DER VARIABLENBEGRIFF.

EIN UNTERRICHTSMODELL FÜR DIE

1. KLASSE AHS

Katrin Graf

Paul Weitzer

Akademisches Gymnasium Wien

Wien, 2002

INHALTSVERZEICHNIS

ABSTRACT

Der vorliegende Bericht beschreibt ein Projekt zur Erarbeitung des Variablenbegriffs in der ersten Klasse AHS. Im Mittelpunkt dieses Lernmoduls steht das selbstständig entdeckende Herantasten an diesen so grundlegenden mathematischen Begriff. Mithilfe der Ausführung des Projekts soll weiters in Frage gestellt werden, inwiefern nicht auch im Mathematikunterricht alternative Lernformen verstärkt Einzug finden sollten.

1 MOTIVE UND ZIELSETZUNGEN

Viele Kinder werden in der Volksschule mit diversen offenen Lernphasen konfrontiert, womit unter anderem dem kindlichen Trieb nach entdeckendem Lernen Folge geleistet werden soll. Oftmals kommt daher zu all den Änderungen, die der Wechsel von der Volksschule zur Sekundarstufe mit sich bringt, hinzu, dass sich auch die methodisch-didaktischen Ansätze der Lehrenden von den Gewohnheiten im Volksschulbereich grundlegend unterscheiden. So stellt sich die Frage, ob man den Kindern nicht vielleicht die Umstiegssituation etwas erleichtern könnte, indem auch im Gymnasium spielerische Lernsequenzen miteinbezogen werden. Dies wäre nicht nur im Hinblick auf eine Relativierung der Veränderungen, die ein Schulwechsel impliziert, hilfreich, vielmehr scheint es interessant zu erfahren, inwiefern Lernphasen, die von so gängigen Unterrichtsformen - wie zum Beispiel die des fragend-entwickelnden Unterrichts - abweichen, auch aus fachlicher Sicht zielführend sein können.

Angeregt durch ein IMST²-Seminar im Oktober 2002 beschlossen wir (Prof. Weitzer und Prof. Graf) den Umstand, dass wir beide eine 1. Klasse unterrichten, auszunutzen und gemeinsam ein Projekt zu planen, das vor allem das selbstentdeckende Lernen in den Mittelpunkt stellen soll. Zunächst erwarteten wir uns dadurch vor allem, das Image des Mathematikunterrichts verbessern zu können. Schon bald fiel uns jedoch auf, dass unser Unternehmen nicht nur ein Versuch ist, SchülerInnen durch eine alternative Lernform für die Mathematik zu begeistern, sondern dass auch wir Lehrer einiges dazulernen können.

1.1 Erwartungen

Die SchülerInnen sollen einen Unterrichtsmethodenwechsel erleben, sodass der Mathematikunterricht nicht so negativ besetzt wahrgenommen wird. Insbesondere hofften wir, dass auch schlechtere SchülerInnen einen positiveren Bezug zur Mathematik finden, indem sie in einer Gruppe Teilaufgaben wie Messen, Zeichnen,... bearbeiten und so zu einer aktiven Teilnahme am Mathematikunterricht animiert werden.

Weiters sollte diese Einheit dazu dienen, dass SchülerInnen lernen, auch untereinander über mathematische Sachverhalte zu sprechen.

Ein sehr wichtiger Aspekt, der im Mathematikunterricht oft zu kurz kommt, schien uns außerdem die Erhöhung der sozialen Kompetenz der SchülerInnen, da das Arbeiten in der Gruppe ein gegenseitiges Helfen und Erklären, sowie ein Rücksichtnehmen aufeinander implizieren sollte.

Auch wir Lehrer meinten, von diesem Lernmodul langfristig profitieren zu können. Für uns stellte dieses Vorhaben eine gewisse Art der Weiterbildung dar. Durch die Idee, SchülerInnen dazu anzuregen, untereinander über mathematische Verhalte zu sprechen, erhofften wir uns, eine größere Sensibilität für Denkprozesse entwickeln zu können. Wir dachten, dass durch die selbstständige Auseinandersetzung mit mathematischen Fragen womöglich Schülerprobleme zu Tage kommen, die der Lehrperson vorher nicht bewusst waren. Dies sollte schließlich eine Verbesserung der Erklärfähigkeit mit sich bringen.

Außerdem sei nicht unerwähnt, dass wir eine gewisse Lust verspürten, etwas Neues auszuprobieren, um nicht in einen Trott zu verfallen.

Wie bereits erwähnt ist es uns ein besonderes Anliegen, dass der Mathematikunterricht durch die Verwendung alternativer Lernformen eine Imageverbesserung erfährt. Wir hofften, erreichen zu können, dass durch einen bewussten Methodenwechsel Vorurteile, die den Mathematikunterricht betreffen, abgebaut werden können. Unser Vorhaben sollte daher nicht nur SchülerInnen und Lehrpersonen von Nutzen sein, sondern auch einem besseren Ansehen des Mathematikunterrichts im Allgemeinen dienen.

2 VORARBEIT UND DURCHFÜHRUNG

2.1 Themenwahl

2.1.1 Durchforstung des Lehrplans hinsichtlich möglicher Themen

Nicht jedes Thema eignet sich in gleichem Maße, um den gestellten Erwartungen gerecht zu werden. Nach einer Durchforstung des Lehrplans der 1. Klasse AHS zogen wir die Schwerpunkte *Kreis und Kreisteile*, *Maßstab*, *Quader und Quadernetze* sowie *Variable* in die engere Wahl. Von Beginn an galt jedoch die Einführung des Variablenbegriffs als unser Favorit.

Der Schwerpunkt *Kreis und Kreisteile* wäre von rein geometrischer Natur und wir „befürchteten" schließlich, dass dessen Aufgabenstellungen ohne gröbere Schwierigkeiten bewältigt werden könnten, sodass wir selbst nur wenig Hinweise über die Probleme von SchülerInnen mit mathematischen Aufgabenstellungen erhalten hätten. Auch das Thema *Maßstab* schien uns letztendlich als zu wenig ergiebig, da nach Erarbeitung eines prinzipiellen Verständnisses der Sinnhaftigkeit dieses Begriffs naturgemäß eine Reihe von Anwendungsaufgaben folgt. Wir wollten aber mit unserem Vorhaben offenes Lernen bewusst nicht auf ein Einüben von anwendungsorientierten Aufgaben reduzieren. Schließlich kamen wir auch vom Themenbereich *Quader und Quadernetze* ab. Umso mehr erachteten wir allerdings die Behandlung des Variablenbegriffs als geeignet.

Als wir uns wenige Tage später in der Lernwerkstatt am PI-Wien auf Materialsuche begaben, wurden wir in unserer Themenwahl nur bestätigt. Wir fanden dort zwar umfangreich Material zum Einüben verschiedener mathematischer Inhalte, aber so gut wie keine Vorlagen für deren eigenständige Erarbeitung. Bloß zum Variablenbegriff stießen wir auf eine Unterlage, die unseren Erwartungen entsprach, sodass wir wie schließlich in unserem Projekt in leicht modifizierter Form verwendeten.

2.2 Aufbau und Gliederung des Projekts in 6 Unterrichtsstunden

2.2.1 Dauer und Zeitpunkt des Projekts

Das Thema „Variable" kommt im Lehrplan der 1. Klasse AHS an vielen Stellen vor: bei einfachen Gleichungen, Ungleichungen, Textaufgaben, Umfang von Rechteck und Quadrat, bei den Rechenregeln für die Grundrechnungsarten u.v.a. Das Ziel war, möglichst im ersten Drittel des Schuljahres – also möglichst am Beginn – die SchülerInnen die Variablen „entdecken" zu lassen, ohne noch viel damit vorher gearbeitet zu haben. Die Frage war die: Können sich die SchülerInnen diesen nicht allzu leichten, aber wichtigen mathematischen Begriff bzw. Lerninhalt selbst erarbeiten, ohne dass der Lehrer die Informationen (vor)gibt und ohne dass die SchülerInnen allzu viel Vorwissen dazu haben? In der Volksschule wird – wenn überhaupt – ein eher intuitiver und spielerischer Umgang mit dem Buchstabenrechnen gepflogen. Aus organisatorischen Gründen (Das Projekt sollte in einer einzigen Schulwoche durchgezogen werden!) konnte der vorgesehene Termin 3. bis 7. Dez. 2001 nicht gehalten werden und musste auf die erste Woche nach den Weihnachtsferien verschoben werden.

Was die Dauer des Projekts betrifft, sollte nicht allzu viel Zeit in dieses Thema investiert werden, um nicht mit den anderen wichtigen Themen des Schuljahres in Zeitnot zu geraten. Der zeitliche Aufwand muss in einer vernünftigen Relation zu dem zu erwarteten „Erfolg“ stehen, nämlich die selbstständige Erarbeitung eines mathematischen Lerninhalts durch die SchülerInnen, für den sonst der/die LehrerIn ca. 3 bis 4 Stunden benötigt. Das Projekt wurde deshalb auf 5 Arbeitsblätter und 6 Unterrichtsstunden reduziert.

2.2.2 Das Gespräch der SchülerInnen als weiteres Ziel des Projekts

In zahlreichen Studien der Mathematik-Didaktik [1)] wird immer wieder bedauert, im Mathematikunterricht beschränke sich das Gespräch über Mathematik auf die Wiederholung von Lehreraussagen oder Fragen. Die SchülerInnen seien es nicht gewohnt oder nicht imstande, mathematische Sachverhalte in einer verständlichen Kommunikation zu diskutieren, hinterfragen oder sogar kreativ zu verbalisieren. Deshalb ist es von vornherein ein wesentliches Ziel dieses Unterrichtsvorhabens, genug Raum für Diskussionen in der Gruppe und mit dem Lehrer im Plenum einzuräumen. Die Beispiele und Aufgaben der Arbeitsblätter sind so ausgewählt worden, dass immer wieder mathematische Diskussionen in den Gruppen aufkommen müssen. Auch wenn die SchülerInnen es nicht schaffen sollten, sich das Wissen über den Variablenbegriff wie geplant selbst zu erarbeiten, wären die notwendig erfolgten und gewünschten Gespräche über mathematische Probleme in den Gruppen ein nicht zu unterschätzender Gewinn des Projekts, der für den zukünftigen Mathematikunterricht hinsichtlich der Verbalisierungsfähigkeit der SchülerInnen positive Auswirkungen haben sollte.

2.3 Aufbau des Projekts

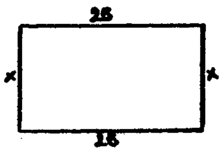
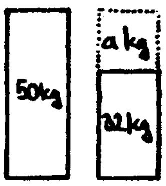
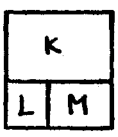
Das Projekt beginnt mit einer Einleitung durch den/die LehrerIn, in der zuerst die Arbeitsweise in 5 Gruppen (die Klasse hat 28 SchülerInnen), das Einkleben der Arbeitsblätter in das Schulübungsheft und das Ziel des Unterrichtsprojektes vorgestellt und erklärt werden. Dann wird – nach erfolgter Gruppeneinteilung von 4 bis 5 SchülerInnen – das 1. Arbeitsblatt zum Ausfüllen ausgeteilt.

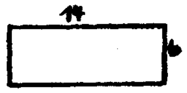
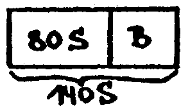
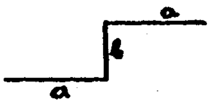
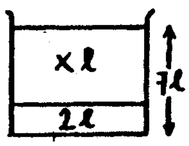
2.3.1 Zum 1. Arbeitsblatt A1

Das erste Arbeitsblatt enthält 8 unterschiedliche Darstellungen und Figuren, in denen Buchstaben vorkommen. [Die Darstellungen und Figuren sind entnommen aus: Simoner 1993, 40.]

Die SchülerInnen sollen sich im Gespräch auf eine Deutung von 5 vom Lehrer zugewiesenen Darstellungen einigen. Von diesen 5 zugewiesenen Figuren sollen mindestens zwei in einer <u>anderen</u> Deutung erkannt und aufgeschrieben werden. Die Durchführung dieser zweiten Aufgabe soll die Vieldeutigkeit mathematischer Figuren und der darin vorkommenden Buchstaben in einem ersten Zugang bewusst machen, oder mit anderen Worten: Eine mathematische Darstellung und die darin angegebenen Buchstaben haben eine Bedeutungsvielfalt und können für unterschiedliche Sachverhalte als Beschreibungshilfe verwendet werden. Dies wäre ein erster wichtiger „Lerninhalt“ über den Variablenbegriff, den sich die SchülerInnen selbst erarbeiten können – ohne Hilfe des Lehrers. Das Arbeitsblatt sieht folgendermaßen aus:

Arbeitsblatt A1

Gelegentlich stößt man auf Darstellungen, wie sie die Abbildungen zeigen. Sie enthalten Zahlen und Buchstaben oder gar nur Buchstaben.		
	Was wird hier dargestellt? Was bedeutet diese Darstellung und der Buchstabe? (Nehmt 5 Beispiele)	Was könnte die Darstellung **noch** bedeuten? (von den 5 Beispielen: **<u>2</u>** Beispiele) + HÜ!
1. 		
2. 		
3. 		
4. 		

5. 		
6. 		
7. 		
8. 		

<u>**HÜ**</u>: Klebe das 1. Arbeitsblatt ins SÜH und beantworte auf dem Zettel 2 weitere Beispiele der 2.Spalte!

Dazu ist zu sagen, dass jeder Einheit bzw. jedem Arbeitsblatt eine Hausübung folgte, um das in der Gruppe Erarbeitete nochmals selbstständig zu vertiefen. Das Ausmaß und der Anspruch der HÜ wurde bewusst niedrig gehalten, um die Lust an dem Projekt nicht zu beeinträchtigen. Die dritte Figur (das Dreieck) hat <u>absichtlich</u> keine Bezeichnungen der Seiten, um das mathematische Problem in den Gruppen besprechen zu <u>müssen</u>. Die Auswertung der Gruppenarbeiten erfolge in der nächsten Stunde an der Tafel (Zu einigen Vorkommnissen in der 1C siehe Kapitel 5). Nach der (kurzen) Plenumsdiskussion der Gruppenergebnisse sollte das 2. Arbeitsblatt die Bedeutung, die Vor- und Nachteile der Buchstaben in den Figuren noch mehr zum Thema machen.

2.3.2 Zum Arbeitsblatt A2

Hier geht es um die Besprechung der Bedeutung der vorkommenden Buchstaben und um einen intuitiv zu findenden Weg, wie man damit rechnet. Von den 8 Darstellungen des 1. Arbeitsblattes soll sich die Gruppe zwei aussuchen, die beiden Darstellungen verbal beschreiben, je eine Frage bzw. dazu formulieren und schließlich

Rechnungen dazu aufstellen (mit den Buchstaben!). Wenn es die Gruppe schafft, sollte sie auch die Rechnungen lösen und damit die Ergebnisse der Aufgaben finden können, die sie selbst gestellt haben. So entdecken die SchülerInnen von selbst, dass diese Buchstaben nicht nur eine Bedeutung, sondern auch einen Sinn haben und berechenbar sind. Auch hier ist wieder eine Hausübung vorgesehen.

Arbeitsblatt A2: (2mal für jede Gruppe; wird abgesammelt und dann für alle kopiert!)

Nummer der Darstellung/Zeichnung (Siehe dazu 1. Arbeitsblatt)	Was stellt es dar? (Siehe dazu 1. Arbeitsblatt) Mind. ein Satz!	Welche Frage/Aufgabe zum Dargestellten könnte man formulieren? Mind. 1 Frage/Aufgabe formulieren!	Welche Rechnung löst die Aufgabe? Welcher Rechnungsbeginn? Welche Lösung gilt für den Buchstaben?
Darstellung Nr.			
Darstellung Nr			
HÜ: 2 weitere Nr.: vom Arbeitsblatt 1: Nr.			
Nr.			

2 Sätze zur Frage: Was ist der **Nachteil**, wenn eine Aufgabe (nur) mit Buchstaben gegeben ist? Gib die Nr. der Darstellung an!	2 Sätze zur Frage: Was ist der **Vorteil**, wenn eine Aufgabe (nur) mit Buchstaben gegeben ist?
Nr.:...:1. Nachteil:	Nr.:...:1. Vorteil:
Nr.:...:2. Nachteil:	Nr.:...:2. Vorteil:
[Nr.:...:3. Nachteil:	[Nr.:...:3. Vorteil:
Nr.:...:4. Nachteil:	Nr.:...:4. Vorteil:
Nr.:...:5. Nachteil:]	Nr.:...:5. Vorteil:]

Das Arbeitsblatt A2 hat einen wichtigen 2. Teil. Nach dem ersten entdeckenden Arbeiten sollen die SchülerInnen in einer ersten Phase die Vor- und Nachteile dieser Buchstaben in den Gruppen intuitiv benennen, diskutieren und sich auf mindestens je zwei Vor- und Nachteile einigen. Im Plenum wurden die Arbeitsblätter korrigiert und ergänzt. Diese Teil war für die SchülerInnen sehr anregend (Dazu ausführlicher in Kap. 5. Es gab hitzige Diskussionen in den Gruppen.). Um Zeit zu sparen, und damit alle SchülerInnen ein richtiges, vollständiges Arbeitsblatt A2 ins SÜ-Heft einkleben konnten, wurden alle Gruppenzettel eingesammelt, das beste und ausführlichste Blatt für alle SchülerInnen kopiert und noch am selben Tag zurückgegeben. Als HÜ mussten das kopierte Arbeitsblatt ins SÜ-Heft eingeklebt und zwei weitere Beispiele bearbeitet werden.

2.3.3 Zum Arbeitsblatt A3

Im Konzept von Hans Simoner [Simoner 1993, 42] wird eine Arbeitsphase mit Stäbchen oder Papierstreifen vorgeschlagen, die ein spielerisches Moment in den Prozess einbringt und gleichzeitig das Verständnis der Buchstaben vertiefen soll. Deshalb mussten die SchülerInnen-Gruppen zuerst mit vorgegebenen Streifen von 4cm und 6cm arbeiten, dann mit zusätzlichen der Länge „k“ (=kurz) und „l“ (=lang).

Arbeitsblatt A3

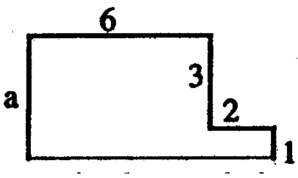
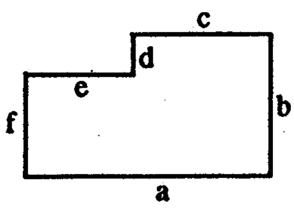
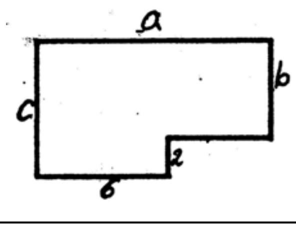
Legt mit den Stäbchen verschiedene Streckenzüge oder Figuren und schreibt die Gesamtlänge auf!			
	Skizzen (zu jeder Aufgabenstellung 2)	Was muss ich tun, um auf die Gesamtlänge zu kommen?	Gesamtlänge
1. Verwendet 2 Stäbchen mit 6cm und 2 Stäbchen mit 4cm Länge!			
2. Verwendet zusätzlich 2 Stäbchen, die mit **k** beschriftet sind! (Es müssen nicht alle Stäbchen verwendet werden, aber die k-Stäbchen sollten in der Figur auf jeden Fall vorkommen.)			
3. Verwendet nun anstatt der Stäbchen mit 4cm Länge jene Stäbchen, die mit **l** beschriftet sind! (sonst bleiben alle Stäbchen gleich)			
4. Stelle mit den 6 Stäbchen von Beispiel 3 einen Gegenstand eines Wohnzimmers dar! [HÜ: Jedes Feld fertig ausfüllen!]			

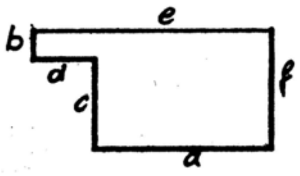
Nach dem Zeichnen von Skizzen zu Streifen-Figuren, die die Gruppen auf ihre Schulbänke gelegt haben, sind die beiden anderen Spalten dem schriftlichen Umgang mit den Buchstaben gewidmet. Ohne irgendwelche Regeln über Algebra zu wissen, sollen die SchülerInnen im Gespräch miteinander selbst herausfinden, wie man mit Buchstaben rechnet. (Über die Schwierigkeiten dazu siehe Kap.5.3.) Am Schluss der Stunde wurden die Arbeitsblätter eingesammelt, verbessert, und für jeden/r SchülerIn kopiert. Als HÜ war das (verbesserte) Arbeitsblatt A3 ins SÜ-Heft einzukleben und fertig auszufüllen.

2.3.4 Zum Arbeitsblatt A4

Nun ging es darum, die erworbenen Fähigkeiten im mathematischen Umgang mit Buchstaben zu vertiefen. Im Arbeitsblatt A4 sind Felder dargestellt [2] . Manchmal sind alle Seiten beschriftet, manchmal ist die fehlende Beschriftung zu wählen bzw. zu berechnen.

Arbeitsblatt A4

	Wie groß ist die Seite **a**? Wie groß ist die Seite **b**?	Umfang	
Figur 1: 			
Figur 2: 			Wie kann man den Umfang **noch** ausdrücken (mit möglichst wenig Buchstaben)?
Figur 3: 			

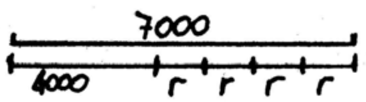
Figur 4: 			Wie kann man den Umfang **noch** ausdrücken (mit möglichst wenig Buchstaben)?

Die dritte Spalte stellt die Aufgabe , einen Buchstaben durch einen anderen zu ersetzen, um einen Term zu vereinfachen. Bei der Bearbeitung dieses Arbeitsblattes gab es zahlreiche Diskussionen in der Gruppe (Siehe Kap. 3.1.4), was ja auch ein wichtiges Ziel des Projekts war (vgl. Kap. 2.2.2).

2.3.5 Zum Arbeitsblatt A5

Das Arbeitsblatt A5 ist in drei Teile geteilt. Zuerst einmal übten die SchülerInnen die Verwendung von Buchstaben in unterschiedlichen Textbeispielen. Sie mussten die Angaben (und auch die Buchstaben!) in Strecken – gemäß einem Musterbeispiel – darstellen. In der rechten Spalte sollten die Besonderheiten notiert werden, die bei einer Streckendarstellung von Problemen auffielen, wie: das Aneinanderhängen von Strecken entspricht einer Addition, Länge der unbekannten Strecken, Gleichheit von Strecken usw. In der mittleren Spalten ist die Substitution einer Unbekannten durch eine andere das Thema. Der zweite Teil des Arbeitsblattes hat noch zusätzlich die Aufgabe, die Ergebnisse durch (intuitives) Lösen einfacher Gleichungen zu ermitteln. Für dieses Arbeitsblatt und dessen Auswertung im Plenum war eine Doppelstunde vorgesehen.

Arbeitsblatt A5: (2mal für Jede Gruppe. Nur 2mal pro Gruppe ausfüllen; wird abgesammelt und für alle kopiert!)

Aufgabe/ Angabe des Beispiels:	Gib eine zeichnerische Darstellung an mit Hilfe von **Strecken**. Verwende dabei auch Buchstaben!	Was muss bei der zeichnerischen Darstellung beachtet werden? Was fällt euch auf? (mind. **2** Sätze!)
Musterbeispiel: Sonja kauft ein Fahrrad um 7.000.-, Mutti zahlt 4000.- an und will den Rest in drei gleichen Monatsraten abzahlen.		
Papa kauft für Dieter eine Hose um 460.- und 2 gleich teure Hemden. Der Gesamtpreis: 1340.-		

<table>
<tr><td rowspan="2">David und Eva sind zusammen 32 Jahre alt. Eva ist um 2 Jahre älter als David</td><td>Verwende zwei Buchstaben:</td><td></td></tr>
<tr><td>Verwende nur <u>einen</u> Buchstaben:</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">[<u>HÜ</u> ins HÜ-Heft: Mach genauso drei Spalten und löse genauso: Buch Nr.: ....]</td><td rowspan="2">Gib die Aufgabe in einer Gleichung an und löse sie:</td></tr>
<tr><td>Familie Grün macht eine Radtour über drei Tage: 1. Tag: 40 km; 2. Tag um 5km mehr; 3. Tag 37km. Gesucht: Gesamt-km.</td><td></td></tr>
<tr><td>Fam. Berg macht eine Radtour über vier Tage: 1. Tag 47km; 2. Tag a km; 3. Tag b km; 4. Tag um 5km mehr als 2. Tag. Gesucht: Gesamt-km</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Für eine Reise werden a Schilling für die U-Bahn , b Schilling für den Bus und dann doppelt so viel für die Bahn wie für den Bus aus-gegeben: Wie hoch sind die Gesamt-Kosten?</td><td></td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Wir haben hier mit Zahlen und mit Buchstaben gerechnet, manchmal sogar <u>nur</u> mit Buchstaben.</td></tr>
<tr><td>Was für Eigenschaften haben die Buchstaben? Was bedeuten sie?:</td><td>Wie würdet ihr diese Buchstaben bezeichnen/benennen? Mind. 2 Bezeichnungen!</td></tr>
<tr><td>1.</td><td></td></tr>
<tr><td>2.</td><td></td></tr>
<tr><td>3.</td><td></td></tr>
<tr><td>4.</td><td></td></tr>
</table>

Der wichtigste Teil des gesamten Projekts ist der dritte Teil des Arbeitsblattes A5. Die SchülerInnen sollen in der Gruppe einige wichtige Eigenschaften der Buchstaben nennen und einen „Namen“ für die Buchstaben finden, der sich aus den genannten Eigenschaften ableiten lässt – und das alles ohne Hilfen des/r Lehrers/in. Die Frage für uns war: Wird hier der Begriff „Unbekannte“ oder „Variable“ oder so etwas Ähnliches fallen? Und welche (mathematischen) Eigenschaften werden die SchülerInnen den Buchstaben zuschreiben, wenn sie jetzt doch sehr vielfältig damit selbstständig gearbeitet haben? Auch das letzte Arbeitsblatt wurde im Plenum verglichen, dann vom/von der LehrerIn abgesammelt, pro Gruppe für jeden Einzelnen kopiert und noch am selben Tag wieder ausgeteilt zum Einkleben ins SÜ-Heft.

3 ERFAHRUNGEN AUS DEM UNTERRICHT

3.1 Unterricht der 1C-Klasse (gehalten von Prof. Paul Weitzer vom Di, 8. – FR, 11. Jän. 2002)

In diesem Abschnitt sollen einige interessante Erfahrungen aus der konkreten Unterrichtssituation dargestellt und erläutert werden. Ein Vergleich dieser Erfahrungen mit denen von Frau Prof. Katrin Graf (gehalten in der 1B-Klasse , allerdings erst im Mai des Jahres 2002) ist nicht uninteressant (vgl. Kap. 3.2).

Von vornherein versuchte ich die SchülerInnen auf das Projekt neugierig zu machen, indem ich darauf hinwies, dass in den nächsten Mathematikstunden nicht der Lehrer die Inhalte vorstellt und darlegt, sondern sie selbst den bzw. die Inhalte „entdecken" sollen. Dies sei eine neue interessante Form des Unterrichts und ich selbst sei gespannt, was dabei herauskäme. Außerdem versicherte ich den SchülerInnen, dass die Aufgaben und Fragen behutsam gewählt wurden und auch von dem/der schlechtesten SchülerIn (mit Hilfe der Guten) bewältigt werden können. Zum Schluss stellte ich noch eine gute Mitarbeitsnote in Aussicht.

3.1.1 Interessante Gespräche zum Arbeitsblatt A1

Die Gruppen fanden die unterschiedlichsten Interpretationen zu den vorgegebenen Darstellungen. Es war ein anregendes Gespräch in der Kleingruppe wie im Plenum. Besonders die 8. Darstellung wurde ausführlich diskutiert: Eine Schülerin behauptete, dies sei ein Wasserglas mit Luft. Ich versuchte, die SchülerInnen auf die Ungenauigkeit dieser Behauptung aufmerksam zu machen. Denn die Luft ist ja über dem Glas unbegrenzt hoch und geht nicht bis zum angegebenen Strich. Im Großen und Ganzen hat das Arbeitsblatt gute Akzeptanz bei den SchülerInnen gefunden und das Gespräch über die Figuren und Interpretationen sehr gefördert.

3.1.2 Interessante Gespräche zum Arbeitsblatt A2

Bei diesem Arbeitsblatt taten sich die SchülerInnen mit den Formulierungen einer Aufgabe bzw. einer Frage nicht leicht. In die dritte Spalte schrieben sie zuerst das Ergebnis bzw. die Lösung und erst auf mein Verlangen hin auch die Rechnung dazu.

Ganz hitzig waren die Diskussionen in den Gruppen über die Vor- und Nachteile der Buchstaben. Zwei Gruppen konnten sich nicht einigen. Eine davon gab den Buchstaben zwar eine Bedeutung, doch ausdrücklich keine „mathematische" Bedeutung. Darunter verstand ein Teil dieser Gruppe Folgendes: Die mathematische Bedeutung erhält ein Buchstabe erst durch die Zuweisung eines Wertes, z. B. 3cm, bis dahin hat er eine reine „symbolische" Bedeutung z. B. „Seite". Als Vorteile wurden genannt: Buchstaben mehrfach verwendbar; die Buchstaben wählbar; mit den Zahlen kann man sich verrechnen, mit den Buchstaben nicht (!) ; Als Nachteile wurden dann zusammengefasst: Man weiß den wert nicht; sie sind nicht „fix"; man kann auch einen Anderen nehmen u.a.

3.1.3 Interessante Gespräche zum Arbeitsblatt A3

Mit dem Arbeitsblatt A3 wollten wir das spielerische Moment betonen. Die SchülerInnen legten die phantasievollsten Figuren, doch war die Frage nach der „Länge“ zweideutig: Wir haben die Summe aller Stäbchen/Papierstreifen gemeint, manche SchülerInnen meinten jedoch mit der „Länge“ eines Tisches oder Sessels die „Breite“. Dieses Missverständnis hielt uns zwar zeitlich auf, doch die Diskussion darüber brachte meines Erachtens ein besseres Verständnis zur Frage der Exaktheit einer Definition eines Buchstabens.

3.1.4 Interessante Gespräche zum Arbeitsblatt A4

Auch hier wurde in den Gruppen viel diskutiert, vor allem über die Substitution einzelner Buchstaben durch andere. Die Addition der Buchstaben machte in keiner Gruppe ein Problem. Erst in der nächsten Stunde interessierte es ein Mädchen, warum a + a nicht aa ist?

3.1.5 Interessante Gespräche zum Arbeitsblatt A5

Der erste Teil sollte eigentlich nur Auffälligkeiten der Strecken-Darstellung in den Blick nehmen, und das in Sätzen. Die meisten Gruppen rechneten jedoch die Unbekannte aus. Erst auf mein Ersuchen hin wurde erkannt: Die beiden Stecken und ihre Streckenteile sind parallel; gleiche Unbekannte – gleiche Länge; obere ganze Strecke und untere ganze Strecke sind gleich lang; die Zentimeter sagen etwas aus u.a.m.

Der zweite Teil machte in den Gruppen weniger Probleme, weil auf meinen Wunsch hin die besseren SchülerInnen den schlechteren halfen und es ihnen erklären konnten. Die Beispiele waren auch so gewählt, dass man sie auch im Kopf lösen konnte. Allerdings verlangte ich von den Gruppen nicht nur die Ergebnisse, sondern auch die Angabe der Gleichungen (mit den Buchstaben!), die zu den richtigen Lösungen führten.

3.1.6 Interessante Gespräche zum dritten Teil des Arbeitsblattes A5

Diese Phase war eigentlich die Wichtigste des gesamten Projekts. Werden die SchülerInnen den Unterschied zwischen einer fixen Unbekannten und einer variablen Unbekannten erkennen? Welchen „Namen“ werden sie den Buchstaben geben, wenn von mir als Lehrer bewusst der Ausdruck „Unbekannte“ und „Variable“ vermieden wurde? Ich war selbst neugierig. In der Planung dieses Lernschrittes haben wir Lehrer geglaubt, die SchülerInnen könnten von der Eigenschaften und Bedeutungen der Buchstaben auf eine Bezeichnung oder Namen kommen. Die Eigenschaft „unbekannt“ mit dem Namen „Unbekannte“ wurde gleich gefunden und akzeptiert. Länger brauchte die Unterscheidung einer fixen/bestimmten/festen „Unbekannten“ (vgl. Arbeitsblatt A1 Nr. 2, 6 und 8; hier kann die Unbekannte ja berechnet werden und ist „nur am Anfang“ unbekannt!) von einer wirklichen Unbekannten „die alle Zahlen/Werte annehmen kann“. (Vgl. Arbeitsblatt A1 Nr. 1, 3, 4, 5, 7) Ich musste helfen mit Sätzen wie: „Die Werte variieren, sind variabel...“ Gott sei Dank wusste ein Schüler (von seinem Onkel!) den Namen dafür: „Variable“! Das gemeinsame Ausfüllen der letzen drei Zeilen beendete das Projekt.

3.1.7 SchülerInnenfeedback

Die letzten 15 Minuten der Stunde bat ich um ein verbales Feedback über das Projekt – allein oder in Partnerarbeit. Damit die SchülerInnen ohne Angst ihre Meinung schreiben würden, bat ich eine Schülerin, zu Hause alle Beiträge in ihrer Schrift zusammenzufassen, sodass die ursprünglichen Autoren unerkannt bleiben konnten. Hier das Ergebnis:

Das hat mir gefallen:	Das hat mir nicht gefallen:
Die Gruppenarbeit: 16mal	Zu kompliziert: 7mal
Das neue Lernen: 8mal	Das Umsetzen: 7mal
Das Filmen: 7mal	Das Denken: 6mal
Laut sein, reden dürfen: 5mal	Die Vor- und Nachteile schreiben: 6mal
Das Buchstabenrechnen: 3mal	Streiten: 4mal
Nichts schreiben müssen: 3mal	Langweilig: 3mal
Die Beispiele: 3mal	Rausschreien: 2mal
Denken: 3mal	Die Variable: 2mal
Schreiben: 2mal	Sich alleine fühlen; das Trennen: je 1mal
„cool“; Die Stäbchen; Einkleben: je 1mal	

Wir haben noch eine ganze Unterrichtsstunde über das Projekt und das Feedback der SchülerInnen geredet, um noch einige Rückfragen und Missverständnisse aufzuklären. Im Allgemeinen kann ich nur ein positives Resümee ziehen: Den SchülerInnen hat es letztlich Spaß gemacht, in den folgenden Tagen, Wochen und Monaten hielt die Gesprächsfreudigkeit der SchülerInnen (über Mathematik!) unvermindert an, sodass ich mit dem Stoff weiter in Verzug kam. Die nächste Schularbeit gestaltete ich zu etwa einem Drittel aus variierten Beispielen der Arbeitsblätter, um den SchülerInnen den Bezug zum „normalen“ Mathematikunterricht mehr bewusst zu machen. Ich glaube, es hat sich gelohnt – auch für mich als Lehrer: Schon bei den Vorbereitungsarbeiten und -Gesprächen mit Kollegin Prof. Katrin Graf schärfte sich mein (mathematisch-didaktisches) Gefühl für die Lern- und Aufnahmefähigkeit von 10jährigen SchülerInnen. Die 6 Unterrichtsstunden waren voll von Überraschungen und interessanten Statements der SchülerInnen, wodurch ich viel gelernt habe.

3.2 Unterricht der 1B-Klasse (gehalten von Prof. Katrin Graf vom Mo, 6. Mai – Mo, 13. Mai 2002)

Prinzipiell war ich von Beginn an davon überzeugt, dass eine Unterrichtsform, die vor allem das selbständige Erarbeiten vonseiten der SchülerInnen in den Mittelpunkt stellt, bei den SchülerInnen sehr gut ankommen müsste. Als ich allerdings in der Unterrichtsstunde vor Projektbeginn bereits anzudeuten begann, wie die kommenden Stunden ablaufen würden, stieß ich nicht nur auf rege Zustimmung. Vor allem leistungsschwächere SchülerInnen reagierten mit einer gewissen Skepsis. Bald stellte sich heraus, dass ihnen der Vorgang der Gruppenbildung besonders unangenehm ist. Es bedarf hier wohl der Erklärung, dass es sich um eine sehr leistungsorientierte Klasse handelt. Noten sind den SchülerInnen dieser Klasse im allgemeinen sehr wichtig, was auch mit sich bringt, dass vor allem SchülerInnen, die sehr gute schulische Erfolge aufweisen, besonders angesehen sind. Somit wird verständlich, dass in dieser besonderen Situation schwächere SchülerInnen Angst davor haben, sich im Gruppenbildungsprozess übrig zu bleiben (Die SchülerInnen sollten sich selbst in Gruppen aufteilen.) bzw. sich in der Gruppe nicht ausreichend einbringen zu können.

Doch bereits in der ersten Stunde dieses Lernmoduls hatten auch die SkeptikerInnen ihre ursprünglich vorhandenen Sorgen überwunden. Schließlich wurden ja gerade die Beispiele der ersten Stunden derart gewählt, dass sich **alle** SchülerInnen aktiv an deren Lösungen beteiligen konnten. So kehrte sich die anfängliche Situation bald dahingehend um, dass gerade schwächere SchülerInnen von ihrer Gewohnheit, den Mathematikunterricht in einer eher passiven Art und Weise zu verbringen, abwichen und bald voller Stolz eigene Ideen zum Ausdruck brachten.

Die Arbeitsmoral der einzelnen Gruppen war erstaunlich hoch. Sollte sich ein/e SchülerIn der Gruppe nicht mit der entsprechenden Problemstellung befasst haben, so wurde er/sie automatisch vom Rest der Gruppe diszipliniert. Für mich als Lehrperson war diese Arbeitsweise daher besonders angenehm und ich konnte mich eingehender so manchen Einzelproblemen widmen. Als gewissen Nachteil empfinde ich allerdings den relativ hohen Zeitaufwand, den die Durchführung dieses Moduls mit sich brachte.

Die zeitliche Rahmenbedingung des Projekts war gewiss eine andere als in der 1C-Klasse. Die Tatsache, dass es erst im Mai zur Durchführung kam, brachte mit sich, dass die SchülerInnen bereits in vielfältiger Hinsicht mit Variablen in Konakt gekommen waren. Der Schwerpunkt lag daher nicht so sehr in der Begriffsbildung, sondern vielmehr in der Herausarbeitung der mannigfaltigen Verwendungsmöglichkeiten von Buchstaben in der Mathematik. Obwohl die SchülerInnen bereits im ersten Semester mit kleinen Gleichungen konfrontiert wurden, waren viele nach wie vor der Überzeugung, Buchstaben hätten in der Mathematik eigentlich nichts verloren. Aufgrund dieser Einstellung, sollte das Aufzeigen, dass Buchstaben durchaus ihre Berechtigung haben, als wichtiges Ziel gelten.

Während sich anfangs bei vielen SchülerInnen noch ein gewisses Gefühl der Unsicherheit beim Umgang mit Buchstaben manifestierte, so gingen am Ende die meisten mit beeindruckender Selbstverständlichkeit an die Aufgabenstellungen heran. Insofern hat sich das Projekt meiner Meinung nach wirklich gelohnt.

3.2.1 SchülerInnenfeedback

Nach Durchführung des Projekts führte ich mit der Klasse ein Gespräch darüber, wie sie die letzten Stunden empfunden hätten. Die Reaktionen waren im Allgemeinen positiv, dennoch erklärten mir ein paar SchülerInnen, dass sie sich teils unsicher fühlten. Sie hatten nicht genug Vertrauen in ihre eigene Vorgangsweise und hätten vor Verschriftlichung ihrer Ideen gerne entsprechende Rückmeldungen meinerseits erhalten.

Die Klasse, die mit 29 SchülerInnen als relativ groß zu erachten ist, befindet sich in einem für ihre Verhältnisse zu kleinem, nahezu beengendem Raum. So wurde es von den SchülerInnen als sehr positiv wahrgenommen, dass ihr Arbeitsplatz während der Gruppentätigkeit nicht nur auf ihren Klassenraum beschränkt war, sondern dass 2 Gruppen an auserwählten Plätzen in unmittelbarer Umgebung des Klassenraumes arbeiten durften.

Von all den Aufgabenstellungen war die beliebteste das Erfinden von eigenen Beispielen zu den vorgelegten Abbildungen. (s. Arbeitsblatt A2) Dies zeigte sich auch schon während des Ausarbeitens dieses Arbeitsblattes. Viele SchülerInnen erfanden mehr Beispiele als verlangt wurde. Während der Präsentation der Beispiele waren alle sehr gespannt auf die ausformulierten Textaufgaben der anderen Gruppen.

Mit wenigen Ausnahmen (s.o.) empfanden es die SchülerInnen als überaus positiv, dass sie Gelegenheit dazu hatten, **miteinander** über mathematische Problemstellungen zu diskutieren.

4 „ENTDECKENDES“ VERSUS „OFFENES“ LERNEN IM MATHEMATIKUNTERRICHT: EIN PLÄDOYER FÜR „DISCMATH“ (DISCOVERING MATHEMATICS)

In der didaktischen Literatur über den Mathematikunterricht gibt es in Bezug auf das „Offene Lernen“ (= OL) keinen Mangel an Angeboten. Zu fast jedem Thema jeder Klasse der AHS-Unterstufe sowie Oberstufe findet man Bücher, Hefte, Broschüren, Zeitschriften, Zeichnungen, Übungen, Rätsel, (Transfer-)Beispiele, Modelle, Karten, Spiele u.a.m. Die meisten dieser oft sehr guten Unterrichtsmodelle haben Anwendungen oder Erweiterungen eines Lernstoffs zum Gegenstand, der zuerst von der Lehrkraft vorgetragen wird. Die SchülerInnen sollen das Gelernte einüben, vertiefen, anwenden und (spielerisch) variieren. Das Prinzip des „Reinforcement“ bzw. der Wiederholung in unterschiedlichsten Formen und Anwendungen bewirkt das erhoffte Erlernen des Stoffs.

4.1 Der neue Ansatz von „DiscMath“

Das vorliegende Unterrichtsmodell geht von einer ganz anderen Intention aus: Der (mathematische) Lernstoff soll durch die SchülerInnen selbst erarbeitet, „entdeckt“ werden. Die SchülerInnen haben nur allgemeines oder intuitives Vorwissen, der/die LehrerIn hilft nur beim Verstehen der Aufgabenstellung, wenn es in einer Arbeitsgruppe einmal unüberwindliche Verständnisprobleme gibt. Dieser Ansatz erfordert jedoch eine gut überlegte Einführung – ohne Inhalte vorwegzunehmen – und gut gewählte Aufgaben, welche die SchülerInnen selbst lösen können/sollen. Der „Erfolg“ dieses Ansatzes liegt in einer (leider nicht vorhersehbaren) „Erkenntnis“ über einen mathematischen Sachverhalt, der selbst „entdeckt“ und auch in eigener Sprache formuliert wird. Es besteht die berechtigte Hoffnung, dass dieser Erkenntnisprozess der Verstehensstruktur des Gedächtnisses der SchülerInnen viel besser entspricht, als ein vom Lehrer dargelegtes Unterrichtsprogramm, das die SchülerInnen zu rezipieren haben. Mit anderen Worten: Die SchülerInnen werden sich wahrscheinlich die Inhalte eines „DiscMath“-Progamms viel besser und länger merken als bei einem herkömmlichen Mathematikunterricht.

4.2 Die Probleme von „DiscMath“

„Selbständiges Arbeiten in Mathematik will gelernt sein!“, so die These von Dieter Staud [Staud 1993, 23]. Und er meint weiter: „Das planvolle Umgehen mit einem mathematischen Problem, mit oder ohne LernpartnerIn, will in kleinen Schritten gelernt sein.“ Er weist auch auf die mögliche Ratlosigkeit der SchülerInnen bei Gruppenarbeit hin, wenn sie damit noch nicht gearbeitet haben. Weiters wird das Problem der leistungsstarken und -schwachen SchülerInnen benannt, die unterschiedlichen Geschwindigkeiten bei der Erfassung der Probleme, die sozialen Spannungen in der

Gruppe, die oft noch nicht vorhandene Streitkultur untereinander u.a.m. Auch ist die mathematische Problemlösungskapazität bei unseren SchülerInnen (und da gerade in der ersten Klasse AHS) noch sehr unterentwickelt, wie es ja die TIMSS-Studie aufgezeigt hat [Reichel H.-G. & Götz 1998 siehe bes. 29-33]. Staud nennt hier das Problemlösen in folgenden Bereichen: Erstellen von Handskizzen; Erstellen von exakten, maßstabsgetreuen Zeichnungen; Reduzieren auf überschaubare Zahlen; Übertragen von Strukturen bekannter, ähnlicher Probleme; Erstellen von Tabellen; Einführen und Nutzen von Variablen; Erkennen von Zusammenhängen u.a.m. [vgl. Staud 1993, 23] Diese Schwierigkeiten bringen die Gefahr mit sich, dass die SchülerInnen bei zu großen Anforderungen die Aufgaben nicht mehr selbst lösen können und deshalb frustriert werden. Das wäre kontraproduktiv. Andererseits aber ist es den Versuch wert, die SchülerInnen selbst Probleme lösen zu lassen und dadurch ihre Problemlösungsfähigkeit zu steigern. Diese „Schlüsselqualifikation“ wird – richtigerweise – gerade für den Mathematikunterricht immer mehr gefordert. Das Konzept eines „entdeckenden Mathematikunterrichts“ („DiscMath“) wäre die sinnvolle Methode, um eine Hilfestellung zur Erweiterung dieser Qualifikation zu leisten. Aus diesem Grund wäre auch ein derartiges Unterrichtsprojekt in <u>jedem</u> Jahrgang der AHS zu empfehlen.

4.3 Entdeckendes Lernen in der Montessori-Pädagogik und bei Célestin Freinet

Maria Montessori (1870 – 1952) hat sich intensiv auch mit einem alternativen Mathematikunterricht auseinandergesetzt, der in der Erziehung und Bildung von Kindern einem „natürlichen“ Grundprinzip folgt: „Man kann also nicht von besonderen Methoden beim Umgang mit indischen, chinesischen oder europäischen Kindern sprechen, noch bei Kindern unterschiedlicher sozialer Klassen – sondern von einer Methode, die der menschlichen Natur, die sich entwickelt, folgt.“ [Montessori 1972, 69] Und die menschliche Persönlichkeit entwickelt sich durch Kreativität, ja das Kind ist seiner Natur nach ein kreatives Wesen. „Das kreative Kind schafft sich sozusagen selbst... Es hat eine innere Struktur aufgebaut, die es befähigt, Pläne aufzustellen und diese auch zielstrebig und selbständig zu erreichen.“ [Schneider u.a. 1994, 103] Das entdeckende Lernen eines (mathematischen) Inhalts entspricht genau dieser „Kreativität“, die Montessori eigentlich umfassender verstanden hat als bloße Handlungskreativität: Kreativität ist eine umfassende Kategorie der ganzen Persönlichkeit des Kindes. „Es strahlt bei seiner Arbeit eine Ruhe und Zufriedenheit aus... Es ist erfüllt von seinen selbst gestellten Aufgaben und seiner inneren Ordnung.“ [Schneider u.a. 1994, 103] Diese Kreativität führt über die „Selbsttätigkeit zu Selbstständigkeit und Kompetenz“ [Hammerer 2002, 307].

Dem bisher Gesagten liegt eine fundamentale Kritik an der Institution Schule zu Grunde. Maria Montessori bat einmal ihre Zuhörer [entnommen aus: Böhm 1990, 21f] , sich ein Museum vorzustellen, in dem man die Ausstellungsstücke nur zu bestimmten Stunden und nach genau vorgeschriebenen Besuchsplan betrachten dürfe, wo man von ständig redenden und die Exponate zerredenden Museumsdienern gegängelt werde, wo man auf ein Klingelzeichen hin den Raum wechseln müsse, wo man am Schluss noch eine Notenzensur entgegennehmen müsse usw. Für derartige Museen müsse man staatlicherseits den Menschen einen Besuchszwang verordnen, sonst ginge keiner hin. Sie fragt dann in Bezug auf die Schule: Wie lassen sich Kinder intrinsisch motivieren – ohne Zwang und ohne äußeren Druck? Wie kann kindliches Lernen individueller organisiert und mehr an den eigenen Interessen des Kindes angeknüpft werden? Wie kann die Abhängigkeit der Kinder in der Schule reduziert werden usw.? Ein verantwortungsvoller pädagogischer Weg ist der Einsatz „entdeckenden" (mathematischen) Lernens („DiscMath"), wo es vom Stoff her möglich ist, und der Persönlichkeit und Freiheit der SchülerInnen im Rahmen der notwendigen Strukturen der Schule möglichst breiten Raum gelassen wird. [Vgl. zur Freiheit der SchülerInnen bei Montessori z.B.: Deifel & Zobel 1994]

Freiheit und Selbstverantwortung des Kindes sind auch Schlüsselbegriffe in der Pädagogik von Célestin Freinet (1896 – 1966). Dietlinde Baillet führt Beispiele entdeckenden Lernens im Mathematikunterricht der Grundschule an, die sich in der Intention ohne weiteres auf die ersten Jahrgänge der AHS übertragen lassen [Baillet 1989, 68 – 71]. Für die AHS gibt es natürlich noch mehr Möglichkeiten, die Selbsttätigkeit und Selbstorganisation der SchülerInnen zu forcieren: „Bisweilen erarbeiten die Schüler, nach dem Modell der vorhandenen Arbeitsblätter, selbst neue. Diese Form von Arbeit erlaubt jedem Schüler, seinen eigenen Fähigkeiten und Kenntnissen entsprechend zu arbeiten. ... Das Ziel ist ... ein besseres Verständnis des Lernstoffs" [Baillet 1989, 124] .

Der Begriff „entdeckendes Lernen" findet sich in der Freinet-Pädagogik in einer eher radikalen Form: „Gehen Sie immer vom Interesse der Kinder und ihrem Leben in ihrer Umgebung aus; Sie nützen so die Neugierde, den Wissensdurst, den Kreativitätsdrang. ... Als Problem stellt sich dann nicht mehr, wie Sie die Kinder zum Arbeiten ‚motivieren' können, sondern wie Sie ihnen erlauben, sich selbst fortzubilden. ... Anstatt die Unruhe zu unterdrücken, ...bemüht sich der Lehrer, in den Kindern mehr Begeisterung für die Arbeit zu wecken, mit dem Ziel, an die Stelle der spielerischen Aktivität die befreiende Arbeit treten zu lassen." [3)] Die sogenannte „Freiarbeit" oder „Freie Arbeit" im Unterricht kann als Vorstufe des „entdeckenden Mathematikunterrichts" gesehen werden [4)] . Der didaktische Ansatz für beide Konzeptionen kann folgendermaßen formuliert werden: „Die Idee der Freiarbeit basiert auf der anthropologischen Grundannahme menschlicher Selbstbildungskraft und Freiheitsfähigkeit. Gemäß ihrer Überzeugung, dass der entscheidende Faktor im menschlichen Entwicklungsprozess die ‚Eigentätigkeit des lernenden Subjekts' sei, befürworten die ... Reformpädagogen in der Erziehung Wege und Mittel, die dem obersten Ziel des Bildungsprozesses, der menschlichen Freiheit, angemessen sind. ... In das Zentrum ihrer pädagogischen Bemühungen rückt die Förderung ‚kindlicher Selbsttätigkeit', die mit pädagogischem Takt und angemessenen unterrichtlichen Arrangements unterstützt wird." [5)] Und bei C. Freinet wird „ entdeckendes Lernen ... radikal ausgeweitet auch auf die Inhalte, die die SchülerInnen selbst organisieren und planen – bis zum „freien mathematischen Forschen" [Baillet 1989, 126 und vgl. auch 126 – 131].

4.4 Über die Notwendigkeit von Reformen des Mathematikunterrichts der AHS

C. Freinet möchte die Schulen so umgestalten, dass sie für die SchülerInnen eine motivierende Forschungsstätte werden, in der vor allem der Bezug zur realen Lebenswelt hergestellt wird. Alle möglichen Gegenstände des alltäglichen Lebens, Dokumente, Bücher, alles was einem im Leben unterkommen kann, soll in der Schule zum Gegenstand eines „forschenden Unterrichts“ werden können. Und für die mathematischen Fragestellungen und Aufgaben heißt dies: „Wenn man etwas Neues entdeckt hat, fragt man sich, ob diese Entdeckung in jedem Fall Gültigkeit hat, man versucht das herauszufinden. Es handelt sich so eigentlich weniger um Unterricht als um ein gemeinsames Forschen.“ [Baillet 1989, 132] Eine solche Konzeption von Unterricht – auch von Mathematikunterricht – hat natürlich Auswirkungen auf die Gestaltung der Schule, der Klassen und auf die Organisation von Unterricht. Ein „entdeckender“ Mathematikunterricht, in dem sich die SchülerInnen Lerninhalte selbst erarbeiten können, ist zwar m. E. nur bei bestimmten Themen möglich [6)] , doch die Chance auf mehr Freude und Spaß an der Mathematik [7)] lohnt sicherlich den Aufwand der Lehrkraft zur Erarbeitung eines entsprechenden Unterrichtsmodells. Die SchülerInnen und der Lernerfolg werden es danken.

4.5 Anmerkungen

1) Vgl. z.B.: Möller 1994, in deren Artikel es hauptsächlich um die Problematik der Sprache im Mathematikunterricht und in den Mathematik-Schulbüchern geht.

2) Anregung entnommen aus: Simoner 1993, 43. Allerdings stellte Hans Simoner den leistungsstarken SchülerInnen zusätzliche Aufgaben, die wir absichtlich unterließen: Die leistungsstarken SchülerInnen sollten den Schwächeren das Unverständnis beheben helfen, was wiederum eine Kommunikation über mathematische Sachverhalte notwendig macht und deshalb gewünscht ist.

3) Laun 1983, 54 zitiert hier Freinet, C. & Robic, H. sowie Girardin, J.-C.

4) Hilfreich ist die Unterscheidung der Freiarbeit von der „themenbezogenen Freiarbeit“ bei Lenz 1998, 24, was aber leider nicht weiter ausgeführt wird.

5) Klein-Landeck 2002, 281. Obwohl in diesem Artikel von der Grundschule gesprochen wird, kann dasselbe ohne weiteres von der Unterstufe des Gymnasiums behauptet werden.

6) Vgl. das Kapitel 2, in dem für die erste AHS-Klasse dargelegt wird, welche Inhalte des Lehrstoffs für ein „entdeckendes Lernen“ unserer Ansicht nach in Frage kommen. Die Auswahl erfolgte intuitiv nach folgenden Kriterien: 1) Können die SchülerInnen einen neuen mathematischen Inhalt selbst erarbeiten? 2) Ist der Inhalt wichtig, zentral? 3) Können genug Beispiele zur sukzessiven Erschließung des Inhalts gefunden werden? 4) Haben die SchülerInnen die nötigen Vorkenntnisse aus der Volksschule? 5) Ablehnung von bloßen Übungs- und Transferbeispielen, wenn damit nicht ein von den SchülerInnen selbst zu leistender Lernfortschritt verbunden ist.

7) Freude und Spaß am Lernen kommt sowohl bei Maria Montessori als auch bei Célestine Freinet immer wieder als wichtige Lernkategorie vor, so z. B. bei Baillet 1989, 124 – 132 das Kapitel 2.3. „Spaß an der Mathematik?“ .

5 LITERATUR

ANGERER, P. (Hrsg.): Offene Formen der Differenzierung und Individualisierung am Beispiel Mathematik (Beiträge zur pädagogischen Diskussion), Bundesministerium für Unterricht und Kunst, Wien 1993.

BAILLET, D.: Freinet – praktisch. Beispiele und Berichte aus Grundschule und Sekundarstufe. Beltz, Weinheim-Basel 2. Aufl. 1989.

BÖHM, W.: Was ist „aktuell“ an Montessori? In: Fuchs, B & Harth-Peter, W. (Hrsg.): Montessori-Pädagogik und die Erziehungsprobleme der Gegenwart, Königshausen & Neumann, Würzburg 1990, S. 11 – 33.

DEIFEL, G. & Zobl, B.: Hurra! Wir machen Freiarbeit! In: Haberl, H. (Hrsg.): Montessori-Pädagogik. Beiträge zur Theorie und Praxis (Reihe Schule und Erziehung), Jugend & Volk, Wien 1994, S. 221 – 240.

Der Mathematikunterricht, Zeitschrift.

MONTESSORI, M.: Das kreative Kind. Herder, Freiburg/Br. 1972.

FUCHS, B & HARTH-PETER, W. (Hrsg.): Montessori-Pädagogik und die Erziehungsprobleme der Gegenwart, Königshausen & Neumann, Würzburg 1990.

HABERL, H. (Hrsg.): Montessori-Pädagogik. Beiträge zur Theorie und Praxis (Reihe Schule und Erziehung), Jugend & Volk, Wien 1994.

LAUN, R. : Freinet – 50 Jahre danach. Dokumente und Berichte aus drei französischen Schulklassen. Beispiele einer produktiven Pädagogik. Schmidt-herb & mehlig, Heidelberg 2. Aufl. 1983.

SCHNEIDER J. & SIEBERT S. & SCHMID M.: Montessori-Pädagogik im vorschulischen Alter. In: Haberl, H. (Hrsg.): Montessori-Pädagogik. Beiträge zur Theorie und Praxis (Reihe Schule und Erziehung), Jugend & Volk, Wien 1994. S. 89 – 106.