Reihe „Pädagogik und Fachdidaktik für LehrerInnen“

Herausgegeben von der
Abteilung „Schule und gesellschaftliches Lernen“

des Instituts für Interdisziplinäre Forschung und Fortbildung
der Universität Klagenfurt

Harald Gronold

Untersuchung der Schwierigkeiten bei der Bearbeitung von Textbeispielen auf der siebenten Schulstufe

PFL-Mathematik

IFF, Klagenfurt, 2002

Betreuung:
Elisabeth Thoma

Die Universitätslehrgänge „Pädagogik und Fachdidaktik für LehrerInnen“ (PFL) sind interdisziplinäre Lehrerfortbildungsprogramme der Abteilung „Schule und gesellschaftliches Lernen“ des IFF. Die Durchführung der Lehrgänge erfolgt mit Unterstützung des BMBWK.

Inhaltsverzeichnis

Abstract/Kurzfassung

Untersuchung der Schwierigkeiten bei der Bearbeitung von Textbeispielen auf der siebenten Schulstufe

Textbeispiele bereiten nach meiner Erfahrung Schülerinnen und Schülern immer wieder Schwierigkeiten. In meiner Studie versuche ich diese Schwierigkeiten zu orten und entwickle sowie untersuche Maßnahmen, um insbesonders schwächere Schülerinnen und Schüler dazu zu befähigen, Sachprobleme zu erkennen, sich Bilder von Sachsituationen zu machen und individuelle Lösungsstrategien entsprechend ihrer Fertigkeiten und Fähigkeiten zu entwickeln. Dabei zeigte sich, dass gerade den schwächeren Schülerinnen und Schülern die sorgfältige Analyse von Texten, das Isolieren von Wertepaaren sowie der Rechenbaum eine Hilfe waren.

Ich glaube es in der Untersuchung belegt zu haben, dass die Grenze der Leistungsfähigkeit einzelner Schülerinnen und Schüler (kognitiv oder auch psychisch) durch intensivere methodisch-didaktische Bemühungen seitens der Lehrerinnen und Lehrer vielleicht etwas nach außen geschoben, aber nicht beseitigt werden können.

Von meiner Intension ausgehend, gerade schwächern Schülerinnen und Schülern Hilfen zu bieten, damit sie ebenfalls Erfolgserlebnisse mit Textaufgaben haben, habe ich ein gutes Gefühl. Immerhin hat es die ganze Klasse geschafft, Textaufgaben, die im Rechenbaum über zwei Ebenen gehen, zu lösen. Das war in anderen Klassen vorher mit einer ähnlichen Zusammenstellung nicht der Fall. Natürlich war es auch hier so, und ich glaube es in der Untersuchung belegt zu haben, dass die Grenze der Leistungsfähigkeit einzelner Schülerinnen und Schüler (kognitiv oder auch psychisch) durch intensivere methodisch-didaktische Bemühungen seitens der Lehrerinnen und Lehrer vielleicht etwas nach außen geschoben, aber nicht beseitigt werden können.

Vorname Name	Harald Gronold
Schule	Die Akademie Klagenfurt
Schuladresse	9020 Klagenfurt Hubertusstrasse 1
e-mail-Adresse	haraldgronold@hotmail.com

1. Ausgangssituation

1.1 Wahrnehmungen

Wenn ich von Menschen nach meinem Beruf gefragt werde und ich sage, dass ich Mathematiklehrer sei, bekomme ich sehr häufig ein „oh Gott“ als Antwort – damit bin nicht ich, sondern mein Beruf gemeint. Beim Hinterfragen dieses Seufzers, sind in 90 Prozent der Antworten die Textaufgaben dafür verantwortlich. Die Texte wären zu kompliziert gewesen. Es wäre sehr schwer gefallen zu den Texten passende Rechnungen zu erstellen, die Eltern hätten auch nicht helfen können...., und überhaupt hätte man, wenn schon einmal ein richtiges Ergebnis gefunden worden war, oft nur geraten.

In der Schule höre ich von den Schülerinnen und Schülern eigentlich auch die gleichen Aussagen: „Die Texte sind zu kompliziert, wie kann ich daraus eine Rechnung erstellen?“ „Meine Eltern kennen sich auch nicht aus ....“ „Wenn ich einmal ein richtiges Ergebnis habe, so bin ich meist gefühlsmäßig an die Aufgabe herangegangen und habe den Rechenvorgang und die Operationszeichen nur geraten.

Immer wieder versuchte ich, mehr und detaillierter zu erklären, aber die Worte schienen die Schülerinnen und Schüler nur noch mehr zu verwirren. Wie die meisten Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrer kam ich an der Schlussrechnung auch nicht vorbei, versuchte zu schematisieren und ließ Pfeile setzen. Die Schülerinnen und Schüler taten dies auch gewissenhaft, doch oft verkehrt. Im Großen und Ganzen wurden die Text- bzw. Sachaufgaben nach wie vor mit der „Auge mal Pi“-Methode (geraten – geschätzt - wahrscheinlich kommt nach einem direkten wieder eine indirektes Verhältnis) gelöst und nicht verstanden.

In weiteren Versuchen ließ ich Textaufgaben in Tabellenform mit dem Schluss über die Einheit lösen oder als Proportion anschreiben. Der Algorithmus wurde bei allen Rechenmethoden erlernt, doch das Resultat war immer wieder ernüchternd: Die Zahlen wurden falsch eingesetzt, die Operationszeichen waren nicht richtig, jedes Ergebnis wurde von den Schülerinnen und Schülern akzeptiert, eine Antwort wurde hingeschrieben und offensichtlich kein Gedanke an den Sinn oder Unsinn des Ergebnisses verschwendet. Mir wurde immer klarer, dass das Problem irgendwo in der Erfassung des Sinns eines Textes liegen muss.

Gespräche mit Schülerinnen und Schülern halfen auch wenig. Auf die Frage, was sie nicht verständen, war meistens „alles“ die Antwort. In Gesprächen mit den Fachkolleginnen und Fachkollegen aus Deutsch bestätigte sich, was ich eigentlich schon lange vermutet hatte, dass nämlich das Leseverständnis der Schülerinnen und Schüler insbesonders an der Hauptschule im urbanen Bereich sehr schlecht ausgeprägt ist.

Bei der Bearbeitung von Text- oder Sachaufgaben ist mir aufgefallen, dass die Schülerinnen und Schüler große Unsicherheiten zeigen. Ganze Angaben oder Textteile werden zwar gelesen, aber nicht verstanden, wodurch Operationszeichen in der mathematischen Umsetzung eher nach dem Zufallssystem verteilt werden.

Um hier einen Schritt weiter zu kommen wollte ich im Zuge des Universitätslehrganges einen Schwerpunkt zu setzen, weil ich heuer sowieso vorhatte, mich mit dem Kapitel „Textaufgaben“ ganz intensiv zu beschäftigen. Ich wollte auch meine diesbezüglichen Hypothesen hinterfragen und durch entsprechende Methoden belegen oder verwerfen.

1.2 Zur Klassensituation der 3.b Klasse

Im vorliegenden Fall handelt es sich um eine dritte Klasse der Hauptschule der Pädagogischen Akademie in Klagenfurt. Unser Einzugsgebiet sind die Straßenzüge um die Pädagogische Akademie und die umliegenden Dörfer Ludmannsdorf bzw. Köttmannsdorf. Wie alle Klassen unserer Schule wird auch diese Klasse heterogen ohne Leistungsgruppen geführt. Die Klassengemeinschaft umfasst 24 Schülerinnen und Schüler, 13 Mädchen und 11 Buben. Bemerkenswert ist, dass von den 24 Schülerinnen und Schülern 16 mit mindestens einem „Genügend“ in einem Pflichtgegenstand aus der Volksschule in diese Klasse übergetreten sind. Das ergab sich vor allem daraus, dass die Parallelklasse mit dem Schwerpunkt EDV geführt wird und dort nur Schülerinnen und Schüler aufgenommen wurden, die im schlechtesten Fall ein „Gut“ in Mathematik haben durften. Diese Schülerinnen und Schüler hatten meist auch in den anderen Gegenständen bessere Noten.

In der 3b-Klasse, wo ich auch Klassenvorstand bin, gibt es zwei extrem verhaltensauffällige Schüler, fünf Schülerinnen und Schüler mit attestierter Legasthenie im Schreib-/Lesebereich und weitere vier bis sieben Schülerinnen und Schüler, die im Regelschulwesen vermutlich in allen Hauptgegenständen in der dritten Leistungsgruppe unterrichtet werden würden.

Diese Klasse wird von mir und einem Lehrerinnen- und Lehrerteam seit dem Eintritt in die Hauptschule im Schuljahr 1999/2000 nach dem Daltonplan unterrichtet, den ich in der Folge kurz skizzieren möchte:

> Ziel ist es, den Schülerinnen und Schülern einen angstfreien und möglichst selbstbestimmten Bildungsprozess zu bieten. Das oberste Merkmal heißt ,,Kindorientierung”.
>
> Durch die reformpädagogische Arbeit sollen die Kinder eine höhere soziale Kompetenz entwickeln und es sollen sich dadurch Möglichkeiten ergeben soziale Unterschiede auszugleichen. Durch ein verbessertes Lern- und Arbeitsklima soll selbstständiges Arbeiten gefördert werden. Durch verstärkte Mitbestimmungsmöglichkeiten der Kinder sollen die Schülerinnen und Schüler Fähigkeiten der persönlichen Leistungsbewertung und Leistungsbeurteilung entwickeln. Es sollen sich dadurch verstärkte Möglichkeiten der individuellen Lernbetreuung ergeben. Ein differenziertes Arbeitsangebot mit Möglichkeiten der Selbstkontrolle soll leistungsfördernd wirken.
>
> Die entscheidende Veränderung zum traditionellen Unterricht besteht in den offenen Lernphasen (Daltonphasen), die den normalen fächergebundenen Unterricht ergänzen und das selbst organisierte, eigenverantwortliche Lernen fördern sollen. Das Ausmaß solcher Stunden beträgt zehn Wochenstunden; dies sind täglich die ersten beiden Unterrichtsstunden, wobei sich möglichst viele Fächer beteiligen sollten. Derzeit sind

es konkret die Unterrichtsgegenstände Deutsch, Englisch, Mathematik, Physik, Geschichte, Religion und Bildnerische Erziehung.

Offene Arbeitsphasen sind Unterrichtsstunden, in denen die Schülerinnen und Schüler eigenständig und eigenverantwortlich - alleine, partnerweise oder in Gruppen - an für diese Stunden von der Lehrerin oder dem Lehrer ausgewählten und vorbereiteten Lerninhalten (Wochenplänen) arbeiten.

In einer vorgegebenen Zeit (konkret in einer Woche) soll vor allem mit der Methode des entdeckenden Lernens unter Zuhilfenahme verschiedenster vorbereiteter Materialien und anderen Arbeitshilfen, wie Computerprogrammen, Lexika, Fachliteratur, ..., ein bestimmtes Plansoll erfüllt werden. Die gerade anwesenden Lehrerinnen und Lehrer können jederzeit zur Hilfestellung herangezogen werden und gewährleisten damit eine individuelle, differenzierte Betreuung der Schülerinnen und Schüler. Die Erfüllung des Plansolls wird von den Lehrerinnen und Lehrer laufend überprüft. Defizite, seien sie inhaltlicher oder organisatorischer Art, können durch die kontinuierliche, begleitende Kontrolle festgestellt und entsprechend aufgefangen werden.

Neben dieser „äußeren" Veränderung des Unterrichts versuchte ich auch auf methodisch-didaktischer Ebene einen anderen Weg im Mathematikunterricht einzuschlagen:

Ich verzichte auf ein Schulbuch, da ich der Auffassung bin, dass es einerseits die Aufgabe der Lehrerinnen und Lehrer ist, Erklärungen zu den mathematischen Sachverhalten und Zusammenhängen zu geben, und andererseits fühle ich mich durch die Vorgabe der Beispiele und Erklärungen in den Büchern zu stark gegängelt, daher habe ich aus folgenden Gründen darauf verzichtet:

- Die Bücher bzw. deren Autoren kennen die aktuelle Klassensituation nicht und suggerieren der Lehrerin oder dem Lehrer, dass jede Schülerin oder jeder Schüler in Österreich in einem bestimmten Alter genau die Erklärung verstehen muss, die das Buch anbietet.
- Der Zugang zu mathematischen Problemen ist vielfältig, Schulbücher liefern aber meist nur eine Möglichkeit.
- Der Fundus an Beispielen ist genau auf den didaktischen Ansatz des jeweiligen Buches zugeschnitten.
- Die Möglichkeit der selbstständigen Erarbeitung des Stoffes und des Experimentieren ist sehr stark eingeschränkt, da sehr rasch eine „das-ist-so"-Haltung suggeriert wird.
- Die Textdarstellung ist nicht für alle Schülerinnen und Schüler verständlich, da jedes Kind ein anderes Textverständnis und einen anderen Wortschatz hat.
- Bücher kann man nicht zurückfragen, wenn etwas unverständlich erscheint.
- Das Angebot und die Vielfalt an Beispielen ist eingeschränkt.

An unserer Schule ist das Schulbuchlimit jedes Jahr überzogen, und ich erkläre mich gerne bereit das Mathematikbuch herauszunehmen, um dafür erhöhte Kopieranteile zu bekommen. Das hat für mich den Vorteil, dass

- ... ich mit Arbeitsblättern auf die aktuelle Klassensituation eingehen kann (Sprache, Angebot von Beispielen und Erklärungen...).
- ... ich Erklärungsschritte nach meinen methodisch-didaktischen Vorstellungen vorgeben kann.

- ... ich individuelle Arbeitsblätter auf einzelne Schülerinnen und Schüler zugeschnitten erstellen kann.

In der fünften und sechsten Schulstufe konzentrierte ich mich auf die Begriffsbildung wie: Länge, Umfang, Flächeninhalt, etc., die Beherrschung der Algorithmen der vier Grundrechnungsarten in Q und der Zahlenvorstellung.

Komplexere Sachaufgaben (mehr als ein Rechenschritt, Wertetripel, Zusatzbedingungen...) führe ich erst ab der siebten Schulstufe ein. Dafür gibt es folgenden Grund:
Bei der Auseinandersetzung mit reformpädagogischer Literatur ist mir aufgefallen, dass die meisten Autoren die Heranwachsenden in drei Entwicklungsabschnitte einteilen:

0 – 6 Jahre
7 – 12 Jahre
13 – 18 Jahre

Für meine Arbeit ist nun die Schnittstelle zwischen dem zweiten (7 – 12 Jahre) und dem dritten (13 – 18 Jahre) Abschnitt besonders interessant, also das zwölfte bis dreizehnte Lebensjahr, weil meine Schülerinnen und Schüler in der 3.Klasse dieses Alter aufweisen. In diesem Alter erfolgt der Wechsel vom konkreten und handelnden in das abstrakte Lernen[1], d.h. vom Arbeiten mit konkreten Arbeitsmaterialien (z.B. „Perlenreihe“ nach Montessori) hin zum Arbeiten nach schriftlichen Anweisungen.

Das heißt, dass die Schülerinnen und Schüler auch von der Entwicklung her eher befähigt sind, sich mit komplexeren Zusammenhängen auseinander zu setzen, also nicht nur mit hintereinander ablaufenden Algorithmen, wo ein Schritt den nächsten bedingt, sondern mit solchen, bei denen die Kombination mehrerer (bereits gelernter) Einzelschritte zum Ergebnis führt. Gleichzeitig nimmt auch das Leseverständnis zu, da die Kunst des Lesens schon besser beherrscht wird und die Einzelnen nicht mehr so stark am Buchstaben „hängen“.

2. Forschungsfrage und Vorbereitung

2.1 Forschungsfrage und Forschungsdesign

Sach- oder Textaufgaben oder eingekleidete Aufgaben, wie sie auch oft genannt werden sind in der Literatur ein umstrittenes Thema. Heymann kategorisiert sie in die Gruppen A, B und C und kommt damit zu einer differenzierten didaktischen Bewertung der Aufgaben[2]. Radatz und Schipper bezeichnen die drei Typen (siehe Tabelle) als „eingekleidete Aufgaben“, „Textaufgaben“ und „Sachaufgaben/Sachprobleme“ und definieren sie als Folge „vom Anwenden und Üben“ über die „Förderung der mathematischen Fähigkeiten“ bis hin zur „echten Anwendung des mathematischen Wissens in realistischen Sachsituationen“.[3]

---

[1] Popp, Susanne, Der Daltonplan in Theorie und Praxis, Klinkhardt-Verlag, Bad Heolbrunn 1995, S 180
[2] Heymann, Hans Werner, Allgemeinbildung und Mathematik, Beltz Verlag, Basel 1996, S 195ff
[3] Radatz, Schipper, Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen, Schrödel Schulbuchverlag, Hannover 1983, S 130

Aufgabentyp	Charakterisierung	Intentionen
Eingekleidete Aufgabe Anm.: nach Heymann Typ A	In Worte gefasste Aufgabenkonstruktionen bzw. Rechenoperationen ohne Realitätsbezug. - Auf 3 Behälter werden gleichmäßig 420 l verteilt. - (verbalisierte Zahlaufgaben) Welche Zahl ist um 14 kleiner als der 5. Teil von 130? - (Denksportaufgaben) Auf dem Bauernhof sind 14 Tiere, Hühner und Kühe. Zusammen haben die Tiere 36 Beine.	Anwenden und Üben von Rechenfertigkeiten und mathematischen Begriffen, wobei diese in Texte eingekleidet werden. Phantasie- und Kunstaufgaben sollen das Üben mit reinen Zahlaufgaben bereichern.
Textaufgabe Anm.: nach Heymann Typ B	In Textform dargestellte Aufgaben, bei denen die Sache weitgehend bedeutungslos und austauschbar ist. Die Vielfältigkeit und Komplexität der Sache in der Realität werden nichtberücksichtigt bei derart konstruierten Aufgaben. - Herr Tietze hat 1972 DM auf seinem Lohnkonto. Er überweist 624 DM für Miete, 48 DM Gas und Elektrizität sowie 16 DM Parteibeitrag. Außerdem holt er 900 DM in bar ab.	Das Lernziel liegt in der Förderung mathematischer Fähigkeiten, wobei allerdings der gesamte Sachkomplex (Text) durchschaut werden muss. Bei dieser schulischen Kunstform liegt die Hauptschwierigkeit im Abbilden der Informationen in natürlicher Sprache in Gleichungen der mathematischen Fachsprache. - Textaufgaben bilden den Schwerpunkt des traditionellen Sachrechnens.
Sachaufgaben/ Sachrechenproblem Anm.: nach Heymann Typ C	Da die Sache selbst mitdiskutiert wird, ist Einsicht in die Sachzusammenhänge eine wichtige Voraussetzung. Die Sache/Umwelt stehen im Vordergrund, und die Mathematik liefert nur Hilfsmittel zur Bearbeitung/ Erschließung. - Der Wasserbedarf eines Menschen liegt bei 140 I pro Tag. Ein Liter Öl kann eine Million Liter Wasser ungenießbar machen. - Den Klassenausflug in den Harz können wir mit einem Bus oder mit der Bundesbahn durchführen. Was ist preiswerter? praktischer? Welche Kosten kommen noch hinzu? Wie teuer kommt der Ausflug für jeden Schüler? ...	Echte Anwendung mathematischen Wissens in realistischen Sachsituationen, zu denen oft erst noch die Daten selbst gesammelt werden müssen. Das Bearbeiten und Lösen derartiger Sachaufgaben führt über die Grenzen des Mathematikunterrichts hinaus in die anderen Unterrichtsfächer. – Neues Sachrechnen ist anwendungsorientiert, kreativ und möglichst lebensnah.

Von meinem Verständnis her sollten die Textaufgaben nach Typ A, B und C in der siebenten Schulstufe an einer Hauptschule im urbanen Bereich auf bekannten mathematischen Fertigkeiten (siehe Seite 7, erster Absatz) basieren und folgende Fähigkeiten fördern:

Eine Fragestellung bearbeiten
Informationen filtern und ordnen
Zusammenhänge erkennen und schaffen
Lösungswege finden

Den Sachverhalt der gestellten Aufgaben zu hinterfragen und zu diskutieren sind für mich in dieser Phase eher zweitrangig und werden erst bei Projekten und im fächerübergreifenden Unterricht behandelt.

Konkret möchte ich folgende Fragen in dieser Studie bearbeiten:

Was bereitet den Schülerinnen und Schülern in der 3.Klasse Schwierigkeiten

a) beim Verstehen von Textaufgaben
b) bei der Umsetzung von Texten aus der Alltagssprache in die mathematische Sprache
c) bei der Bearbeitung der Texte.

Da ich, wie im Kapitel "Wahrnehmungen" schon erwähnt, seit Jahren mit den Ergebnissen zur Textaufgabenbearbeitung unzufrieden war und mir immer wieder ähnliche Muster seitens der Kinder bei der Annäherung an dieses Problem aufgefallen waren, versuchte ich die Schwierigkeiten mit der Datensammlung zu hinterfragen und zu belegen. Ich legte mir zunächst ein Grobkonzept vor, mit dem Ziel, meine langjährigen Beobachtungen zu belegen oder widerlegen.

Dieses Grobkonzept sah vor zu untersuchen,

a. wie gehen die Schülerinnen und Schüler mit den Informationen eines Textes um
b. wie werden diese Informationen interpretiert und verarbeitet
c. wieweit können sie zwischen mathematisch relevanten und mathematisch nicht relevanten Angaben unterscheiden, um die für die Berechnung erforderlichen Größen zu finden
d. wieweit können sie die gefundenen mathematischen Größen zuordnen und durch rechnerische Operationen so verknüpfen, dass sie richtige Ergebnisse erhalten.

Die Punkte a und b sollten das Verstehen von Texten untersuchen, die Punkte c und d die Umsetzung der Texte aus der Alltagssprache in die mathematische Sprache sowie die rechnerische Bearbeitung der Texte.

zu a und b: Den Schülerinnen und Schüler werden Textaufgaben mit der Aufgabe vorgelegt, Fragen zum Text zu finden und diese schriftlich zu formulieren. Die Sinnhaftigkeit dieser Fragen aus meiner Sicht sollte dann für mich einen Überblick des Textverständnisses der ganzen Gruppe sein. In persönlichen Gesprächen die von ihnen gefundenen Fragestellungen betreffend, wollte ich den individuellen Zugang des/der einzelnen kennen lernen.

zu c und d: Damit die mathematischen Größen vom "verbindenden Text" befreit werden, sollten alle Zahlen mit den entsprechenden Einheiten als zugeordnetes Wertepaar extra angeschrieben werden. Um dabei zu erfahren, wie dieser Prozess abläuft beabsichtigte ich diese Sequenz in Gruppenarbeit mit einem Tonbandmitschnitt ablaufen zu lassen. Die Erkenntnisse daraus sollten, wie übrigens in allen Sequenzen, Ausgangspunkt bzw. Korrektiv für die weiteren Maßnahmen des Unterrichtsablaufes sein.

Als Rechenmethode beabsichtigte ich den Rechenbaum zu nehmen. Die Begründung dazu ist dem Kapitel "Wahl der Rechenmethode" zu entnehmen.

2.2 Auswahl der Texte

Für diesen Teil der Vorbereitung des Unterrichtabschnittes habe ich wohl den meisten Teil meiner Zeit aufgewendet. An die Aufgaben stellte ich folgende Anforderungen:

- sie sollten einen Erfahrungszuwachs im Umgang mit Texten aufbauen,
- die im Vorstellungsbereich eines/er Dreizehnjährigen liegen,
- durften, wie bereits erwähnt, keine neuen rechnerischen Fertigkeiten verlangen und
- sollten vor allem nicht in einer trockenen, auf nackte Angaben reduzierten Sprache geschrieben sein.

Ein „Unbeispiel“: Ein Schnellzug legt in einer Minute 1180m zurück. Berechne, welchen Weg er in 35 Minuten zurücklegt.

Zunächst durchforstete ich den Großteil der gängigen Schulbücher und wurde dabei aber nur bedingt fündig. Bedingt deshalb, weil ich zum Großteil nur Beispiele fand, die zur Kategorie „Schlussrechnung/Proportionen“ zu zählen sind, also ein Wertepaar und eine dritte Größe sind gegeben und die vierte, abhängige Größe ist zu berechnen.

Mein Ziel war es aber Aufgaben zu stellen, die **nicht** nach irgend einem „Schema F“ (siehe vorheriger Absatz) zu lösen waren, sondern die Möglichkeit boten, sich seitens der Schülerin bzw. des Schülers in eine Sachsituation hineinzudenken, aus der sie/er die Daten für die Lösung zusammentragen konnte.

3.0 Datensammlung, Datenanalyse und Dateninterpretation

3.1 Das Verstehen von Texten - Maßnahmen und Erkenntnisse

Seit vielen Jahren habe ich beobachtet, dass die meisten Schülerinnen und Schüler, die ich an der Hauptschule unterrichte, größte Probleme haben, mathematische Texte als kleine Geschichten zu Sachsituationen zu sehen. Ein Teil der Schülerinnen und Schüler konzentriert sich auf die enthaltenen Zahlen und übersehen dabei den verbindenden Text, der die Rechenoperationen angibt. Auf einfache Verständnisfragen zum Text bekam ich meist Antworten, bei denen Zahlen oder Rechenoperationen angegeben werden.

Ein anderer Teil, kleinerer Teil, ignoriert die Zahlen, konzentriert sich auf die "Geschichte" und gehen auf den Text ein indem sie die Richtigkeit der Angaben in Frage stellen (z.B.: kann ein Flugzeug überhaupt 900 km/h schnell sein, oder Erklärungen suchen, warum die Sachsituationen so dargestellt sind (z.B.: wenn weniger Arbeiter länger für eine Arbeit brauchen, so haben sie vielleicht zu lange Pausen gemacht).

Weiters habe ich beobachtet, dass eine Teilmenge aus beiden Gruppen Antworten in konkreten Zahlen geben, ohne dass überhaupt eine Frage formuliert war (addieren, subtrahieren, ... der gegebenen Zahlen in beliebiger Reihenfolge).

In der ersten Phase versuchte ich nun diese Beobachtungen zu belegen oder zu widerlegen, indem ich den Schülerinnen und Schülern Texte vorgab, bei denen keine Fragen gestellt waren, sie die Aufgabe hatten, selbst möglichst viele Fragestellungen finden. Damit wollte ich eruieren, wie Schüler und Schülerinnen die Informationen bei den Textaufgaben in Fragen umsetzen.

Den Schülerinnen und Schülern wurde ein Text mit der Aufgabe vorgelegt, möglichst viele Fragen dazu zu Papier zu bringen.

These 1: Schülerinnen und Schüler haben Schwierigkeiten mit der Analyse des Textes, weil sie ihn entweder zu eng (z.B. nur Zahlen herauslesen) oder weil sie ihn zu weit anlegen (sich für Fragen interessieren, die aus dem Text gar nicht beantwortbar sind).

Beispiel:
Nach einem Verkehrsunfall muss Herr Leitner für 12 Tage einen Leihwagen nehmen. Die Kosten betragen € 30.-- pro Tag und € 0,25 pro km. Herr Leitner ist 1830 km gefahren. Die Hälfte der Kosten werden von der gegnerischen Versicherung getragen.

Fragen, die seitens der Kinder gestellt wurden und aus dem Text beantwortet werden können:
Wer hatte einen Verkehrsunfall?
Wie lange war das Auto in Reparatur?
Wie viele € mussten für einen Kilometer bezahlt werden?
Wie viel Leihgebühr war für einen Tag zu bezahlen?
Wie viel bezahlte die gegnerische Versicherung?
Welche Kosten hatte Herr Leitner?
Was ist passiert?

Fragen, die gestellt wurden, aber aus dem Text nicht beantwortet werden können:
Wer war schuld?
Warum hatte Herr Leitner einen Unfall?
Warum zahlte die Versicherung nur die Hälfte?
Wo ist der Unfall passiert?
Warum ist ein Leihauto so teuer?
Warum nahm Herr Leitner einen Leihwagen?
Hat es Verletzte oder gar Tote gegeben?

Aus den Daten kristallisieren sich zwei Schwierigkeiten heraus:

a) Es gibt innerhalb der Fragen, die die Schülerinnen und Schüler zu einem Text finden, zwei Kategorien:
   solche, die gar nicht aus dem Text beantwortet werden können und
   solche, die sich beantworten lassen und
b) innerhalb der beantwortbaren Fragen gibt es
   solche, die von allgemeinem Interesse sind und
   solche, die mathematisch relevant sind – sich also mit mathematischen Methoden lösen lassen bzw. beantworten lassen.

Diese Kategorien lassen sich zwar nachweisen, aber eine eindeutige Zuordnung zu einzelnen Schülerinnen und Schülern konnte nicht erbracht werden, d.h., dass, nachdem mehrere Fragestellungen zu einem Text gefordert waren, ein und das selbe Kind Fragestellungen nach beiden Kategorien gestellt hat.

Immer wieder konnte ich, aber auch nicht bestimmten Schülerinnen und Schülern zuordenbar, konkrete Rechnungen zwar, verbalisiert, oder Versuche dazu als "Fragestellung" finden.

Es gab Gruppen von Schülerinnen und Schüler, die kaum Fakten berücksichtigten, sondern die Texte als Anregung für ein „Weiterspinnen“ der Geschichte sahen. Sie lasen den Text wie einen Zeitungsbericht und interessierten sich für die Kosten eher wenig.

Andere Schülerinnen und Schüler konzentrierten sich genauer auf den Text und waren auch in der Lage präzise Fragen zum Text zu formulieren.

In der zweiten Phase gab ich ein Arbeitsblatt (Anhang 1) vor. Die Schülerinnen und Schüler sollten einerseits Fragen stellen, die allgemein zum Text standen, d.h. keine Fragen stellen, die erst durch eine Rechnung zur Antwort führten. Andererseits waren auch „Rechenfragen“ zu formulieren, das waren Fragen die erst durch eine Rechnung beantwortet werden konnten.

Beispiel:
Lies den unten stehenden Text genau durch und versuche dazu Fragen zu formulieren. Sie sollten in „Rechenfragen“ und „allgemeine Fragen“, die aus dem Text beantwortet werden können, unterschieden werden.

Beim Bau eines Tunnels schaffte eine Mannschaft am Donnerstag, dem 3. Mai 2001 in 6 Stunden 4 Meter. Die gleiche Mannschaft schaffte am Montag, dem 2. Juli in 8 Stunden 5,5 Meter.

Versuche nur Fragen zu formulieren und nicht Antworten.

Allgemeine Fragen:
Wann schafften sie 4 Meter in 6 Stunden?
War am Montag, dem 2. Juli auch 2001?
An welchen Tagen haben sie gegraben?
Welche Wochentage wurden verglichen?
Wann gruben sie nur 5,5 Meter?
Welches Jahrhundert war am 2. Juli?
Wie viele Meter schafften sie in 6 Stunden?
Wie lange brauchten sie für die 4m?

Rechenfragen:
Was ist der Stundenunterschied an beiden Tagen?
Wie viele Meter haben sie an beiden Tagen gegraben?
Was ist der Meterunterschied?
Wie viel brauchen sie für einen Meter am Montag, wenn sie in 8 Stunden 5,5 Meter graben?
Wie viele Tage liegen zwischen dem 3.5.2001 und dem 2.7.2001?
Wie viele Meter schafften sie im Mai in 3 Stunden?
Wie viel schaffen sie am 2.7.2001 mehr als am 3.5.2001?
Wie viele Stunden arbeiten sie am 2. Juli mehr als am 3. Mai?

Natürlich sind auch hier wieder Fragen dabei, die unmittelbar weder allgemein zu beantworten waren, noch errechnet werden konnten, wobei auffallend ist, dass häufig „Warum“- und „Wie“-Fragen gestellt wurden:

Allgemeine Fragen:
Warum schafften sie am Montag mehr als am Donnerstag?
Wie dick ist der Berg?
Warum arbeiteten sie am 3. Mai und am 2. Juli?
Wie oft arbeiteten sie in der Zwischenzeit vom 3.5.2001 bis 2.7.2001?
Wie viele Mannschaften gab es?
Warum haben sie einmal 6 und einmal 8 Stunden gearbeitet?

Rechenfragen:
Wie lange dauerte der ganze Bau?
Von wann bis wann wurde der Tunnel gebaut?
Wie groß ist jeder der Tunnels?
Wie tief ist der Tunnel?
Wie lange ist der Tunnel?

Einige Schülerinnen und Schüler, es waren vor allem jene, die ich aufgrund der schulischen Gesamtleistungen allgemein als eher „schwache Schüler“ bezeichnen würde, hatten sichtlich noch Probleme, sinnvolle oder überhaupt Fragen zu formulieren und Fakten zu verwenden, die im Text vorhanden sind. Es wurde vermutet, interpretiert und Annahmen getätigt, die in keinem Zusammenhang zum Inhalt des Textes standen:

Vielleicht waren ein paar krank!
Die Röhre war ja am 2. Juli länger!
Vielleicht war es auch ein anderer Tunnel als vorher.
Vielleicht war es zu heiß.
Es war ein anderer Tag.
Vielleicht haben sie mehr Pausen gemacht.
Vielleicht war der Tunnel länger..
Wie lange braucht eine Mannschaft in 6 Stunden einen Tunnel zu bauen?
Vielleicht waren es die letzten 5,5 Meter.
Machten sie am 2. Juli eine Stunde Pause?

Das ausgearbeitete Arbeitsblatt wurde dann einzeln von den Schülerinnen und Schülern vorgelesen und im Klassengespräch wurden die Fragestellungen zugeordnet und diskutiert. Im Rahmen dieser Diskussionen erkannten die Schülerinnen und Schüler im hohen Prozentsatz welche Formulierungen einer Feststellung, Interpretation oder Vermutung bzw. einer allgemeine Frage oder Rechenfrage zuzuordnen waren.

Es gab aber auch einige „Grenzfälle“, die länger diskutiert wurden:
Wie lange dauerte der ganze Bau?
Von wann bis wann wurde der Tunnel gebaut?
Diese beiden Fragen wurden zunächst einer Rechenfrage zugeordnet, da der 3. Mai als Beginn und der 2. Juli als Ende des Tunnelbaus interpretiert wurden. Erst nach Einwendungen einiger Schülerinnen und Schüler, dass ein Beginn oder Ende nicht im Text standen, wurden die Fragen von allen als nicht berechenbar angesehen.

Wie groß ist jeder der Tunnels?
Wie tief ist der Tunnel?
Wie lange ist der Tunnel?
Auch dieser Block wurde zunächst als Rechenfrage kategorisiert, doch nach meiner Forderung die Sachsituation aufzuzeichnen, gab es Schwierigkeiten. Die Schülerinnen und Schüler erkannten schließlich, dass die beiden angegebenen Längen nur Teilstücke sind und auf eine Länge des gesamten Tunnels keine Rückschlüsse möglich sind.

Lange Diskussionen gab es auch zur Frage „*Wie viele Meter schafften sie im Mai in 3 Stunden?*“, obwohl zunächst ein Großteil der Klasse spontan meinte, es wären zwei Stunden, also die Hälfte der Zeit. Auf meinen Einwand hin, ob es einen Unterschied gäbe, wenn man durch Fels oder Sand graben muss, und der dadurch entstehenden Diskussion wurde diese "Rechenfrage" zur nicht berechenbaren Frage erklärt.

Dieser Teil, in dem weitere Texte zur Bearbeitung gegeben wurden, dauerte zwei Unterrichtseinheiten. Es war zu beobachten, dass einige Schülerinnen und Schüler von Text zu Text kritischer wurden und zum Schluss alle ihrer gestellten Fragen aus dem Text beantwortet oder berechnet werden konnten. Es zeigte sich dabei aber auch, dass sich schwächere Schülerinnen und Schüler auf weniger Fragen beschränkten, die aber durchaus als sinnvoll im Sinne der Aufgabenstellung betrachtet werden konnten.

Die Einheiten verliefen so, dass die von den Schülerinnen und Schülern erarbeiteten Fragen in Gruppen diskutiert wurden und ein Beispiel ihrer Wahl am Ende der jeweiligen Stunde gemeinsam diskutiert wurde.

Für die Behauptung, dass einzelne Schülerinnen und Schüler immer kritischer wurden, möchte ich den Inhalt folgender Situation aus dem Gedächtnis wiedergeben:

Beispiel: Bei Kanalgrabungsarbeiten benötigte man mit zwei Baggern für 300m sechs Tage. Für die restlichen 600m werden drei Bagger eingesetzt.

Die selbst gestellten Fragen wurden zunächst in den Gruppen diskutiert, doch die Rechenfrage "Wie lange muss noch gearbeitet werden", wurde in zwei von fünf Gruppen mit der Begründung, dass aus dem Text nicht hervorging, wie die Bodenbeschaffenheit dieser 600m ist, als nicht beantwortbar eingestuft

Im nächsten Schritt (zwei Unterrichtsstunden) legte ich Texte wie im Anhang 3 vor, in denen der Sachverhalt beschrieben war, aber die abschließende Frage nach den zu errechnenden Größen fehlten. Die Beispiele habe ich so gewählt, dass nur eine Rechenfrage möglich war (Anhang 3, Beispiel 1). Allgemeine Fragen zum Text durften nicht mehr gestellt werden.

Die Bearbeitung erfolgte in Partnerarbeit in der freien Arbeitsphase und wurde exemplarisch bei fünf Schülerinnen- und Schülerpaaren per Tonband mitgeschnitten. Die Paarfindung habe ich den Schülerinnen und Schülern überlassen. Aus allen Paaren wurden die fünf zur Aufzeichnung von mir so ausgewählt, dass ich ein Paar „sehr gute“, zwei Paar „gute“ und zwei Paar „schwächere“ Schülerinnen und Schüler heranzog. Für das angeführte Ranking nahm ich das Notenbild aller Pflichtgegenstände als Grundlage.

Beispiele:
In einer Klasse sind 24 Schülerinnen und Schüler, davon besuchen 9 den Freigegenstand Italienisch und der Rest den EDV-Grundkurs.

56 Überraschungseier sollten unter 8 Kindern gerecht aufgeteilt werden.

Ein Tunnel soll 3,5 km lang werden. Die Bohrung wird von beiden Seiten begonnen. Nach fünf Monaten ist der eine Bohrtrupp 1,8 km, der andere 0,7 km weit vorgedrungen.
(fertige dazu eine Skizze an)

Die Sachsituation wurde durchwegs schnell erkannt, doch bei der Formulierung der Fragen gab es Unterschiede. Die Gruppen der „sehr guten“ und „guten“ Schülerinnen und Schüler waren bemüht kurz und präzise zu formulieren, wogegen die Gruppe der „schwächeren“ Schülerinnen und Schülern die erste Idee, die ausgesprochen wurde, zu Papier brachten. Diese Beobachtung machte ich speziell bei der dritten Aufgabe.

Sehr gute Schülerinnen und Schüler	Gute Schülerinnen und Schüler	Schwächere Schülerinnen und Schüler
1. Aufgabe: Wie viele Schülerinnen und Schüler besuchen den EDV-Grundkurs?.	Antwort wie bei der 1. Gruppe	Antwort wie bei der 1. Gruppe
2. Aufgabe: Wie viele Überraschungseier bekommt ein Kind?	Antwort wie bei der 1. Gruppe	Ein Paar schrieb: Wie viele Eier bekommt jeder?
3. Aufgabe: Wie viele Kilometer haben sie noch zu bohren und wie viele Kilometer sind schon fertig?	1. Paar: Wie viele Kilometer haben sie noch? 2. Paar: Wie viele Kilometer müssen sie noch bohren?	1. Paar: Wie viel haben sie noch? 2. Paar: Wie weit müssen sie noch bohren?

Bemerkenswert war, dass die erste Gruppe bei der dritten Aufgabe zunächst zwei Fragen formuliert hatte und nach längerer Diskussion und dem Hinweis einer Schülerin, dass nur eine Frage gestellt werden durfte, beide Fragen zu einer zusammengefasst wurden. In den anderen Gruppen wurde, sobald eine Frage formuliert war, über keine weitere mehr nachgedacht.
Die Angabe „in fünf Monaten“ führte keine der fünf Gruppen zur Idee, die noch benötigte Zeit zur Fertigstellung zu berechnen.

In weiterer Folge gab ich Texte vor, bei denen auch mehrere Fragen zu einer Berechnung führen konnten.

Franz kommt mit seinem Auto mit 35,28 Liter Benzin 420 km weit. Am Sonntag fährt er 280 km. Am Dienstag braucht er für eine Dienstreise genau 21 Liter.
Stelle die Rechenfragen (auch mehrere sind möglich).

Fragen, die von den Schülerinnen und Schülern gestellt wurden:
Wie viele Liter Benzin braucht Franz auf 100 Kilometer?
Wie viele Kilometer ist Franz an beiden Tagen gefahren?
Wie viele Liter musste Franz am Sonntag tanken?
Wie viele Kilometer ist er am Dienstag gefahren?
Wie viele Liter hat Franz an beiden Tagen getankt?

Diese Unterrichtseinheit diente dazu, die Schülerinnen und Schüler dahingehend zu sensibilisieren, dass in den verschiedenen Sachaufgaben mehrere Fragen, die zu Rechenoperationen führen können, möglich sind. Natürlich war es nicht so, dass alle Schülerinnen und Schüler auch alle möglichen Fragen fanden , aber durch die Konzentration auf die isolierte Aufgabe (Finden der Fragen) war auch der/die Schwächste in der Lage mindestens eine Rechenfrage zu finden.

Die Lösung der Beispiele wurde in dieser Unterrichtssequenz nicht verlangt.

3.2 Umsetzung des Textes in die mathematische Sprache – Maßnahmen und Ergebnisse

Hypothese 3:
Schülerinnen und Schüler haben Schwierigkeiten Wertepaare zu erkennen, wenn viele Zahlen im Text vorkommen.

Ein weiteres Problem der Schülerinnen und Schüler mit dieser Art der Aufgaben war es, dass im Text auch eine Menge von Zahlen vorhanden war, die – wenn möglich richtig – zugeordnet und eingesetzt werden mussten. Um nun die Zahlenmenge überschaubar zu machen, führte ich ein, dass zunächst einmal die „Tatsachen“ (wie ich sie genannt habe), das waren jene Werte, die in der Berechnung eine Rolle spielten, heraus geschrieben werden mussten, wobei die Maßangaben (€, kg, Personen, etc) dabei stehen mussten. Waren zwei Größen in Abhängigkeit (z.B.: 3kg Äpfel kosten 1,80€), mussten diese als Wertepaar nebeneinander geschrieben werden.

Beispiel:
Bei einer Befragung stellte sich heraus, dass 623 Personen zu Fuß zu einer Sportveranstaltung gekommen waren. Ferner zählte man 5 Kleinbusse mit je 12 Personen. 7 große Autobusse mit je 32 Personen, 47 PKW mit je 5 Personen, 63 PKW mit je 4 Personen, 29 PKW mit je 3 Personen, 51 PKW mit je 2 Personen, 112 Motorräder mit je 2 Personen und 368 Radfahrer. Berechne, wie viele Personen die Veranstaltung besucht haben.

Tatsachen:
623 Personen zu Fuß
5 Busse mit je 12 Personen
7 Busse mit je 32 Personen
47 PKW mit je 5 Personen
63 PKW mit je 4 Personen
29 PKW mit je 3 Personen
51 PKW mit je 2 Personen
112 Motorräder mit je 2 Personen
368 Radfahrer

Die Lösung dieser Aufgabe wurde wieder durch einen Tonbandmitschnitt dokumentiert, wobei wieder je zwei Schülerinnen und Schüler eine Gruppe bildeten und die Gespräche jeder Gruppe aufgezeichnet wurden.

Die Strategie aller Schülerinnen und Schüler war ähnlich. Zunächst wurde der Text als Geschichte durchgelesen - entweder haben beide still oder eine/r laut vorgelesen – und im Anschluss wurden die Wertepaare aus dem Text herausgefiltert und niedergeschrieben.

Beim Abhören der Aufzeichnungen dieser Unterrichtssequenz konnte ich keine Probleme erkennen. Die Wertepaare wurden in der Reihenfolge, wie sie im Text vorkamen, erkannt und niedergeschrieben.

Um nun diese „Tatsachenerkennung“ genauer zu hinterfragen, legte ich ein Bespiel mit einem Wertetripel vor. Diese Aufgabe musste schriftlich in Einzelarbeit durchgeführt werden. Um die Strategie zur Wertefindung der einzelnen Schülerinnen und Schüler zu hinterfragen, setzte ich mich mit jeder/jedem in der freien Arbeitsphase zu einem Gespräch zusammen.

Beispiel:
Ein Filmtheater hat 120 Plätze im Parkett, 96 Plätze auf dem Balkon und 50 Logenplätze. Ein Platz im Parkett kostet 4€, ein Platz auf dem Balkon 6€ und ein Logenplatz 7,50€. Der neue Heimatfilm „Und wieder blüht die Heide" findet beim Publikum offensichtlich wenig Zuspruch. Die Hälfte der Parkettplätze bleiben bei der Abendvorstellung leer. Auf dem Balkon ist gar nur jeder 4. Platz besetzt. Und nicht viel besser sieht es in der Loge aus. Wie viele Logenplätze sind besetzt, wenn bei dieser Vorstellung Eintrittskarten für insgesamt 474€ verkauft wurden?

Zusammenfassend wurden folgende drei Varianten von den Schülerinnen und Schülern erstellt:

Variante A:
Einnahmen: 474€
Plätze: 120 im Parkett, 96 auf dem Balkon, 50 in den Logen
Kosten: 4€ im Parkett, 6€ auf dem Balkon, 7,50€ in den Logen
Verkaufte Karten: Hälfte im Parkett, jeder 4. am Balkon
Gesucht: verkaufte Logenplätze

Variante B:
120 Plätze im Parkett zu je 4€
96 Plätze am Balkon zu je 6€
50 Logenplätze zu je 7,50€
Hälfte im Parkett besetzt, jeder 4. Platz am Balkon
Eintrittspreis 474€

Variante C:
Parkett: 120 Plätze, 4€, Hälfte besetzt
Balkon: 96 Plätze, 6€, jeder 4. Platz besetzt
Logen: 50 Plätze, 7,50€, ? besetzt
Einnahmen 474€

Alle Schülerinnen und Schüler hatten eine der drei Lösungen, außerdem wurde nicht ein einziger Wert vergessen.

Bei den von den Schülerinnen und Schüler zu erstellenden Zuordnungsvarianten ist mir aufgefallen, dass die Variante A überwiegend von den von mir als eher „schwächeren", die Variante B überwiegend von den von mir als „guten" und die Variante C überwiegend von den von mir als „sehr guten" eingeschätzten Schülerinnen und Schüler erstellt wurde.

Im Detail ergab sich folgende Verteilung:
Variante A: elf Schülerinnen und Schüler
Variante B: sieben Schülerinnen und Schüler
Variante C: sechs Schülerinnen und Schüler

Auszug aus den Antworten zur Begründung, warum die „Tatsachen" von der jeweiligen Schülerin oder dem jeweiligen Schüler so angeschrieben wurden:
Variante A:

Weil die Zahlen genauso im Text stehen (fünf Schülerinnen und Schüler)
Bei mir stehen die zusammengehörenden Werte untereinander (eine von mir als „sehr gut" eingeschätzte Schülerin)

Ich habe zuerst die Parkettplätze aufgeschrieben, dann die vom Balkon, dann die von den Logen – und so habe ich es bei den Preisen auch gemacht. (zwei Schülerinnen und Schüler)
Drei Schülerinnen und Schüler konnten keine Begründung angeben.

Variante B:
Ich habe die Plätze und die dazugehörenden Kosten zuerst aufgeschrieben und dann wie oft sie besetzt sind.(drei Schülerinnen und Schüler)
Weil ich zuerst ausrechnen muss, wie viel alle Plätze kosten und dann dividiere ich einfach.(eine Schülerin) (Anm.: Die Aufgabe war noch nicht zu berechnen)
Weil die Plätze und die Kosten zusammengehören. (zwei Schülerinnen und Schüler)
Keine Begründung (ein Schüler)

Variante C:
Die sechs Schülerinnen und Schüler, die diese Variante erstellt haben, gaben „diese drei Werte gehören zusammen“ als Begründung an.

Durch dieses Isolieren der reinen Zahlenwerte mit der entsprechenden Einheit vom Text erreichte ich, dass Wertepaare zunächst herausgefiltert wurden und dass beim späteren Rechnen nicht immer wieder der Text durchgelesen werden musste, wenn weitere Zahlen eingearbeitet wurden. Weiters war nun eine Art „Checkliste“ vorhanden, wo abgehakt werden konnte, was bereits erledigt wurde. Wie dies genau gehandhabt werden soll, wird im Kapitel „Berechnung“ gezeigt.

Kurzzusammenfassung
Alles, was hier beschrieben wurde, bezieht sich auf Übungen zum Leseverständnis und ist als Hilfe dafür gedacht, die Sachsituation zu erkennen. Denn erst wenn die Schülerinnen und Schüler die Problematik erkannt und den Sachverhalt verstanden haben, sind sie in der Lage die entsprechenden mathematischen Operationen einzuleiten und das Beispiel zu berechnen. Das heißt auch, dass nach eingehender Auseinandersetzung mit den jeweiligen Texten die Möglichkeit besteht, bei nicht er- bzw. bekannten Begriffen (wie z.B. einmal der Begriff der „Grundgebühr“ unbekannt war) bei Mitschülerinnen und Mitschülern oder Lehrerinnen und Lehrern Rat und Hilfe zu holen.

3.3 Die Berechnung

Hypothese: Schülerinnen und Schüler haben Probleme, aus Texten die richtigen Rechenoperationen heraus zu filtern.

3.3.1 Suchen und Unterstreichen von Schlüsselwörtern

Als weiteren Schritt glaubte ich, dass das Aufsuchen und Finden von Schlüsselwörtern (Wörter, die einen Hinweis auf eine Rechenoperation geben) zur Lösung der Sachaufgaben behilflich sein könnte. Ich gab wiederum Texte vor mit der Aufgabe, die Schlüsselwörter, die auf eine Rechenoperation hindeuten könnten, zu unterstreichen und die dazugehörige Rechenoperation niederzuschreiben.

Beispiel:
Peter bekommt in der Woche um 4,5 € mehr als Hannes.

Bei diesem einfachen Text (Sachverhalt) wurde das Wort „mehr“ oder die Wörter „bekommt mehr“ unterstrichen und die Rechenoperation „Addieren“ problemlos gefunden. Auch Texte, die die mathematischen Termini wie „addieren, subtrahieren, dividieren, multiplizieren“ oder die umgangssprachlichen Pendants „zähle dazu, ziehe ab, teile, ver-x-fache, vermehre, vermindere, ...,“ beinhalteten bereiteten den Schülerinnen und Schülern keine großen Probleme. Es war für sie ein Leichtes, die Schlüsselwörter zu finden und die entsprechende Rechenoperation zuzuordnen.

Probleme tauchten erst auf, als die Schlüsselwörter nicht mehr so eindeutig zu erkennen waren.

Beispiel:
Ein Fahrradhändler verkauft 144 Fahrräder für insgesamt € 38 980.--. Darunter sind 35 Herrenräder zu je € 319.- und 79 Damenräder zu je € 285.-. Die übrigen Fahrräder sind Kinderräder. Wie viel kostet ein solches Kinderrad?

Bei diesem Beispiel hatte das Auffinden und Unterstreichen der Schlüsselwörter keinen Sinn mehr, gerade die schwächeren Schülerinnen und Schüler konnten damit keinen eindeutigen Bezug zu einer Rechenoperation herstellen. Für mich ist das Fazit das, dass diese Methode nur begrenzt einsetzbar und für das Ziel, Hilfestellung für das Herausfiltern von Rechenoperationen aus komplexen Texten zu sein, völlig ungeeignet ist.

3.3.2 Wahl der Rechenmethode

Seit vielen Jahren ist mir beim Kapitel „Textaufgaben“ unwohl. Alle Hilfen der Berechnung, die ich angeboten habe, hatten irgendwo ihre Grenzen. Entweder waren sie zu schemenhaft, wie z.B. die Schlussrechnung, bei der am Ende überhaupt nicht mehr über den Text nachgedacht wurde, sondern zwei Zahlen in Beziehung gesetzt, die dritte darunter geschrieben, die Pfeile gesetzt und auf „Teufel komm raus“ an das Ergebnis als absolute Wahrheit geglaubt wurde. Bei der tabellarischen Form (Schluss über die Einheit) war es ähnlich. Die Trefferquote lag in beiden Fällen erfahrungsgemäß (nachdem es zwei Möglichkeiten gibt) bei ca. 50 Prozent. Auch das Angebot, die Berechnung als Proportion anzuschreiben, zeitigte keinen überwältigenden Erfolg. Ich vermute sogar, dass bei absolutem Nichtverständnis der Sachsituation die Trefferquoten sich nicht merklich verändert hätten. Bei allen drei Methoden versuchten die Schülerinnen und Schüler das vorgegebene Schema mit den gegebenen und gesuchten Zahlen sowie mit dem ominösen „x“ wie in einem Rebus auszufüllen.

In nachstehender Tabelle möchte ich anhand eines Beispiels jene drei Rechenmethoden zeigen, die ich bisher in verschiedenen Klassen angewendet habe:

Beispiel: 56 Überraschungseier sollten unter 8 Kindern gerecht aufgeteilt werden. Berechne wie viele Überraschungseier zwei Kinder bekommen!

Schlussrechnung	Über die Einheit	Proportion
↑ 8 Ki 56 Eier ↑ 2 Ki x Eier $x = \frac{56 \bullet 2}{8} = 14$ Antwortsatz	Kinder | Eier 8 | 56 :8 :8 1 | 7 .2 .2 2 | 14 Antwortsatz	56 : 8 = x : 2 8 . x = 56 . 2 8x = 112 x = 14 Antwortsatz

Einen weiteren Nachteil dieser Methoden sehe ich darin, dass man per „Dreisatz“ rechnet und Beispiele mit größeren Datenmengen, wie sie bei Kalkulationen benötigt werden, nur durch Erstellen mehrerer dieser Dreisätze hintereinander lösen kann. Dies wird unübersichtlich und birgt die Gefahr, dass die Schülerinnen und Schüler das Ziel „verlieren“.

So kam ich schließlich zum „Rechenbaum“.
Er hat für mich den Vorteil,

- dass die Anzahl von Größen in der Sachsituation nach oben hin nahezu unbegrenzt sein kann,
- dass damit aber auch „einfache“ Beispiele mit drei Größen gleich lösbar sind,
- dass das Beispiel einen algorithmischen Verlauf erhält,
- dass der Algorithmus direkt in eine Gleichung umgewandelt werden kann.

Selbstverständlich setzt diese Methode voraus, dass die Sachsituation den Schülerinnen und Schülern klar sein muss, was auch der Grund für die ausführlichen Übungen [und Untersuchungen] im Umgang mit den Texten und zum Textverständnis war.

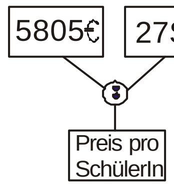
Zunächst wurde die Anwendung des Rechenbaums bei einfachen (typischen Schulbuchbeispielen) geübt, wobei ich darauf Wert legte, dass der Rechenweg skizziert und Zwischenergebnisse verbal beschrieben wurden. Erst wenn der Rechenweg fixiert war, durfte mit der Berechnung begonnen werden. Dies geschah im Hinblick darauf, dass ich die Absicht hatte, auch Aufgaben mit zwei oder mehreren Ebenen zu stellen. Für die Lösung solcher Aufgaben musste sich bei Schülerinnen und Schülern ein klares Bild entwickeln.

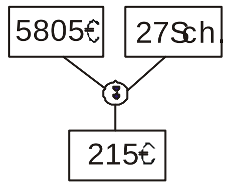
In dieser Phase ließ ich die Schülerinnen und Schüler einfach rechnen und üben, weil schon Murren laut wurde, dass sie jede Arbeit kommentieren müssten, ich immer wieder Fragebögen austeilte oder Interviews durchführen ließe. Weiters kritisierten sie, dass sie noch immer nicht rechnen durften (obwohl dies einige trotzdem taten), sondern nur schreiben und begründen mussten.

Beispiel:
Die Kosten für eine Schulschikurswoche betragen für eine Klasse mit 27 Schülerinnen und Schüler 5805€.
Welcher Betrag fällt auf eine Schülerin oder Schüler?

Tatsachen:
27 Schülerinnen und Schüler bezahlen 5805€

verbalisierter Rechenweg Berechnung



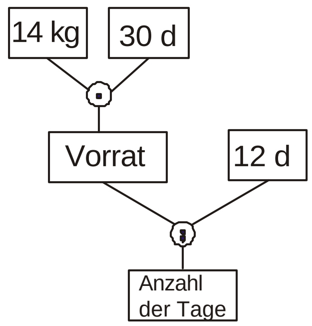


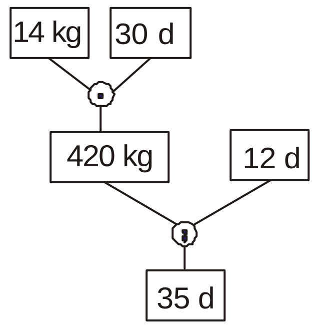
Diese Beispiele machten keine Probleme und dienten nur der Einübung des Rechenbaumes.

In dieser Phase stellte ich auch Aufgaben, die im direkten oder im indirekten Verhältnis standen, ohne dass ich auf diesen Umstand hingewiesen hätte. Mir ist dabei aufgefallen, dass die Aufgaben auch ohne Wissen, dass es direkte und indirekte Verhältnisse gibt, durchwegs richtig gelöst wurden. Entscheidend für eine richtige Lösung war ausnahmslos das Verstehen der Sachsituation.

Beispiel:
Der Mehlvorrat in einem Restaurant reicht bei einem täglichen Verbrauch von 14kg 30 Tage aus.
Wie lange kommt der Küchenchef bei einem Tagesverbrauch von 12kg aus?

Tatsachen:
Vorrat: bei 14 kg pro Tag 30 Tage
bei 12 kg pro Tag ?? Tage





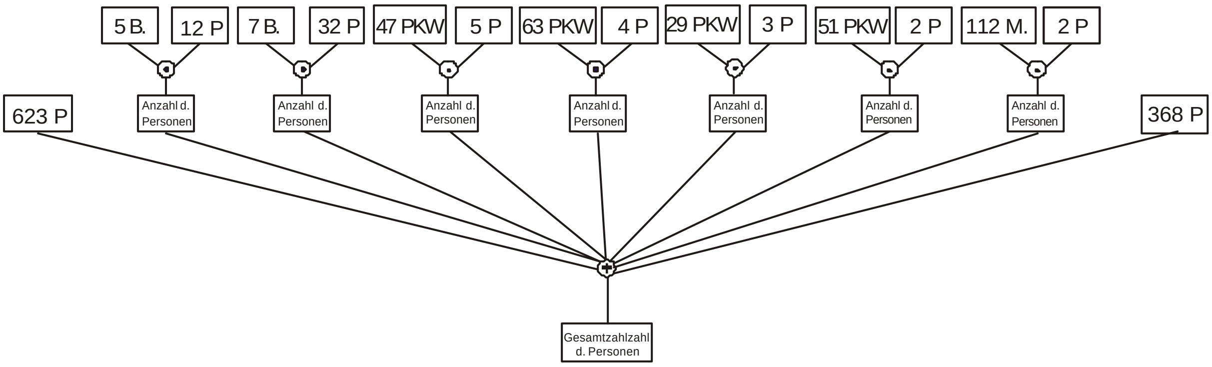
Auch hier waren keine gröberen Probleme zu bemerken, im Gegenteil, mich verwunderte es, dass über das Zwischenergebnis (des Vorrates) das indirekte Verhältnis einfach „umgangen“ wurde. Auch auf meine Frage, ob aufgefallen war, dass hier irgendetwas anders war, konnte niemand etwas Besonderes entdecken.

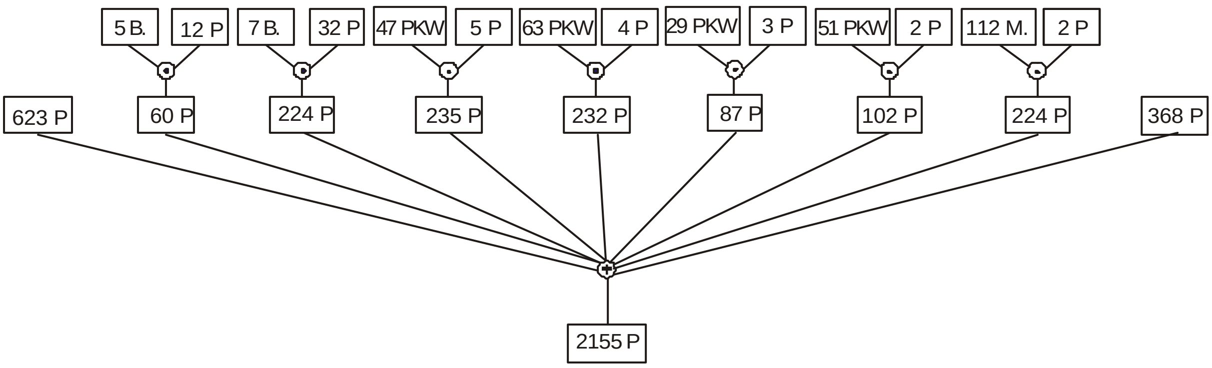
Für die nächsten acht Unterrichtseinheiten blieb ich mit dem Rechenbaum in zwei Ebenen. Die Aufgaben waren so konzipiert, dass immer in einer Richtung (von oben nach unten) gerechnet werden konnte, nur durch die Zahlenmenge wurde der „Baum“ breiter.

Beispiele, die in dieser Sequenz berechnet wurden, waren einerseits solche, die bereits in der Textanalyse besprochen wurden, aber auch andererseits neue, weil der vorhandene Fundus zu klein war, um schnellere Schülerinnen und Schüler für acht Unterrichtseinheiten zu versorgen.

Beispiel:
Bei einer Befragung stellte sich heraus, dass 623 Personen zu Fuß zu einer Sportveranstaltung gekommen waren. Ferner zählte man 5 Kleinbusse mit je 12 Personen, 7 große Autobusse mit je 32 Personen, 47 PKW mit je 5 Personen, 63 PKW mit je 4 Personen, 29 PKW mit je 3 Personen, 51 PKW mit je 2 Personen, 112 Motorräder mit je 2 Personen und 368 Radfahrer. Berechne, wie viele Personen die Veranstaltung besucht haben.

Tatsachen:
623 Personen zu Fuß
5 Busse mit je 12 Personen
7 Busse mit je 32 Personen
47 PKW mit je 5 Personen
63 PKW mit je 4 Personen
29 PKW mit je 3 Personen
51 PKW mit je 2 Personen
112 Motorräder mit je 2 Personen
368 Radfahrer





Die Liste der Wertepaare konnte nun, wie bereits angedeutet, als eine Art von Checkliste verwendet werden, indem, wenn die Kästchen der 5 Busse mit je 12 Personen gesetzt waren, dies in der Liste abgehakt werden konnte. Das selbe passierte mit den weiteren Wertepaaren. Wenn also alles abgehakt war, konnten die Schülerinnen und Schüler sicher sein, dass alle Größen berücksichtigt wurden.

Den Schülerinnen und Schülern begann es richtig Spaß zu machen, mit den Rechenbäumen zu arbeiten. Sie erfanden selbst Beispiele und ein Wettbewerb, wer den größten Baum erfinden konnte, kam zustande.

Da ich, wie bereits erwähnt, keine Beobachtungen während dieser Phase durchführte, überprüfte ich diesen Schritt in Form einer Hausübung (Anhang 4):

Ergebnis:
Alle fünf Beispiele richtig: sieben Schülerinnen und Schüler
Bei allen Beispielen richtiger Rechenweg, aber Rechenfehler: drei Schülerinnen und Schüler
Ein Beispiel falsch (bei anderen Beispielen richtiger Rechenweg, aber Rechenfehler möglich): vier Schülerinnen und Schüler
Zwei Beispiele falsch (bei anderen Beispielen richtiger Rechenweg, aber Rechenfehler möglich): sieben Schülerinnen und Schüler
Drei oder mehr Beispiele falsch zwei Schülerinnen und Schüler

Bei der genauen Durchsicht der Fehler stellte ich fest, dass diese ausschließlich im Einsetzen eines falschen Operationszeichens bei einer mathematischen Verknüpfung lagen. Das Herausschreiben der „Tatsachen", die Zuordnung der Wertepaare und das Erstellen der Rechenbäume wurden von allen Schülerinnen und Schülern richtig durchgeführt.

Da ich für die letzte Sequenz umfangreichere Tonbandmitschnitte vor hatte, die in einem eigenen Raum durchgeführt werden sollten, wollte ich die akustischen Bedingungen testen, wofür sich zwei Schüler zur Verfügung stellten, die ein Beispiel mit lautem Mitdenken durchrechneten. Dabei fiel mir auf, dass diese beiden sehr genau auf die Formulierung achteten:
Beispiel:
Nach einem Verkehrsunfall muss Herr Leitner für 12 Tage einen Leihwagen nehmen. Die Kosten betragen € 30.-- pro Tag und € 0,25 pro km. Herr Leitner ist 1830 km gefahren. Wie viel hat er zu bezahlen, wenn die Hälfte der Kosten von der gegnerischen Versicherung getragen wird?

Die Berechnung wurde, wie geübt, mit Tatsachenliste und Rechenbaum durchgeführt, gelöst und es ging nun darum, eine Antwort zu formulieren:
Schüler A: „Er muss 405,75€ selbst bezahlen."
*SchülerB: „Nein, das stimmt nicht, schau her, hier steht: .. **wenn** die Hälfte von der gegnerischen Versicherung getragen werden – aber was ist, wenn sie nicht getragen wird, dann muss er alles bezahlen, also schreiben wir: **Sollte** die gegnerische Versicherung die Hälfte bezahlen, muss Herr Leitner noch 405,75€ zahlen."*

Im letzten Schritt ging es dann darum, den Rechenbaum durch ein Wertetripel oder durch Zusatzbedingungen auf eine dritte oder vierte Ebene zu erweitern und das Ergebnis nicht in der letzten Ebene zu errechnen, sondern über Zwischenergebnisse wieder zurück in die zweite oder erste Ebene zu arbeiten.

Diese Sequenz wurde wieder in Partnerarbeit durchgeführt und aufgezeichnet, wobei ich für das erste Beispiel, bei dem Nebenbedingungen zunächst miteinander und dann mit der Ausgangsbedingung verknüpft werden mussten, drei Paare wählte. Die Paarzusammensetzung wurden nach dem aktuellen Notenstand in Mathematik von mir bestimmt.

1. Gruppe Mathematiknote 1 und 2
2. Gruppe Mathematiknote 2 und 3
3. Gruppe Mathematiknote 4 und 4

Beispiel:
450 Liter Apfelsaft fasst jedes der 3 Fässer des Mostbauern. Nun soll der Inhalt in Flaschen abgefüllt werden. 900 Flaschen werden zu je 0,75 Liter Inhalt abgefüllt. Weiters werden noch 34 Flaschen zu je 3 Liter Inhalt befüllt.
Wie viele Flaschen mit je 1 Liter muss der Mostbauer noch bereithalten, um alle seine Fässer zu leeren?

Tatsachen:
450 l jedes der 3 Fässer
900 Flaschen je 0,75l
34 Flaschen je 3l
? Ein-Liter Flaschen bleiben

Alle drei Gruppen hatten überhaupt keine Schwierigkeiten, die Tatsachen herauszuschreiben und die Wertepaare zuzuordnen.
Bei der Erstellung des Rechenbaumes waren aber unterschiedliche Strategien zu beobachten:
Die ersten beiden Gruppen gingen hier genau nach „Vorschrift" vor und erstellten zunächst einen Rechenbaum mit der allgemeinen Formulierung und setzten im zweiten Schritt in das so konstruierte Gerüst die konkreten Zahlenwerte ein.

Interessant entwickelte sich das Gespräch mit den Schülerinnen und Schülern in der dritten Gruppe, die zuerst auch den Rechenbaum mit der allgemeinen Formulierung erstellen wollten, aber bei der Verknüpfung von den drei Fässern mit dem Inhalt zu diskutieren begannen, ob nun zu multiplizieren oder zu dividieren wäre:
Schüler A: „Wir müssen dividieren, damit wir wissen, wie viel in einem Fass ist."
Schüler B: „Nein, ich glaube, wir müssen multiplizieren"
A: „Warum, wir brauchen die Liter!"
B: „Ich probiere einmal ... 450 : 3 ....ist, (rechnet) 15l oder 15 Fässer?, schau, das gibt es doch nicht, wenn in jedes Fass 450l gehen und wir 3 Fässer haben."
A: „Okay, das war fasch, rechnen wir Mal ... also: Kästchen 450, Kästchen 3, mal, Kästchen ... rechne du aus ..."
B: (rechnet) „1350, also hat er 1350 Liter."
A: „Und jetzt müssen wir abfüllen, also Minus."
B: „Ja ... nein, wir wissen ja nicht wie viel Liter 900 Flaschen sind." Wir müssen zuerst 900 mal 0,75 rechnen."
So erweiterten sie den Rechenbaum Schritt für Schritt mit den konkreten Zahlen und erreichten schließlich das richtige Ergebnis.

Mit einer ähnlichen Konstellation lies ich ein weiteres Beispiel rechnen, wobei ich ein Wertetripel einbaute:

1. Gruppe Mathematiknote 1 und 1
2. Gruppe Mathematiknote 2 und 3
3. Gruppe Mathematiknote 4 und 4

Beispiel:
Ein Filmtheater hat 120 Plätze im Parkett, 96 Plätze auf dem Balkon und 50 Logenplätze. Ein Platz im Parkett kostet 4€, ein Platz auf dem Balkon 6€ und ein Logenplatz 7,50€. Der neue Heimatfilm „Und wieder blüht die Heide“ findet beim Publikum offensichtlich wenig Zuspruch. Die Hälfte der Parkettplätze bleiben bei der Abendvorstellung leer. Auf dem Balkon ist gar nur jeder 4. Platz besetzt. Und nicht viel besser sieht es in der Loge aus. Wie viele Logenplätze sind besetzt, wenn bei dieser Vorstellung Eintrittskarten für insgesamt 474€ verkauft wurden?

Tatsachen:
Einnahmen: 474€
Plätze: 120 im Parkett, 96 auf dem Balkon, 50 in den Logen
Kosten: 4€ im Parkett, 6€ auf dem Balkon, 7,50€ in den Logen
Verkaufte Karten: Hälfte im Parkett, jeder 4. am Balkon
Gesucht: verkaufte Logenplätze

Bei diesem Beispiel ist zum ersten Mal die Grenze bei den schwächeren Schülerinnen und Schülern ganz deutlich geworden. Um dies darzustellen, werde ich die Tonbandmitschnitte dieser drei Gruppen über weite Passagen wörtlich zitieren:

Gruppe 1:
Ich nenne die beiden Mädchen hier Julia und Sabrina.
Sabrina liest den Text laut vor. Sie schreiben zunächst die „Tatsachen“ heraus und versuchen die verbalisierte Form des Rechenbaumes zu erstellen.
Julia: *„Wir müssen zuerst die Parkettkosten und die Balkonkosten ausrechnen, dann müssen wir irgendwie auf die Logenplätze kommen.“*
Sie reden nicht, aber ich bekomme mit, dass sie schreiben – ich vermute, sie erstellen den Rechenbaum.
Sabrina: *„... die Hälfte der Parkettplätze, ... dividiert durch 2, ... jeder vierte Balkonplatz ,... dividiert durch 4?“*
Julia: *„... äh, ich glaube schon, ...warte, ich probier es einmal, ...96 dividiert durch 4* (rechnet) *... es bleibt Null Rest und ergibt 24, ... ja das ist möglich, das stimmt.“ Rechnen wir den Baum erst einmal bis hier her.“*
Errechnen die Einnahmen von Balkon und Parkett.
Julia: *„Jetzt die 384 € und die 474€, da müssen wir Minus rechnen ...“*
Sabrina: *„... da kommen 90 heraus und fertig“*
Julia: *Nein, die 7,50€ sind noch übrig, das kosten die Karten und die 90 sind auch Euro, ...das müssen wir noch dividieren ...* (rechnet) *..., ich bekomme 12 heraus, und du?“*
Sabrina: *„Ich auch, aber jetzt sind wir fertig.“*

Gruppe 2:
Wolfgang und Philip.
Lesen, schreiben ebenfalls die „Tatsachen“ heraus und beginnen gleich zu rechnen.
Wolfgang: *„Rechnen wir zuerst die Kosten aus, 120 mal 4€ und 96 mal 6€ und 50 mal 7,50€“*
(rechnen)
Philip: *„... so, 480 und 576 und 375 sind .... 1421€, ... und jetzt ... die 474 abziehen..?“*
Wolfgang: *„Nein, das ist ein Blödsinn, da kommt ja mehr heraus, als sie eingenommen haben.“*

Schweigen kurz, lesen noch einmal den Text laut durch und bei der Stelle: „die Hälfte ...“
Wolfgang: *„... hey, das Parkett ist ja nur halb besetzt...“*
Philip: *„...genau, machen wir hier ein Kästchen dazu ... und dividiert durch 2. Hier, jeder vierte, ... dividiert durch 4 ...* (rechnen) *... zusammenzählen ergibt ... 240 und 144 ist ... 384, was ist denn das ...?“*
Wolfgang: *„...ja , Euro!“*
Philip: *„... genau, Euro, ... die beiden jetzt abziehen, ... 474 minus 384 ist ... 90, jetzt, was müssen wir noch ausrechnen?*
Wieder schweigen – lesen
Wolfgang: *„... ach hier, wie viele Parkettplätze sind besetzt, ... das müssen wir noch dividieren“*

Gruppe 3:
Angela und Melanie
Lesen - „Tatsachen“ werden aufgeschrieben und sogar die Zahlentripel richtig zugeordnet. Doch dann treten die Probleme auf.
Angela: „Wie lautet die Frage?“
Melanie: *„Wie viele Logenplätze* (Anm.: genau so ausgesprochen wie geschrieben) *sind besetzt, na ja, 50 Logenplätze. ...sind besetzt, wenn bei dieser Vorstellung Eintrittskarten für insgesamt 474€ verkauft werden. .... da brauchst du ja nur 120 mal 4 rechnen.* (kurze Pause) *...komm, rechnen wir 120 mal 4, wenn dann das herauskommt, dann stimmt es.“*
Angela: *„Melanie, wir müssen bestimmt viel mehr rechnen als nur das.“*
(lange Pause)
Melanie: *„Wenn hier steht, 50 Logenplätze, dann ist die Frage ja schon beantwortet.“*
Angela: *„Melanie, da steht zwar, dass 50 Logenplätze sind, aber wie viele besetzt sind, müssen wir erst ausrechnen.“*
Ich rechne trotzdem 120 mal 4.“
Angela: *„Warum mal 4?“*
Melanie: *„Weil es hier steht, weil es 4€ kostet.“*
Angel: *„Warum, ... ach so meinst du das ...“*
(rechnen)
Angela: *„Wirst du keinen Rechenbaum machen?“*
Melanie: *„Ich probiere ja nur einmal, vielleicht geht es ja gar nicht.* (rechnet) *... ergibt 480 und da haben wir nur 474 – ich versteh das nicht.“*
Angela: *„Die Rechnung stimmt schon irgendwie, aber wissen ja nicht wie viele drinnen sind. Wir müssen so rechnen, dass irgendwann 474 heraus kommt. Was machen wir jetzt, hast du einen Radiergummi da?*
Melanie: *„Nein“*
Angela geht aus dem Raum einen Radiergummi holen und bleibt ca. fünf Minuten aus.
Melanie: *„Ich weiß es jetzt 120 plus 96 plus 50 dividiert durch 4, dann weiß ich, wie viele Logenplätze...* (Pause) *...ich probiere es einmal ... (rechnen) ... 665“*
Das sind Plätze, Logenplätze, nein wir haben ja nur 50 Logenplätze ... nein, das stimmt ganz sicher nicht. ... Okay, schau, da steht, auf dem Balkon ist gar nur jeder 4. Platz besetzt und nicht viel besser sieht es in der Loge aus. “
Melanie: *„Ahh, das ist es, wir müssen durch 4 dividieren, weil jeder 4. Platz besetzt ist, also 50 dividiert durch 4.“*
Angela: *„Ich weiß nicht, schau da steht, die Hälfte der Parkettplätze bleiben leer, ... was ist die Hälfte von 120, ja 60.*
Melanie: *Ja 60. 50 ..., 50 dividiert durch 7,5*
(eine Mitschülerin kommt und es wird von etwas anderem gesprochen)

***Angela**: „Weißt du, was wir jetzt tun müssen, wir müssen einfach alles dividieren, 120 durch 4, 96 durch 6 und 50 durch 7,5. Ich schreibe jetzt den Rechenbaum und wenn wir die Ergebnisse haben, werden wir schauen, wie wir weiter machen.“*
Sie rechnen und rechnen und beschließen schließlich, die Aufgabe zu Hause fertig zu rechnen.

Ich interpretiere diese Daten so, dass je verzweigter und verschachtelter ein Text und je größer die Zahlenmenge ist, umso größer das Problem der Überschaubarkeit für die Schülerinnen und Schüler wird. Sie haben es nicht geschafft, ein ganzheitliches Bild des Problems zu bilden, weil auch die besseren Schülerinnen und Schüler immer wieder Textpassagen nachlesen müssen, um den Zusammenhang der „Tatsachen“ zu erfassen. Falsche Wege werden gegangen und können schwächere Schülerinnen und Schüler in ein Sackgasse führen, aus der sie nicht mehr herausfinden und aufgeben.

Die beiden Mädchen aus der Gruppe 3 schnitten bei der Hausübungsüberprüfung ganz gut ab, eine hatte alle Rechenwege richtig, aber zwei Rechenfehler, die andere hatte nur ein Beispiel falsch. Das zeigt mir, dass Beispiele mit Wertepaaren, auch wenn der Rechenbaum noch so breit wird (siehe Fußballstadionbeispiel), ohne weiteres ein klares Bild erzeugen. Kommt aber eine dritte Bedingung (Belegung der Plätze im Theater) dazu, sind schwächere Schülerinnen und Schüler nicht mehr in der Lage, diese entsprechend zuzuordnen, obwohl die Zahlenwerte als Tripel erkannt und angeschrieben wurden.

Auch das Verbalisieren des Rechenwegs macht allen Schülerinnen und Schüler Schwierigkeiten, wobei die besseren sich damit behelfen, vermutete Ergebnisse durch eine Rechnung zu bestätigen (Julia und Sabrina beim „jeder-vierte-Problem“), schwächere Schülerinnen und Schüler aber kein Instrument mehr in der Hand haben, um einen eingeschlagenen Weg zu überprüfen.

Hier verstärkt sich auch das Ergebnis der Beobachtungen beim Unterstreichen der Schlüsselwörter, dass schwache Schülerinnen und Schüler größte Schwierigkeiten haben geeignete Strategien zu entwickeln, um richtige Rechenoperationen aus Texten zu erstellen. Bessere Schülerinnen und Schüler haben Muster, die sie abfragen können, wenn Schwierigkeiten auftreten.

4.0 Konsequenzen für meine künftige Unterrichtspraxis.

Einleitend möchte ich betonen, dass ich selbstverständlich aufgrund meiner bisherigen Erfahrungen (Vorurteil?) das Forschungskonzept und das Forschungsdesign so gewählt habe, wie es nun vorliegt. Die Untersuchung hat mir aber in diesem Zusammenhang gezeigt, dass ich zwar die Problembereiche erkannt hatte, aber das konkrete Problem, die Schwierigkeit des Bereiches, mir nicht bewusst war. Erst die Tonbandmitschnitte zeigten mir im Ansatz, wie Schülerinnen und Schüler an Texte herangehen und wie sie diese lesen, interpretieren und verstehen, wobei bei 24 Schülerinnen und Schülern beinahe auch 24 verschiedene Möglichkeiten gegeben sind.

Meine erste und wichtigste Konsequenz daraus wird sein, dass ich für den Zugang zu den Texten (Phase 1 - Fragestellungen zum Text finden) mindestens jene Zeit und jenen Arbeitsaufwand widmen werde, wie im Rahmen dieser Studie. Auch das Besprechen der

Texte in der Klassenrunde hat mir Einsicht in die Denkweise einzelner Schülerinnen und Schüler bzw. Schülerinnen- und Schülergruppen gegeben. Das war für mich ein wichtiger Ausgangspunkt für die weitere Unterrichtsarbeit und einer individuelleren Hilfestellung für die/den einzelne/n. Bei neue Schülerinnen- und Schülergruppen werde ich in der Zukunft den Zugang wieder "erforschen".

Verstärkten Einsatz wird (und hat bereits) nicht nur bei Textaufgaben das Tonband finden (es bedarf zwar beim Abhören einen hohen zeitlichen Aufwand), da mir dabei die individuellen Schwierigkeiten viel genauer bewusst gemacht werden. Reaktionen meinerseits können daher viel präziser und individueller gestaltet werden. In diesem Zusammenhang kommt mir auch die Unterrichtsmethode des Daltonplanes sehr entgegen, weil Freiräume für individuelles Arbeiten mit Schülerinnen und Schülern vorhanden sind.

Die Rechenmethode "Rechenbaum", die ich heuer zum ersten Mal in diesem Zusammenhang eingesetzt habe, werde ich auch in weiterer Folge einsetzen, da die Vorteile, die in der Arbeit bereits formuliert wurden, sich in allen Punkten bestätigt haben. Gerade in einer Zeit, wo Algorithmen auch den Alltag beherrschen, man denke an den PC, Umgang mit programmierbaren elektronischen Geräten und vieles andere mehr, erscheinen mir die aufgezählten Vorteile bestätigt.

Ein Unbehagen ist mir geblieben, nämlich das Auffinden der Rechenoperationen. Hier habe ich zwar aufgrund der Studie die Probleme erkannt, aber noch keine befriedigende Methode gefunden, hier konkrete Hilfestellung geben zu können - vielleicht habe ich zu schnell aufgegeben und die Methode als ungeeignet empfunden. Wenn ich dieses Thema wieder bearbeite, werde ich der Interpretation von Textpassagen, die auf ein Operationszeichen hindeuten können, besonderes Augenmerk verleihen.

Als vorerst letzte Konsequenz nehme ich für mich mit, dass ich an mir arbeiten werde, um alle Möglichkeiten und Wege zu finden, meinen Unterricht noch individueller zu gestalten.

Literaturliste

Albrecht u. a.	Lebendige Mathematik 3, Schulbuch für die 3. Klassen der Hauptschulen und allgemein bildenden höheren Schulen, öbv & hpt, Wien 1999, 6. Auflage
Borucki, Hans	Duden Schülerhilfen, Lösen von Sachaufgaben, Dudenverlag, Mannheim – Lebzig – Wien – Zürich 1998
Heymann, Hans Werner	Allgemeinbildung und Mathematik, Beltz Verlag, Winheim und Basel 1996
Popp, Susanne	Der Daltonplan in Theorie und Praxis, Klinkhardt-Verlag, Bad Heilbrunn 1995
Radatz, Schipper	Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen, Schrödel Schulbuchverlag, Hannover1983

Name:

Textanalyse

Lies den unten stehenden Text genau durch und versuche dazu Fragen zu formulieren. Sie sollten in „Rechenfragen“ und „allgemeine Fragen“, die aus dem Text beantwortet werden können, unterschieden werden..

Beim Bau eines Tunnels schaffte eine Mannschaft am Donnerstag, dem 3.Mai 2001, in 6 Stunden 4 Meter. Die gleiche Mannschaft schaffte am Montag, dem 2. Juli, in 8 Stunden 5,5 Meter.

Allgemeine Fragen:	Rechenfragen:

Versuche nur die Fragen zu formulieren und nicht die Antworten!

Klebe das Blatt NICHT ins Heft.
Bearbeite das Blatt ALLEINE und lege es nach Fertigstellung ins Mathematikfach.

Arbeitsblatt

Schreibe zu den einzelnen Texten möglichst viele Fragen, die du aus dem Text beantworten oder berechnen kannst:

Eine Maschine stellt in einer Stunde 688 Kartons her. Sie läuft 6 Tage in der Woche und arbeitet 12 Stunden täglich.

Zehn Pferde fressen den Futtervorrat in 6,5 Tagen auf. Nun kommen noch weitere 5 Pferde dazu.

Dachdecker sollen ein Dach neu decken. Vorgesehen sind täglich 8 Arbeitsstunden in 5 Tagen. Frau Tief wünscht sich aber, dass die Arbeit in 4 Tagen beendet ist.

Frau Balgert sollte im Urlaub für 14 Tage insgesamt 396€ für die Übernachtung bezahlen. Nun verlängert sie ihren Urlaub um 3 Tage.

Einen täglichen Vortrieb von 5,4m schaffen die Arbeiter beim Bau eines U-Bahn-Tunnels. 25 Tage nach Baubeginn treffen sie auf günstigere Bodenverhältnisse und schaffen von da an einen täglichen Vortrieb von 6,5m. Der Tunnel sollte 1695m lang werden.

Bei einer Befragung stellte sich heraus, dass 623 Personen zu Fuß zu einer Sportveranstaltung gekommen waren. Ferner zählte man 5 Kleinbusse mit je 12 Personen. 7 große Autobusse mit je 32 Personen, 47 PKW mit je 5 Personen, 63 PKW mit je 4 Personen, 29 PKW mit je 3 Personen, 51 PKW mit je 2 Personen, 112 Motorräder mit je 2 Personen und 368 Radfahrer.

Großzügig ist der Elternverein unserer Hauptschule. Für eine Exkursion der 3b-Klasse, die 498€ kostet sponsert er 80€. 22 Schülerinnen und Schüler nehmen an der Exkursion teil.

Fröhlich und aufgekratzt sind sie, die TeilnehmerInnen er Reisegesellschaft, als sie am Morgen auf die drei bereitstehenden Busse verteilt werden. 36 Plätze hat der 1. Bus zu bieten, 11 mehr sind es beim 2. Bus. Der 3. Bus ist etwas kleiner geraten, er hat 17 Plätze weniger als der 2. Bus. Als sich der Konvoi in Bewegung setzt ist der 1. und der 2. Bus voll besetzt. Im 3. Bus hingegen sind 5 Plätze frei geblieben.

Arbeitsblatt

Klebe dieses Blatt in dein Schulübungsheft.
Suche die Rechenfrage:

In einer Klasse sind 24 SchülerInnen, davon besuchen 9 den Freigegenstand Italienisch und der Rest den EDV-Grundkurs.

Ein Tunnel soll 3,5 km lang werden. Die Bohrung wird von beiden Seiten begonnen. Nach fünf Monaten ist der eine Bohrtrupp 1,8 km, der andere 0,7 km weit vorgedrungen.

Hans und Peter würfeln. Hans würfelt die Zahlen 6, 1, 5, 4, 2, 2, 6 und Peter die Zahlen 3, 3, 3, 6, 5, 4, 2.

Ein Grundstück hat einen Umfang von 360 m. Bauer Lenz möchte es mit einem 3-fachen Stacheldrahtzaun umspannen.

56 Überraschungseier sollten unter 8 Kindern gerecht aufgeteilt werden.

Arbeitsblatt

Klebe dieses Blatt in dein Hausübungsheft.

Löse die folgenden Textbeispiele:

A. *Stelle die Rechenfragen.*
B. *Zeichne den Rechenbaum mit den Tatsachen und der Frage auf.*
C. *Setze die entsprechenden Zahlen ein und löse die Aufgaben.*

1. Bei einem Klassenausflug gehen 24 SchülerInnen mit. Zwei sind krank und einer hat ein gebrochenes Bein.

2. Franz kommt mit seinem Auto mit 35,28 Liter Benzin 420 km weit. Am Sonntag fährt er 280 km. Am Dienstag braucht er für eine Dienstreise genau 21 Liter.

3. Ein Triathlon besteht aus 3600m Schwimmen 40 km Laufen und 180 km Rad fahren.

4. Herr Bauer bezahlt für 160 Flaschen Apfelsaft 400.- S. Frau Malle kauft 90 Flaschen. Petra kauft 3 Flaschen.

5. Sechs Dachdecker sind in der Lage ein Haus in 2 Tagen zu decken. Bei Arbeitsbeginn sind plötzlich drei erkrankt.