeleitet, welche im Rahmen dieses Projekts konkret untersucht werden sollen:

- Die Schüler/innen können Gleichungen von Geraden im R^2 in Parameterform angegeben und die Bedeutung des Parameters in konkreten Kontexten interpretieren (vgl. Abschnitt 3.4.2, Frage 3a).
- Die Schüler/innen können Geraden im R^2 aus verschiedenen Angaben in Parameterform sowie in Gleichungsform angeben und zwischen diesen Darstellungsformen wechseln (vgl. Abschnitt 3.4.2, Frage 1).
- Die Schüler/innen können anhand einer algebraischen Darstellung Richtungs- und Normalvektoren von Geraden bestimmen (vgl. Abschnitt 3.4.2, Frage 2).

2.3 Ziele in Hinblick auf Diversität und Gender

Durch den individualisierten Zugang sollen die unterschiedlichen Voraussetzungen bzw. das unterschiedliche Vorwissen der Schüler/innen bestmöglich berücksichtigt werden. Die Lehrinhalte sollen für jede/n einzelne/n grundsätzlich ohne spezielle Vorkenntnisse verständlich und zugänglich sein. Gleichzeitig besteht jedoch die Möglichkeit, einzelne Erklärungen / Abschnitte sehr rasch abzuhandeln bzw. ggf zu überspringen, wenn diese von der/dem Lernenden bereits beherrscht werden.

[2] Handlungsdimensionen werden im Grundkompetenzkatalog der Reifeprüfung nicht explizit erwähnt. Die damit verbundenen Konzepte eignen sich dennoch zur Strukturierung der Unterrichtsziele.

Bei Bedarf kann die Lehrperson gezielt bei Problemen einzelner Schüler/innen unterstützend eingreifen, da es bei dieser Vorgehensweise zu keiner Vernachlässigung des „Klassenfortschritts“ kommen kann. In diesem Sinn werden sich das unterschiedliche Vorwissen bzw. die unterschiedliche Ausgangslage natürlich auf die Geschwindigkeit des Lernfortschritts bzw. auch auf die objektiv erreichten Lernziele auswirken. Gleichzeitig wird jedoch die Basis geboten, dass jede/r Schüler/in einen am individuellen Lernfortschritt messbaren Erfolg erreichen kann. „Abschied nehmen vom Lehrermythos ‚Homogenität‘ und die Heterogenität als Chance und kreative Herausforderung packen“, so formuliert dies Müller (2013, S43).

Unterschiedliche Ausgangslagen werden somit auch zu unterschiedlichen Endergebnissen führen. Durch die Konzeption des Lernprogramms wird jedoch so weit als möglich sichergestellt, dass jede/r Lernende die unabdingbaren Grundkompetenzen vollständig und nachweisbar erwerben kann.

Gerade im Mathematik-Unterricht kann vielfach beobachtet werden, dass Mädchen und Jungen sich bei einem lehrerzentrierten Unterricht in unterschiedlicher Weise einbringen bzw. objektiv gleiche Leistungen von der Lehrperson und/oder den Mitschüler/innen in unterschiedlicher Weise wahrgenommen werden. Durch die Individualisierung und die Förderung selbständigen Lernens kann zumindest dazu beigetragen werden, den Einfluss solcher Stereotype auf den Lernfortschritt und die Leistungen zu minimieren, da es nicht zu einer permanenten Bewertung durch die gesamte soziale Gruppe kommt.

3 PLANUNG

3.1 Projektablauf und Maßnahmen

Ausgangssituation: Schüler/innen kommen mit unterschiedlichem Vorwissen in die AHS-Oberstufe. Es wird häufig viel Zeit für die Wiederholung von Unterstufen-Inhalten verwendet, ohne dass dadurch tatsächlich eine nennenswerte Angleichung der Kenntnisse binnen weniger Wochen erreicht werden kann.

Ziel: Die Schüler/innen können individuell an ihre jeweils vorhandenen Kenntnisse und Kompetenzen anknüpfen. Jede/r Schüler/in kann von Anfang an sein Wissen erweitern. Fehlende Inhalte werden mit einzelnen Schüler/innen bzw. -gruppen erarbeitet, sofern dies nicht selbständig möglich ist.

Maßnahmen: Den Schüler/innen wird ein strukturiertes Lernprogramm zur eigenständigen Bearbeitung angeboten. Alle nötigen Schritte können dadurch – auch ohne breites Vorwissen – selbständig erarbeitet werden. Bei entsprechend vorhandenen Kompetenzen ist ein rascheres Vorangehen möglich, sodass auch vertiefende bzw. komplexere Aufgabenstellungen in Angriff genommen werden können. Die Lehrperson begleitet den Lernprozess und überprüft insbesondere den Arbeitsfortschritt der Schüler/innen. Die Lehrperson steht einerseits als Coach bei fachlichen Problemen zur Verfügung, bietet jedoch andererseits bei Bedarf auch aktiv Unterstützung an. Auf diese Weise sollen sich bereits abzeichnende Probleme möglichst frühzeitig abgefangen werden, auch wenn hier natürlich ein gewisses Spannungsfeld zur Eigenverantwortlichkeit der Schüler/innen für ihren Lernprozess besteht.

Daraus ergeben sich folgende Projektphasen:

- Erstellen der Lernunterlagen, Erarbeiten eines korrespondierenden methodisch-didaktischen Konzepts, Druck der Skripten
- Einführung in das Thema im Unterricht, Erörterung wesentlicher inhaltlicher Begriffe, Arbeiten an Beispielen[3]
- Evaluation des Lernfortschritts anhand der abgegebenen Schüler/innen-Arbeiten bzw. in Form von (individuellen) Wissens-Quiz zu definierten Kontrollfragen (gegliedert in die 2 Themenblöcke „Grundlagen der Vektorrechung“ und „Geradengleichung im R^2“)
- Überprüfung des Lernerfolgs in fachlicher Hinsicht durch Schularbeit als „Abschlussprüfung“, Feedback an Schüler/innen, Möglichkeit der Kompensation fehlender Leistungen
- Relexion über Erkenntnisse und Erfahrungen aus dem Projekt, Rückmeldungen der Schüler/innen über Lernerfahrungen und Erlebnisse, Erheben und Auswerten von Daten (Fragebögen für Schüler/innen)

[3] Hier geht es vor allem darum, die ersten Schritte gemeinsam mit allen Schüler/innen zu besprechen und die Lösung der ersten Aufgaben auch gemeinsam zu erarbeiten. Die Schüler/innen sollen sozusagen die Aufgaben am Anfang „schon einmal gesehen haben“, bevor sie diese selbst bearbeiten sollen. Auf diese Weise soll der Übergang in Richtung eines eigenständigen Arbeitens insbesondere für jene Lernenden erleichtert werden, die noch keinerlei Erfahrung mit solchen Unterrichtskonzepten haben. (Dieser Punkt bezieht sich also mehr auf die Schnittstellenproblematik und ist an sich kein integraler Bestandteil des Lernprogramms.)

3.2 Bezüge zur Literatur

Selbstwirksamkeit bzw. die Möglichkeit zur Erfahrung von Selbstwirksamkeit ist eine entscheidende Voraussetzung für Lernerfolg und in der Folge auch von Lernmotivation. Diese lässt sich insbesondere durch einen möglichst hohen Anteil an eigenständigem und selbständigem Arbeiten und Erarbeiten von Inhalten fördern. „Lernende müssen sich beteiligt fühlen. Als Teil der Lösung. Nicht betroffen. Als Teil des Problems.“ bringt es Müller (2013, S18) auf den Punkt.

Die Forderung, Lernprozesse viel stärker individualisiert zu gestalten, wird auch in jüngster Zeit vielfach – teils mit Nachdruck – erhoben. So plädiert etwa Precht (2013, S226ff) für ein Konzept des Mastery Learning, das dem hier vorgestellten Lernprogramm sehr ähnlich ist.

Ebenso unabdingbar ist es, gezielt auf den vorhandenen Lernfahrungen und dem vorhandenen Vorwissen aufzubauen. Da dieses in vielen Klassen sehr heterogen ist, folgt daraus zwingend die Notwendigkeit der Individualisierung von Lernprozessen. Dass dies auch aus neurophysilogischer Sicht unverzichtbar ist, stellt etwa Hüther (2016, S48 ff) dar.

Generell lässt sich festhalten, dass viele der heute nach wie vor vorherrschenden Unterrichtsmethoden zahlreichen unumstrittenen Erkenntnissen der Lernpsychologie und der Neurowissenschaft widersprechen. Die Erkenntnisse dieser Forschungsbereiche stehen zwar im Einklang mit Erfahrungen, die im Schulsystem Tätige vielfach machen, führen jedoch kaum oder nur punktuell zu konkreten Änderungen. Beispielhaft sei hier auf Largo (2010, S140ff) verwiesen, der aus (neuro-)wissenschaftlicher Perspektive darstellt, „warum individualisierter Unterricht so wichtig ist“.

Diese starke Fokussierung auf Individualisierung im Unterricht und eine zumindest skeptische Haltung gegenüber einem „gleichen Unterricht für alle“ ist auch durchgängiges Kennzeichen vieler aktueller Reformbestrebungen bzw. entsprechender Forderungen. Auch zahlreiche Initiativen, welche als positive Beispiele für innovative und „moderne“ Schulen stehen, zeigen regelmäßig eine starke Betonung der Individualisierung im Unterricht. So betonen auch Rasfeld & Breidenbach (2014, S38f) ihre Ablehnung von „Fremdbestimmung und Lernen im Gleichschritt“.

Es ist bekannt, dass elaborativ Lernende bessere Leistungen erbringen. Unter elaborativem Lernen ist dabei das Bemühen zu verstehen, bei neuen Inhalten auf dem bereits vorhandenen Wissen und Können aufzubauen und diese neuen Inhalte mit den bereits vorhandenen Kenntnissen zu verbinden. Da diese vorhandenen Grundlagen bei jedem/r Schüler/in individuell verschieden sind, setzt dies auch entsprechende Möglichkeiten zur Individualisierung im Unterricht voraus. Wenn Inhalte selbständig erworben werden können und der/die Lernende dabei auch Kontrolle über den eigenen Lernprozess behält, fördert dies auch die Wahrnehmung der eigenen Leistungsfähigkeit. Es wird dadurch ein wesentlicher Anreiz geboten, intrinsische Motivation wirksam werden zu lassen (vgl. Liebscher u.a. (2014), S35).

Beim Erlernen neuer Inhalte, aber auch bei der Festigung von langfristig erforderlichen Kompetenzen, ist auf die unterschiedlichen Herangehensweisen und Potentiale der Schüler/innen jedenfalls Bedacht zu nehmen. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit individueller Lernbegleitung (vgl. Liebscher u.a. (2014), S46).

Im Rahmen der Vektorrechnung in der 5. Klasse AHS geht es primär um geometrische Probleme. Bis zu einem gewissen Grad werden dabei Aufgabenstellungen, welche in den Vorjahren konstruktiv gelöst wurden, nunmehr „durch Rechnung“ bewältigt. Daraus ergibt sich eine naheliegende und auch für Schüler/innen (jedenfalls der heutigen Zeit) nachvollziehbare Anwendung im Zusammenhang mit der Computergeometrie. Algebraisierung von geometrischen Objekten ist so gesehen eine grundlegende Idee der Analytischen Geometrie, wie dies etwa auch

Vohns (2016, S7) herausstellt. Auch dieses Lernprogramm orientiert sich folgerichtig über weite Strecken an diesem Leitgedanken.

Auch Tietze u.a. (2000, S159ff) stellen fest, dass „die axiomatische Einführung des Vektorbegriffs didaktisch nicht zu rechtfertigen ist“. In weiterer Folge diskutieren sie das „Punktemodell“ als eine Möglichkeit, welche naturgemäß gerade im Zusammenhang mit geometrischen Fragestellungen Verwendung finden kann.

3.3 Kompetenzorientierte Unterrichtsplanung

Die Planung wird hier exemplarisch für einen Teilausschnitt des Projekts detailliert vorgestellt. Es wird dabei auf das unter 2.2.2 beschriebene Ziel verwiesen:

Die Schüler/innen können Geraden im R^2 aus verschiedenen Angaben in Parameterform sowie in Gleichungsform angeben und zwischen diesen Darstellungsformen wechseln.

	Kompetenz laut Kompetenzmodell
1. Gewählter **fachlicher Inhalt** und **Kontext**: Geraden im R^2 in Parameterform und in (impliziter) Gleichungsform darstellen; Wechsel zwischen den Darstellungsformen	AG 3.4 Geraden durch (Parameter-) Gleichungen in R^2 angeben können
2. Geplante **Handlungen** von Seiten der Schülerinnen und Schüler: Aufstellen von Geradengleichungen, Wechsel der Darstellungsformen durchführen, Interpretieren und verständiges Einsetzen der auftretenden Parameter	AG 3.2 Vektoren geometrisch deuten; AG 3.4 Geraden durch Gleichungen beschreiben; AG 3.5 Normalvektoren in R^2 aufstellen
3. Mögliche **Herausforderungen** beim Lernen (Lernschwierigkeiten): fehlendende geometrische Vorstellungen, mangelnde Sicherheit im Umgang mit negativen und rationalen Zahlen, fehlende Sicherheit im Lösen linearer Gleichungen	Bildungsstandards Sek2
4. **Vorhandenes Wissen und Können** (auch Alltagserfahrungen) bzw. mögliche (Fehl-) **Vorstellungen**, von denen wir ausgehen bzw. mit denen eventuell zu rechnen ist: Arbeiten im ebenen Koordinatensystem, Rechnen mit ganzen und rationalen Zahlen	
5. Welche Aspekte bezüglich **Diversität** wollen wir konkret berücksichtigen? Welche Form der Individualisierung wollen wir umsetzen? Anknüpfen an vorhandenes Vorwissen; Möglichkeit, Lerntempo individuell anzupassen	
6. Gründe für unsere Wahl der Unterrichts- und **Lernschritte** und für das geplante Vorgehen unter Berücksichtigung des Diversitätsaspekts: allenfalls vorhandene Lücken und Sicherheit können individuell und dadurch zielgerichtet adressiert werden; andererseits auch Möglichkeit für Angebote an leistungsstarke Schüler/innen	

7. Mit welchen **Aufgabenstellungen** wollen wir feststellen, ob meine SchülerInnen die erwarteten Kompetenzen erworben haben? Welche Lösungsvorschläge sind zu erwarten? Kontrollfragen zur Sicherung der Grundkompetenzen (Fragenkatalog); offene Fragestellungen mit Kontextbezug, die auch mehrere Lösungswege nahelegen (zB Bewegung von Flugzeugen am Radarschirm beschreiben)	AG 3.4 Geraden durch (Parameter-) Gleichungen in R^2 angeben können

3.4 Geplante kompetenzorientierte Aufgaben

3.4.1 Beschreibung von Lernaufgaben

Zu der unter 3.3 beschriebenen Unterrichtsplanung korrespondiert der nachfolgende Abschnitt des Lernprogramms. Dieses soll zunächst von den Schüler/innen selbständig bearbeitet werden. Gemeinsames Arbeiten und Diskutieren mit anderen (Schüler/innen wie Lehrer/innen[4]) ist dabei natürlich möglich und erwünscht. Bei Problemen und „Unlösbarkeiten“ steht die Lehrperson als fachlicher Coach zur Verfügung.

Die Sozialform (Einzelarbeit, Partnerarbeit, Gruppenarbeit) kann dabei von den Schüler/innen durchgehend frei gewählt werden. Grundsätzlich steht es auch jedem/r frei, Arbeiten „mit nach Hause zu nehmen“. Die Schüler/innen können sich jederzeit aktiv mit Fragen an die Lehrperson wenden. Insbesondere wird so aber auch ein Informationsfluss zwischen den Schüler/innen selbst ermöglicht und gefördert. „Lernende sind fähig, Experten zu sein“, so Müller (2013, S38), der erläuternd ausführt, dass die Lehrperson diesem Gedanken folgend auf die Schüler/innen auch als „erfahrene Mitarbeiter“ im Lernprozess zurückgreifen könne.

Das Lernprogramm beschreibt im Detail alle nötigen Schritte, die zur Bearbeitung der Aufgaben erforderlich sind. In diesem Sinn ist ein „Nachmachen“ der Beispiellösung natürlich möglich; man kann aber auch zunächst selbst eine Lösung versuchen und die Beispiellösung nur nach Bedarf konsultieren.

Durch entsprechende Skizzen und Anmerkungen soll auch stets verdeutlich werden, warum die einzelnen Schritte in der dargestellten Form vorgenommen werden. Dies soll ein selbständiges Erarbeiten der Lösungswege anregen und fördern, sodass dadurch ein elaborativer Lernprozess (vgl. oben) initiiert werden kann. (Beachte dabei, dass teilweise bereits zuvor behandelte Probleme wie zB das Auffinden eines Normalvektors an dieser Stelle als bekannt vorausgesetzt werden!)

Beim Erstellen des Lernprogramms gilt als oberstes Leitprinzip die Verständlichkeit aus Sicht der Schüler/innen. Ziel ist es, nach erfolgreichem Absolvieren des Lernprogramms die nötigen Skills zu besitzen, um typische Prüfungsfragen erfolgreich beantworten zu können.

Dies verlangt natürlich, dass die in diesem Sinn im Lernprogramm vorgestellten Verfahren insoweit korrekt und vollständig sein müssen. Auf darüberhinausgehende Anmerkungen und Präzisierungen, welche die hier konkret behandelten Themenbereiche nicht einmal am Rande berühren, wird hingegen bewusst verzichtet. Auch eine Formalisierung, welche über das konkret erforderliche Niveau hinausgeht, wird folgerichtig als hinderlich und verzichtbar angesehen. Die Frage, was abstrakt einen Vektor kennzeichnet, stellt sich nicht, solange es nur um die

[4] In der Projektklasse ist die Freiarbeit fächerübergreifend in mehreren Stunden täglich organisiert. Die Schüler/innen können frei wählen, wann sie welche Inhalte bearbeiten wollen. Daraus ergibt sich grundsätzlich die Möglichkeit, verschiedene Lehrpersonen um Hilfe zu fragen (sofern diese im jeweiligen Fach helfen können).

Koordinatengeomtrie im R^2 geht. (Andere Anwendungen von Vektoren sind aktuell in der 5. Klasse AHS lediglich eine „Randerscheinung“, sodass diese Anwendungen im Lernprogramm in einem eigenen Kapitel behandelt werden und nicht die Strukturierung des gesamten Konzepts bestimmen.) Diese Reduktion von Definitionen und Formalisierungen auf das tatsächlich nötige Niveau ist ein erster grundlegender Unterschied zum Aufbau aktueller Schulbücher.[5]

In diesem Sinn verweist auch Meyer (2016, S15ff) darauf, dass „wohl in allen Schulbüchern die Oberstufengeometrie konsequent mit Vektoren durchgeführt wird, obwohl man eigentlich an der Beschreibung von Punkten interessiert ist“. In weiterer Folge plädiert er konsequent für das Rechnen mit Punkten anstelle von Vektoren, zumal dieser Ansatz sich selbst in Hochschulbüchern als offensichtlich zweckmäßig wiederfindet. Ein vergleichbarer Ansatz liegt auch dem hier präsentierten Lernprogramm zugrunde.

Ein zweiter wesentlicher Unterschied zu den sonst verfügbaren Lehrbüchern ergibt sich daraus, dass es zu jeder gestellten Aufgabe eine entsprechende Beispiellösung gibt. Auch wurde im Lernprogramm bewusst ein permanenter Wechsel zwischen Information und eigenständiger Umsetzung durch die Schüler/innen („in kleinen Schritten“) gewählt. Es handet sich somit bewusst nicht um lediglich illustrative Beispiele mit im Detail entscheidend divergierenden Aufgabenstellungen, sondern um konkrete Anleitungen zu den gestellten Arbeitsaufträgen.

Im Folgenden ein Ausschnitt aus dem Lernprogramm:

Normalvektorform einer Geraden - Geradengleichung

(Funktionsgleichung einer Geraden)

Beispiel: Ermittle die Gleichung der Geraden $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$!

Normalvektor von g: $\vec{n} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

Formel (Normalvektorform):

$$\vec{n} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \vec{n} \cdot P$$

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$-2 \cdot x + 3 \cdot y = (-2) \cdot (-4) + 3 \cdot -1$

$-2x + 3y = 8 - 3$

$-2x + 3y = 5$ → **Geradengleichung in der Form ax + by = c**

[5] Dies ist im Sinn von Karl Popper, der in seinem Vortrag „Wie ich die Philosophie sehe“ die Auffassung vertrat, Präzision und Exaktheit seien keine intellektuellen Werte an sich, und man solle nie versuchen, sich präziser oder exakter auszudrücken, als es das gerade vorliegende Problem erfordere. Aber Klarheit sei ein intellektueller Wert. (Klarheit in diesem Zusammenhang meint Verständlichkeit oder „Durchschaubarkeit“, Anm.)

Funktionsgleichung einer Geraden hat die Form y = k·x + d → weiter umformen:

-2x + 3y = 5 / +2x

3y = 2x + 5 / :3

y = 2/3 x + 5/3 → **Funktionsgleichung in der Form y = k·x + d**

Aufgabe 41: Ermittle die Gleichung der Geraden in der Form y = k·x + d!

a) $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$

b) $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 42: Gib einen Normalvektor zur Geraden g: 7x – 3y = 9 an!

Aufgabe 43:

a) Gib eine Geradengleichung für die x-Achse bzw. für die y-Achse an!
b) Nicht jede Gerade lässt sich durch eine Funktionsgleichung der Form y = k·x + d darstellen. Begründe, warum diese Aussage zutrifft!

Geradengleichung → Parameterform

Geradengleichung: 5x – 2y = 8

Koordinaten des Normalvektors

→ $\vec{n} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ → Richtungsvektor = $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ (Kippregel!)

(irgendein) Punkt auf der Geraden → für x (oder y) irgendeine Zahl einsetzen
(man kann sich hier irgendeine Zahl aussuchen, egal welche)

Beispiel: setzen x = -2 ein → 5·(-2) – 2y = 8 /+10

- 2y = 18 /: -2

y = -9 → Punkt = (-2/-9)

Parameterform: X = Punkt + t · Richtungsvektor → $g: \vec{X} = \begin{pmatrix} -2 \\ -9 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

Aufgabe 44: Ermittle die Parameterform der Geraden g!

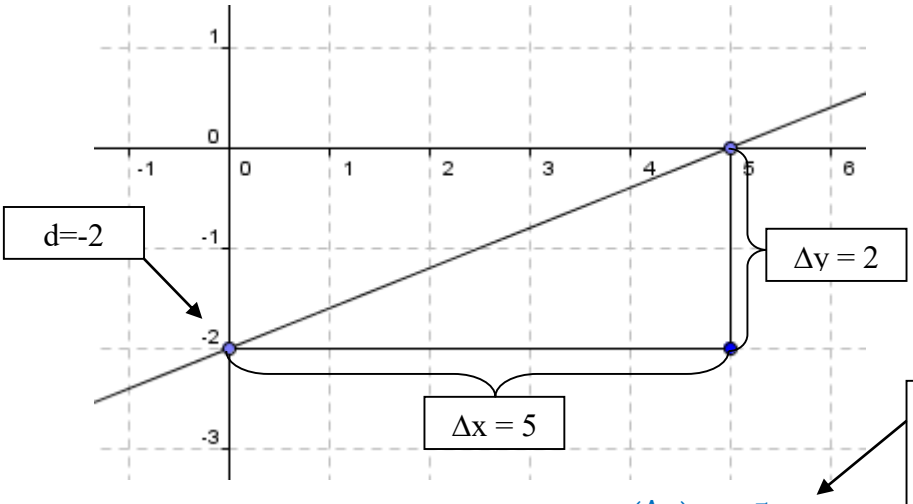
a) 3x – 4y = 12

b) 2x + 3y = 18

Funktionsgleichung → Parameterform

Funktionsgleichung einer Geraden: $y = \frac{2}{5}x - 2$

Steigung $k = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ d = Schnittpunkt mit der y-Achse



$k = \frac{2}{5}$ → Richtungsvektor nach Schema „Nenner oben, Zähler unten“

Δx und Δy sind die Koordinaten des Richtungsvektors → $\begin{pmatrix}\Delta x\\ \Delta y\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

Schnittpunkt mit der y-Achse (x=0, y = d) → P=(0/-2)

Parameterform: $g: \vec{X} = \begin{pmatrix}0\\-2\end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$

Aufgabe 45: Ermittle die Parameterform der Geraden g!

a) y = 3/7 x + 5 b) y = -3/5 x – 1

Auf Basis dieser Grundkompetenzen ergibt sich in weiterer Folge ua folgende Aufgabe aus einem möglichen (vereinfachten) Anwendungskontext:

Aufgabe 55:

Der Lageplan eines großen Hafens wurde in Form eines Koordinatensystems erfasst. Ein Frachtschiff verlässt Pier 1 im Punkt P1=(5/1) um 10:00 Uhr. Das Schiff legt in einer Minute den Weg (Vektor) $\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$ zurück.

Ein zweites Schiff befindet sich um 10:00 Uhr im Punkt Q=(11/8) und steuert direkt auf Pier 2 im Punkt P2 = (-4/3) zu. Schiff 2 erreicht Pier 2 um 10:05 Uhr.

a) Veranschauliche diese Situation an Hand einer Skizze!
b) Gib die Gleichungen jener Geraden an, entlang derer sich die beiden Schiffe bewegen!
c) Bestimme jenen Punkt, an dem sich die Fahrtwege der beiden Schiffe kreuzen!
d) Begründe, ob für die beiden Schiffe Kollisionsgefahr besteht!
e) Ist dieses Modell eine geeignete Abbildung der realen Situation? Führe Argumente für deine Entscheidung an!

3.4.2 Beschreibung von Leistungsaufgaben

Als Leistungsaufgaben kommen naturgemäß insbesondere Fragestellungen analog zu den Teil 1-Aufgaben der sRP in Betracht. Konkret wurden im Rahmen der Schularbeit folgenden Aufgaben (zum vorgestellten Abschnitt des Lernprogramms) gestellt:

1) Ermittle eine Gleichung der Geraden g: $X = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}$ in der Form $a \cdot x + b \cdot y = c$!

2) Gib einen Normalvektor der Geraden g: 7x – 3y = 11 an!

Als Aufgabe im zweiten Teil der Schularbeit (Erweiterungsbereich / Vernetzung von Grundkompetenzen) wurde folgende Fragestellung gewählt:

3) Ein Flugzeug wird zum Zeitpunkt t = 0 Sekunden von einem Radar erfasst und befindet sich in diesem Augenblick im Punkt (320|170). Es bewegt sich am Bildschirm entlang der Geraden g: $X = \begin{pmatrix} 320 \\ 170 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -20 \\ 10 \end{pmatrix}$.

a) $\boxed{\text{A}}$ In welchem Punkt wird das Flugzeug nach 3 Sekunden dargestellt?

b) Ein zweites Flugzeug bewegt sich am Monitor entlang der Geraden h: $X = \begin{pmatrix} 130 \\ 165 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 30 \\ 5 \end{pmatrix}$. Zeige, dass sich die beiden Flugbahnen schneiden und gib die Koordinaten des Schnittpunkts an!

c) Argumentiere, ob für die beiden Flugzeuge (ungeachtet der Flughöhe) Kollisionsgefahr besteht!

Zur Selbstkontrolle (bzw. natürlich auch als „Übungspool“) stand den Schüler/innen einerseits ein Kompetenzcheck in gedruckter Form (im Lernprogramm inkludiert) zur Verfügung. Andererseits gibt es auch einen Online-Fragenkatalog mit 50 Aufgabenstellungen, welche ebenfalls das gesamte Stoffgebiet abdecken. Diese Fragen sind unter https://quizlet.com/mr-pi ebenfalls frei verfügbar.[6]

[6] Die Verwendung dieses Online-Tools folgt dem Prinzip der möglichst leichten Verfügbarkeit: die Fragen sind dadurch für die Schüler/innen jederzeit kostenlos am eigenen Handy verfügbar.

4 DURCHFÜHRUNG

4.1 Beschreibung der Umsetzung

Das Projekt konnte im Wesentlichen in der geplanten Form umgesetzt und durchgeführt werden.

Eine – unabhängig vom Unterrichtsfach und den konkreten Inhalten – große Herausforderung ist es natürlich, dass Schüler/innen dann auch tatsächlich die Verantwortung für ihren eigenen Lernprozess übernehmen. Hier ergeben sich mitunter Probleme, wenn Schüler/innen die Verantwortlichkeit für ihr Mitarbeiten oder Nicht-Mitarbeiten eher bei der Lehrperson sehen. Die Lehrperson ist in diesem Sinn gefordert, entsprechendes Arbeitsverhalten permanent einzufordern. Individualisiertes Lernen setzt hier natürlich auch eine andere Grundhaltung seitens der Schüler/innen voraus. An diesen überfachlichen Kompetenzen entsprechend zu arbeiten ist ein wesentlicher Erfolgsfaktor für das Projekt.

Mit den Aufgabenstellungen kamen die Schüler/innen in der Regel sehr gut zurecht. Über weite Strecken konnten die Schüler/innen die Aufgaben ohne weitere Hilfestellungen bewältigen.

Die Strukturierung des Lernprogramms trägt auch zu einer klaren Definition des Prüfungsstoffs bei. Es ist auf diese Weise sehr transparent, was in welchem Umfang zu können ist.[7]

Für viele Schüler/innen brachte dieses Projekt eine große Zeitersparnis beim Mathematik-Lernen. Da die Zeit so bemessen ist, dass möglichst jede/r die verpflichteten Aufgabenstellungen auch in dieser Zeit bewältigen kann, brauchen viele natürlich nur einen Bruchteil dieser Zeit. Manche verwenden diese Zeit dafür, sich auch mit weiterführenden (vertiefenden) Aufgaben zu beschäftigen und zeigen daran auch reges Interesse. Da sich die Schüler/innen in diesem Projekt die Arbeit im Rahmen der offenen Lernphasen frei einteilen konnten (also auch fachübergreifend), nutzten viele natürlich auch die Möglichkeit, auf diese Weise mehr Zeit für die jeweils interessierenden Themen zur Verfügung zu haben.

4.2 Einsatz der Lern- und Leistungsaufgaben

Der Einsatz der Lernaufgaben hat sehr gut funktioniert. Die Schüler/innen konnten auf diese Weise das nötige Wissen erwerben und festigen, um die korrespondierenden Fragestellungen zu den Grundkompetenzen des Kompetenzmodells anschließend lösen zu können.

Insbesondere steht dadurch jedem/r Schüler/in eine vollständige und systematisch geordnete Lernunterlage zur Verfügung, die eigentlich von allen auch als wesentliche Lernunterlage für die Schularbeit verwendet wurde.[8] Auf diese Weise werden viele häufig auftretende Probleme im Zusammenhang mit abwesenden Schüler/innen, Zeitproblemen im Unterricht etc. vermieden.

Auch die Leistungsaufgaben haben in diesem Sinn die erwarteten Ergebnisse gebracht (siehe auch Kapitel 5). Bei Aufgaben, die eine über die einzelne Grundkompetenz hinausgehende Ver-

---

[7] Eine – auch sehr fein sturkurierte – Angabe des Prüfungsstoffs ist oft nicht sehr hilfreich, wenn die einzelnen Punkte so allgemein gefasst sind, dass weder die geforderte Komplexität noch der Umfang der verlangten Kompetenzen daraus abgeleitet werden kann; etwa Formulierungen der Art „Vektoren im R^2 zur Beschreibung geometrischer Probleme verständig einsetzen können“. Hier steht durch das Lernprogramm eine Art Fragenkatalog zur Verfügung, sodass in diesem Sinn präzise Abgrenzungen getroffen werden können.

[8] Dies zeigte sich durch die Beobachtungen im Unterricht bzw. durch Gespräche mit den Schüler/innen (vgl. dazu auch Kapitel 5).

netzung erfordern, zeigt sich freilich, dass diese nur noch von einem kleineren Teil der Schüler/innen erfolgreich bearbeitet werden konnten. Hier ist jedoch auch zu bedenken, dass viele Schüler/innen von vornherein nur jene Aufgabenstellungen bearbeiten wollen, welche für eine positive Beurteilung erforderlich sind. Auch die Freiheit, nicht mehr als die nötigen Grundkompetenzen erwerben zu wollen, fällt aber meines Erachtens in die Eigenverantwortlichkeit des Lernprozesses und sollte demzufolge nicht als grundsätzlich negativ angesehen werden.

4.3 Verbreitung und Vernetzung

Die Ergebnisse und Erfahrungen aus dem Projekt werden im Rahmen der regelmäßigen Teamsitzungen in kompakter Form allen Kolleg/innen präsentiert. Dieses Projekt soll ein konkretes Beispiel für die Realisierung eigenständigen, individuellen Lernens im Sinne des Schulleitbilds sein. Innerhalb der Fachgruppe werden die Resultate und Konzepte detaillierter diskutiert. Bei Bedarf bzw. bei Interesse werden entsprechende Hilfestellungen und Unterstützungen bei der Implentierung von auf diesem Projekt aufbauenden Unterrichtssequenzen angeboten.

Bei einem erfolgreichen Projektabschluss sind interessierte Fachkolleg/innen anderer Schulen jederzeit willkommen, den Unterricht bzw. die Schule zu hospitieren und das Konzept (die Projektidee) umfassend kennen zu lernen. Bereits nach dem Start-Up-Workshop hat eine Kollegin aus Wien unsere Schule besucht.

Die im Rahmen des Projekts entstandenen Arbeitsmaterialien bzw. aus der Projektdurchführung gewonnen Erfahrungen werden (zB über die Schulhomepage) allgemein zugänglich gemacht. Unter Wahrung des Urheberrechts und Nennung der Autorschaft sind diese Unterrichtsmaterialien anschließend frei verwendbar.[9]

[9] Die Arbeitsmaterialien können in jedem Fall direkt vom Autor angefordert werden: office@mathe-gruber.at

5 PROJEKTPRODUKTE UND ERKENNTNISSE

5.1 Evaluationskonzept

Der erfolgreiche Erwerb der Grundkompetenzen bzw. darüberhinausgehender Kenntnisse und Fähigkeiten wurde am Ende des Projekts durch eine Leistungsfeststellung iS der LBVO überprüft („Schularbeit"). Der Lernfortschritt der einzelnen Schüler/innen und der individuelle Lernferfolg wurde darüberhinaus durch permanente Beobachtung und Betreuung durch die Lehrperson festgehalten und dokumentiert.

Ergänzend dazu (und als gleichwertig anzusehen) erfolgte eine Selbsteinschätzung sowohl des Lernerfolgs, aber auch des Arbeitsverhaltens und anderer Aspekte durch die Schüler/innen selbst. Dies bildete die Basis für ein individuelles Feedback-Gespräch.

Um das Projekt als solches evaluieren zu können, wurden Interviews mit Schüler/innen über ihre Erfahrungen bzw. Meinungen zum Projektablauf durchgeführt.

Auf Schulebene wurden die Projektergebnisse dem Team abschließend präsentiert und in der Fachgruppe diskutiert. Daraus ergaben sich auch Impulse für weitere ähnliche Vorhaben.

5.2 Auswertung

5.2.1 Fachliche Kompetenzen

Der Erwerb der fachlichen Kompetenzen wurde (wie oben ausgeführt) im Rahmen einer Schularbeit überprüft. An dieser Schularbeit nahmen 23 Schüler/innen teil.

Frage 1 (siehe Kapitel 3.4.2) wurde von 17 Schüler/innen (74%) korrekt gelöst. Frage 2 konnten 21 Schüler/innen (91%) richtig beantworten. Frage 3a (weche ebenfalls zu den Grundkompetenzen zählt) wurde von 20 Schüler/innen (87%) erfolgreich bearbeitet.

Hier zeigt sich, dass die Schüler/innen im Rahmen des Unterrichtsprojekts die erforderlichen Grundkompetenzen erfolgreich erworben haben. Zu beachten ist, dass aufgrund des 0-1-Prinzips in der Bewertung (analog dem Konzept der sRP) bewusst auch Fragen zur Prüfung gestellt werden, bei denen davon auszugehen ist, dass sie alle oder nahezu alle Schüler/innen beantworten können. Dies trifft im konkreten Fall auf die Fragen 2 und 3a zu. Auch die insofern anspruchsvollere Frage 1 konnte jedoch von ¾ der Schüler/innen richtig beantwortet werden.[10]

Die Fragen 3b und 3c, welche höhere Komplexität aufweisen („Teil 2-Aufgaben") wurden von 8 bzw. 7 Schüler/innen (35% bzw. 30%) richtig gelöst. Hier ist zu beachten, dass für die Schüler/innen von vornherein klar war, dass diese Fragen nur für eine Beurteilung mit „Gut" oder „Sehr gut" beantwortet werden müssen.

Auch die Beobachtungen während des Unterrichts bzw. die erfolgten Leistungsaufzeichnungen zeigen, dass die Schüler/innen die Aufgabenstellungen erfolgreich bewältigen konnten. Insbesondere gab es für die Schüler/innen die (optionale) Möglichkeit, im Rahmen eines Unterrichts-

[10] Der Projektbericht bezieht sich hier – analog dem Kapitel 4 – nur auf einen Ausschnitt der gesamten Unterrichtssequenz. Die Leistungen der Schüler/innen hinsichtlich der weiteren Fragen zeigen ein ähnliches Bild. Insgesamt wurde die Schularbeit von 19 Schüler/innen (83%) positiv bewältigt.

gesprächs über den Online-Fragenpool (s.o.) die vollständige Beherrschung der Grundkompetenzen nachzuweisen. Diese Möglichkeit wurde von 21 der 25 Schüler/innen erfolgreich in Anspruch genommen.[11]

5.2.2 Überfachliche Kompetenzen

Die Ziele im Rahmen der überfachlichen Kompetenzen wurden primär durch Beobachtungen im Unterricht sowie durch Interviews mit den Schüler/innen überprüft. Hierzu wurden mit 7 Schüler/innen ausführliche Gespräche geführt.

Eigenständige Umsetzbarkeit

Aus der Beoachtung des Arbeitsverhaltens der Schüler/innen im Unterricht ergab sich, dass die Lernenden idR gut mit den Arbeitsunterlagen zurechtkamen. Ein Großteil der Aufgabenstellungen konnte selbständig anhand der Musterlösungen bewältigt werden. „Man versteht eigentich gleich wie das geht“ oder „man muss eh nur lesen was da steht“, so die Aussagen von Schüler/innen.

Einzelne Verständnisfragen an die Lehrperson kamen natürlich vor. Bei zwei Aufgabenstellungen war auffallend, dass von mehreren Schüler/innen unabhängig die nahezu idente Frage gestellt wurde. Dies wurde als Indiz für Mängel in der Formulierung der Erklärung gewertet und führte folgerichtig zu einer Überarbeitung der entsprechenden Textpassagen.

Ansonsten betrafen viele Fragen vor allem Rechenfehler oder Abschreibfehler, sodass das Ergebnis nicht mit dem Lösungsteil übereinstimmte. Hier war auffallend, dass Schüler/innen dann vielfach rückfragten, ob sie die ganze Aufgabe jetzt nochmals machen müssen.[12] Hier war ihnen offenbar klar, dass sie das Prinzip des Lösungswegs vollständig verstanden hatten, auch wenn zB irgendwo ein Minus zuviel oder zuwenig vorkam.

Beim Umgang mit den Musterlösungen zeigen sich sehr unterschiedliche Ansätze. „Ich hab mir immer zuerst das Beispiel angesehen und dann das nachgemacht“ – so die Aussage eines/r eher leistungsschwächeren Schülers/Schülerin. „Die meisten Aufgaben waren eh sofort klar, das Beispiel hab ich nur gebraucht wenn mir gar nix eingefallen ist“ war die Herangehensweise eines/r sehr guten Schülers/Schülerin.

Dies zeigt, dass die Konzeption des Lernprogramms den verschiedenen Lernvoraussetzungen sehr gut entgegenkommt. Wer will, kann sich an eine doch eher sehr eng strukturierte Abfolge halten und hat dann aber idR auch „garantierte“ Erfolgserlebnisse. Andererseits besteht die Freiheit, auch direkt eigene Ideen bzw. Lösungsstrategien umzusetzen, ohne überhaupt durch sonstige Varianten beeinflusst zu sein.

„Muss ich das jetzt wirklich machen, das ist doch eh klar“ kam genauso als Rückmeldung vor wie „das gehört jetzt aber fix nicht mehr zum Pflichtprogramm oder“.[13] Auch diese Aussagen illustrieren, dass man mit dem Lernprogramm auf sehr verschiedenen Niveaus arbeiten kann.

---

[11] Daraus ergab sich für die Schüler/innen die Möglichkeit, diesen Themenbereich auf jeden Fall – unabhängig von der Note auf die Schularbeit – positiv abgeschlossen zu haben. Möglicherweise verbesserte sich durch die intensivierte Vorbereitung bereits im Vorfeld auch die Leistung bei der Schularbeit.

[12] Sie mussten nicht; eine Bemerkung / Kennzeichnung der fehlerhaften Passage wurde als ausreichend angesehen.

[13] Man durfte Aufgaben aus dem Basisbereich zu Gunsten von Erweiterungsaufgaben streichen; das entsprechende Beispiel war nicht Teil des Pflichtprogramms.

Klare Struktur

Allen Schüler/innen war rasch klar, welcher Arbeitsauftrag mit diesem Projekt verbunden war. Auch die Abgrenzung zwischen verpflichtendem (und prüfungsrelevantem) Basisbereich und freiwilligen Erweiterungsbereichen wurde problemlos verstanden.

„Man hat immer gewusst was zu tun ist“ oder „das Gute war, dass man sich die Mathe-Freiarbeit einteilen konnte, weil man das ganze Skript immer da hatte“, so die Formulierung aus Schüler/innensicht.

Verständlichkeit

Für den erfolgreichen Einsatz eines solchen Lernprogramms ist die Verständlichkeit aus Sicht der Schüler/innen ein ganz entscheidender Erfolgsfaktor. Hierbei ist zu beachten, dass man nur jene Definitionen und Fachbegriffe einführen sollte, die dann auch tatsächlich in der Aufgabenstellung Verwendung finden. Alles andere führt zu Irritationen bei den Schüler/innen, weil dann nicht klar ist, warum dieses Wort da überhaupt steht.

Zwar wird im Lernprogramm konsequent der Begriff Richtungsvektor als Synonym für Pfeil verwendet, weil es aus Sicht des Autors ein Fachbegriff ist, den die Schüler/innen kennen und vor dem sie später nicht „erschrecken“ sollten. „Synonym für Pfeil“ mag auf abstrakt-mathematischer Ebene diskussionswürdig sein, genügt jedoch allen Anforderungen an den Begriff im Sinne des Lernprogramms (und des Schulstoffs insgesamt). „Wieso steht dann nicht Pfeil da“, so die dennoch nachvollziehbare Kritik eines/r Schülers/Schülerin. Auf Begriffe wie „n-tupel“, die für das gesamte Lernprogramm entbehrlich sind, wurde gänzlich verzichtet.

Die Verständlichkeit wurde auch durch die Rückmeldung der Schüler/innen bestätigt. „Das ist das erste Mathe-Buch das ich verstanden habe“ oder „man kennt sich aus, was gemeint ist“, so die Formulierungen der Schüler/innen. „Ich hab meistens gleich verstanden, was ich tun soll“ brachte es ein/e Schüler/in auf den Punkt.[14]

Problematik mit Arbeitshaltung

Eigenständiges Lernen geht stets davon aus, dass die Schüler/innen im Grunde etwas lernen wollen. Damit ist keine überbordende Begeisterung und/oder permanente Freude am Lernen gemeint. Jedoch funktioniert es nicht ohne ein gewisses Commitment der Lernenden. Ein Mindestmaß an Selbstkontrolle und Arbeitseinsatz ist essentiell, zumal die Lehrperson durch viele Gespräche mit einzelnen Schüler/innen nicht ständig die gesamte Klasse disziplinär überwachen kann.

In den meisten Fällen genügt es, den Arbeitsfortschritt der Schüler/innen zu dokumentieren und allenfalls Vereinbarungen mit den Schüler/innen zu treffen. „Du setzt dich jetzt hier hin und machst einmal das“ ist sicherlich keine Aufforderung zur Eigenständigkeit, erwies sich jedoch vielfach als zweckmäßig, um Lernprozesse zu initiieren.

---

[14] „Verstehen“ aus Schüler/innensicht meint vielfach „wissen, was man tun soll“ und das dann „richtig machen“. Der Begriff des Verstehens ist in der Mathematik (wie in der Lernpsychologie) ein diffiziles Feld. Aus Sicht des Autors wird dieser Begriff viel zu inflationär gebraucht, wobei vielfach keine tragfähige Definition des Begriffs zugrunde liegt. „Das muss man halt verstehen“ als Ersatz für eine konsistente Anleitung, wie das geht, ist ein weitverbreiteter Missbrauch dieses Begriffs. Diese Problematik kann hier jedoch nicht vertieft werden, obgleich sie für die Konzeption des Lenrprogramms von zentraler Bedeutung ist.

Die meisten Schüler/innen nutzten einerseits die sich daraus ergebenden Möglichkeiten; insbesondere auch, um selbständig Hilfe nicht nur von Lehrpersonen, sondern auch von Kolleg/innen zu suchen.

Nicht verschwiegen werden soll andererseits, dass gänzliches Fehlen dieses Mindestmaßes an Arbeitsbereitschaft in einigen Fällen zu entsprechend schlechten Lernergebnissen führte. „Wenn Sie nur sagen, dass ich das machen soll, und dann nicht die ganze Zeit schaun was ich tu ist doch klar, dass ich nix mache“, so begründete ein/e Schüler/in seinen mangelnden Arbeitserfolg.

„Pause is vorbei – legt's jetzt die Handies weg und fangt mit Mathe an“ war die Auffoderung seitens der Lehrperson. Nachdem 5min später keiner der betreffenden Schüler/innen das Handy weggelegt hatte und die Lehrperson mit deutlichem Missfallen diese Arbeitshaltung kritisierte, entgegnete ein/e Schüler/in: „wenn Sie dann wieder weggehen und nicht aufpassen dass wir wirklich die Handies weglegen sind wir doch nicht Schuld dran“.

In solchen Settings ist selbständiges Lernen dann nur schwer umsetzbar; und auch beim Projekt haben sich daraus Probleme ergeben (wenn auch nur mit einer Minderheit der Schüler/innen).

Einschätzung des eigenen Könnens – Transparenz der Anforderungen für die Prüfung

Grundsätzlich war allen Schüler/innen klar, was von ihnen bei der Schularbeit erwartet wurde. Der Prüfungsstoff ergab sich einerseits aus den entsprechenden Abschnitten des Skripts, andererseits aus dem korrespondierenden Online-Fragenkatalog (s.o.).

„Ich hab einfach nur das Skript gelernt“, „wenn man das Skript kann, ist das eh kein Problem“, „ich hab schon gewusst, was ich lernen soll“, so die entsprechenden Schüler/innenantworten.

5.2.3 Diversität & Gender

Im Verlauf des Projekts konnten keinerlei Unterschiede in der Herangehensweise zwischen Jungen und Mädchen beobachtet werden. Auch die Leistungen waren offensichtlich nicht geschlechtsabhängig. (Sowohl bei den sehr guten als auch bei den sehr schwachen Schüler/innen waren Jungen und Mädchen entsprechend dem Anteil in der Klasse vertreten.)

Auffallend war hingegen, dass viele Schüler/innen im Rahmen der freien Arbeitsphasen sich auch Hilfe (zB durch Erklärungen) von anderen suchten, die sonst (soweit man dies als Klassenlehrer/in einschätzen kann) nicht unbedingt zum engeren Freundeskreis zählen. Dabei wurden offenbar keine Unterschiede zwischen Jungen und Mädchen gemacht.

Insgesamt hat sich somit die Erwartung, dass durch die freieren Arbeitsphasen viele Stereotpye wegfallen, weil das Verhalten nicht der ständigen Beobachtung durch die gesamte Klasse ausgesetzt ist, bestätigt.

5.3 Interpretation

Insgesamt zeigt sich, dass die Erwartungen an das Projekt weitgehend erfüllt wurden. Insbesondere die Möglichkeit, dass Schüler/innen auch in der Oberstufe selbständig mathematische Inhalte erarbeiten können, wurde erfolgreich umgesetzt. Die Schüler/innen kamen zu vergleichbaren Leistungen ohne unverhältnismäßig hohen Mehraufwand durch diese Lernform.

Auf die unterschiedlichen Lernvoraussetzungen konnte im Rahmen dieser Unterrichtssequenz sehr gut eingegangen werden. Die Leistungsunterschiede werden dadurch zwar eher größer als

kleiner, jedoch gelingt jedem/r Schüler/in ein Lernfortschritt in Bezug auf die individuelle Ausgangssituation. Die notwendigen Grundkompetenzen konnten von allen – sofern die Schüler/innen mit dem notwendigen Arbeitseinsatz[15] dabei waren – erreicht werden.

Auch wenn in diesem Sinn das „Klassenziel“ der Sicherung der nötigen Grundkompetenzen erreicht wurde, sei an dieser Stelle erwähnt, dass solche „Klassenziele“ grundsätzlich problematisch sind, weil sie den individuellen Lernfortschritt und die Bedürfnisse des/r einzelnen Schülers/in nicht berücksichtigen. Durch den Einsatz des hier vorgestellten Lernprogramms kann auch der Lernprozess und der Lernfortschritt der einzelnen Schüler/innen sehr viel differenzierter gestaltet werden (vgl. Precht (2013), S108ff).

Ein individualiserter Unterricht in diesem Sinn wird auch von den Schüler/innen sehr gut angenommen und als Verbesserung gegenüber anderen Methoden empfunden (vgl. dazu die Ausführungen unter 5.2).

[15] Vgl. dazu die Problematik hinsichtlich Arbeitshaltung unter 5.2

6 RESÜMEE

Aus dem Projekt ist das vorgestellte Lernprogramm entstanden, welches auch in Zukunft zur Verfügung steht und vielleicht sogar außerhalb dieser Schule weitere Verwendung findet. Das Lernprogramm steht als Download frei zur Verfügung.

Man kann dieses Lernprogramm auch parallel zum sonstigen Unterricht als Lernhilfe für die Schüler/innen einsetzen. Freilich hat dieses Projekt gezeigt, dass man den „sonstigen Unterricht“ dann auch zumindest sehr weit reduzieren kann, sodass die Schüler/innen die entsprechenden Zeitressourcen effizient für die eigene Arbeit verwenden können.

Aus dem Projekt zeigt sich, dass ein „Lernprogramm Mathematik“ in der hier vorgestellten Form jedenfalls aus Sicht der Schüler/innen verständlich und gut umsetzbar ist. Sie erhalten dadurch eine effektive und zielgerichtete Hilfe, um die Prüfungsanforderungen erfolgreich bewältigen zu können. Selbst wenn man im bloßen Bestehen von Prüfungen ein nur minderwertiges Ziel von Unterricht sieht, ist das sichere Beherrschen dieser Grundkompetenzen (iS des Kompetenzmodells der RP) jedenfalls die Grundvoraussetzung für alle darauf aufbauenden Unterrichtsziele.

7 LITERATUR

Breyer, Gustav u.a. (2013). Praxishandbuch Mathematik AHS Oberstufe Teil 2. Graz: Leykam.

Hüther, Gerald (2016). Mit Freude lernen ein Leben lang. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Largo, Remo (2010). Lernen geht anders – Bildung und Erziehung vom Kind her denken. München: Piper Verlag.

Liebscher, Marlies u.a. (2014). Praxishandbuch Mathematik AHS Oberstufe Teil 1. Graz: Leykam.

Meyer, Jörg (2016). Punkt- statt Vektorrechung! MU Der Mathematikunterricht, Jahrgang 62 (4), 15-24.

Müller, Andreas (2013). Eigentlich wäre Lernen geil. Bern: hep verlag ag.

Precht, Richard David (2013). Anna, die Schule und der liebe Gott. München: Goldmann.

Rasfeld, Margret & Breidenbach, Stephan (2014). Schulen im Aufbruch – eine Anstiftung. München: Kösel-Verlag.

Tietze, Uwe-Peter u.a. (2016). Mathematikunterricht in der Sekundarstufe II, Band 2, Didaktik der Analytischen Geometrie und Linearen Algebra. Braunschweig/Wiesbaden: Vieweg & Sohn.

Vohns, Andreas (2016). Algebraisierung, Geometrisierung und Kapselung – Globale Ideen bei den Vektoren im Unterricht zur analytischen Geometrie. MU Der Mathematikunterricht, Jahrgang 62 (4), 4-14.

ERKLÄRUNG

"Ich erkläre, dass ich die vorliegende Arbeit (=jede digitale Information, z.B. Texte, Bilder, Audio- und Video Dateien, PDFs etc.) selbstständig angefertigt und die mit ihr unmittelbar verbundenen Tätigkeiten selbst erbracht habe. Alle aus gedruckten, ungedruckten oder dem Internet im Wortlaut oder im wesentlichen Inhalt übernommenen Formulierungen und Konzepte sind zitiert und durch Fußnoten bzw. durch andere genaue Quellenangaben gekennzeichnet. Ich bin mir bewusst, dass eine falsche Erklärung rechtliche Folgen haben wird. Diese Erklärung gilt auch für die Kurzfassung dieses Berichts, sowie eventuell vorhandene Anhänge."