BRG 6 Wien: „Vermessungsprojekt“
Anhang – Inhaltsverzeichnis

A1 Chronologie des Projektverlaufs

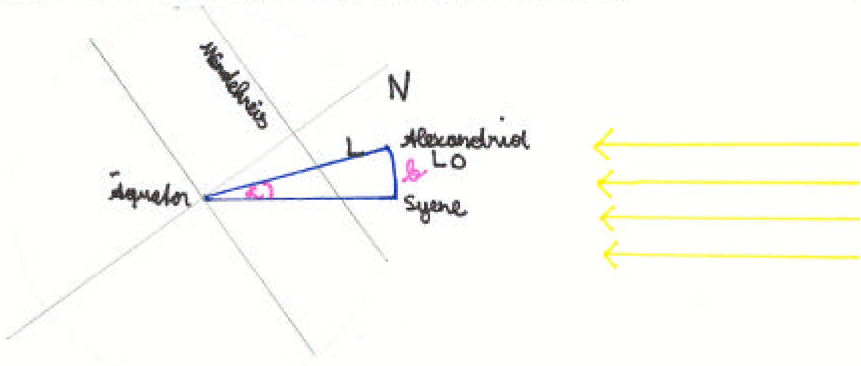
Juni 2001	Treffen der beteiligten Lehrer: Aufzählen der Inhalte aus den einzelnen Fächern
Anfang September	Mindmap erstellt und überarbeitet
September	?? Lektüre des Buches „Längengrad“ durch die Schüler; ?? Mathematik: Beginn des Kapitels „Trigonometrie“ ?? Physik: Beginn der „Vermessung auf der Erde“
Anfang Oktober	?? Geographie: Beginn der Durchführung ?? Deutsch: Besprechung des Buches
16.November	Erstellung der Plakate
22. November	Ausstellungsbesuch im Künstlerhaus
21.-24.November	IMST² - Workshop: Vorstellung des Projekts – Tipps zur Dokumentation und Evaluierung
Dezember	Abgabe der Themenmappen
Jänner 2002	Abgabe des Portfolios
Feber	Mehrere Treffen des Teams zur Entwicklung eines Fragebogens zur Evaluierung unter Mithilfe von Brigitte Schröder
Anfang März	Ausfertigung des Fragebogens
12.März	Treffen mit dem IMST²-Team: Sichten des Materials, Strukturierung der Dokumentation
Ende März	Ausgabe der Evaluierungsbögen an die Schüler
Anfang April	Auswertung des Fragebogens durch Brigitte Schröder
11.-13.April	IMST² - Workshop 2: Weiterarbeit an der Dokumentation – Hilfestellung durch das S1-Team

A 2 Exemplarische Beispiele aus den fächerübergreifenden Themenmappen der SchülerInnen

A 2.1 Unsere Erde

Unsere Erde

Die Bestimmung des Erdradius: Erste Abschätzung von Eratosthenes (275-195v.Chr.)



l:lo=1:50

α = tan = l/lo → α=7,2° = 1/50 =360°

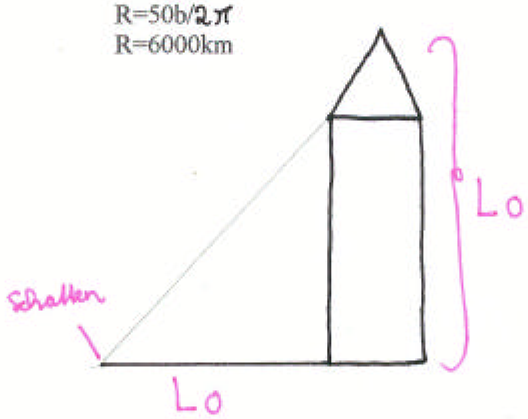
u= 50*b= 2*Rπ

b= Abstand Alexandria – Syene = 5000 Stadien = 7,43km

↓

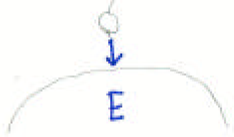
R=50b/2π

R=6000km



Physik Ömer Adsalmis 6a

Die Bestimmung der Erdmasse:



Newton:

$F = m \cdot a$

$F = \cancel{m} \cdot g = G \cdot \cancel{m}M/r^2$

$g = G \cdot M/r^2$

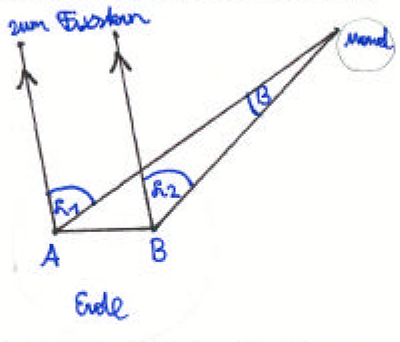
$r = 6370\,km \quad g = 9{,}81\ m/s^2$

$M = gR^2/G = 5{,}97 \cdot 10^{24}\,kg$

$M_E =$ **$6 \cdot 10^{24}$ kg**

Die Fallbeschleunigung sinkt mit zunehmender Entfernung vom Erdmittelpunkt
→mitwachsender Höhe
Sie wird durch die Erdmasse festgelegt, hängt aber nicht vom fallenden Körper ab.
Alle Köper fallen am gleichen Ort mit gleicher Beschleunigung.

Die Bestimmung der Mondentfernung:



San Francisco – Leipzig

$d = 9170\,km \quad \alpha_1 = 2{,}42° \quad \alpha_2 = 1{,}02°$

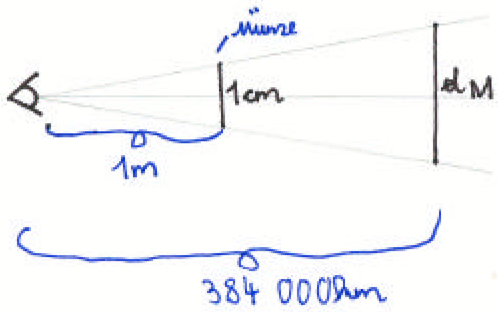
$\beta = \alpha_1\ \alpha_2$

$d : 2r = \beta : 360°$

$r = 375000\,km$

$EM = 384000\,km = 60 R_{Erde}$

Die Bestimmung des Monddurchmessers: heute Radarmethode



$1m : 384 \cdot 10^6\,m = 10^{-2}\,m : d_M$

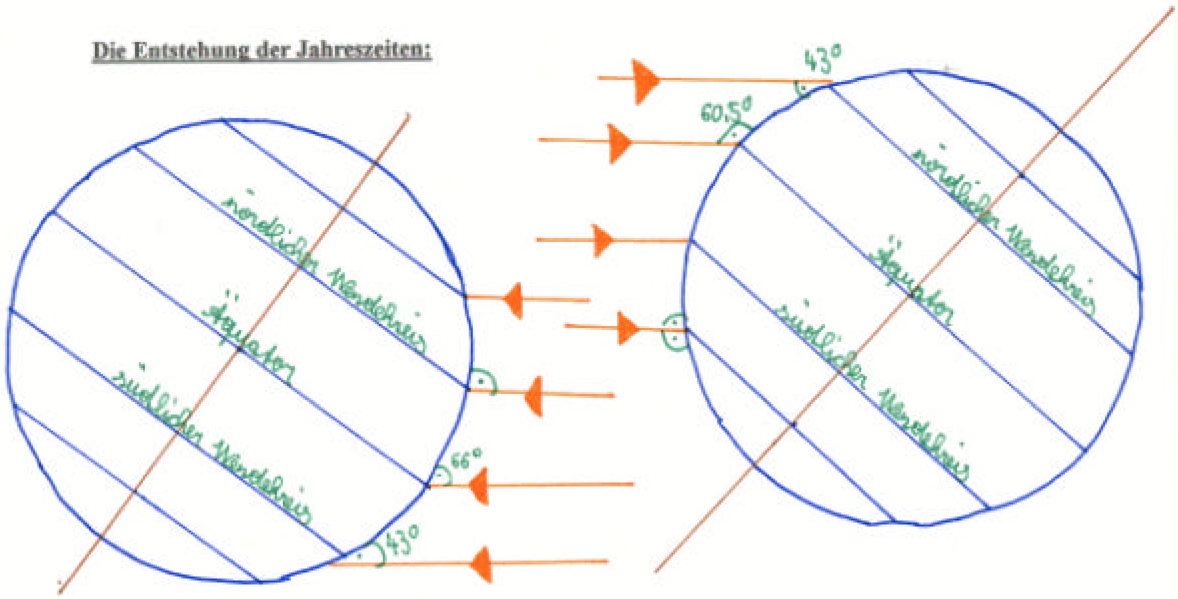
$d_M = 3476\,km \sim 1/4\ d_E$

A 2.2 Der Kalender

Der Kalender

Die Erde umrundet die Sonne innerhalb eines Zeitraumes von einem Jahr auf einer elliptischen Bahn.
Die Rotationsachse der Erde ist um einen konstanten Winkel von 23,5° gegen die Senkrechte auf die Ekliptikgeneigt.

Die Entstehung der Jahreszeiten:



Ein Jahr kennzeichnet den Umlauf der Erde um die Sonne = 365,25d (Tage)
Mondumlauf = 29,5306 d
1Jahr =12,3 Monate

Gregorianischer Kalender: Zeitverschiebung: 1Tag in 3300 a (Jahre)

A 2.3 Mathematische Erdkunde: Arbeitsergebnis einer kooperativen Gruppenarbeit

<u>Rechenbeispiele aus dem Fachbereich Mathematische Erdkunde:</u>

<u>Thema:</u> Trigonometrie - Bsp. 1 - 3 zu den Breitenkreisen

Die Erde als Kugel

1 Grundbegriffe

Mittlerer Erdradius $R = 6370$ km; Erdumfang = 40000 km;
1 geogr. Meile = $\frac{1}{15}$ Grad = 7,42 km; 1 Seemeile = 1 Minute = $\frac{1}{60}$ Grad = 1,852 km;
1 Grad = 60 Seemeilen; 1 Knoten = 1 Seemeile/Std.

2 Koordinatensystem der Erde

$\left.\begin{array}{l} P_N = \text{Nordpol} \\ P_S = \text{Südpol} \end{array}\right\}$ $P_N - P_S$ = Erdachse

$A - A_1$ = Äquatorachse

Gradnetz der Erde:

Meridiane = Längenkreise = Großkreise durch die Erdpole.
Null-Meridian durch Greenwich;
Orts-Meridian = Längenkreis;
Breitenkreise = Parallelkreise zum Äquator, senkrecht zur Erdachse.

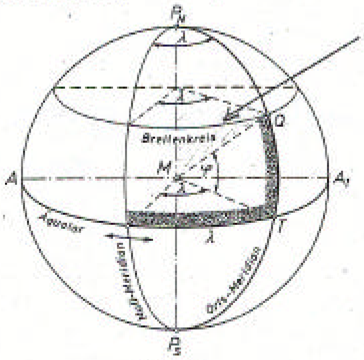
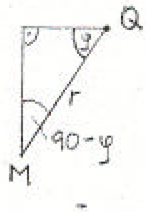


Fig. 43



3 Koordinaten der Erde

Geogr. Länge = λ = Winkel, den der Ortsmeridian mit dem Nullmeridian bildet. Sie wird gemessen am Äquator vom Nullmeridian gegen Osten (ö. λ) bis $+ 180°$ und gegen Westen (w. λ) bis $- 180°$.

Geogr. Breite = φ = Entfernung eines Ortes vom Äquator, gemessen am Ortsmeridian. Sie wird gemessen vom Äquator gegen Norden (φ_N) bis $+ 90°$ und gegen Süden (φ_S) bis $- 90°$.

1) Wie groß sind die Radien
   a) der Wendekreise (geographische Breite: $\varphi_1 = 23{,}45°$)
   b) der Polarkreise (geographische Breite: $\varphi_2 = 66{,}55°$)
   der Erde? (Erdradius R = 6370 km)
2) Auf welcher geographischen Breite φ würde eine parallel zum Äquator durchgeführte Rundreise um die Erde (also auf einem Breitenkreis)halb so lang wie am Äquator sein?
3) Die geographische Breie von Wien beträgt $\varphi = 48{,}2°$. Welchen Abstand hat Wien von der Erdachse?
   Mit welcher Geschwindigkeit dreht sich Wien um die Erdachse?
   (Dauer einer Erdumdrehung: ca. 23,93 h)

1)

a) $\cos \varphi_1 = \frac{x_1}{R}$

$x_1 = \cos \varphi_1 \cdot R$

$x_1 = 5843{,}89$ km → Wendekreisradius

b) $\cos \varphi_2 = \frac{x_2}{R}$

$x_2 = \cos \varphi \cdot R$

$x_2 = 2534{,}93$ km → Polarkreisradius

3) $\cos 48{,}2° = \frac{r}{R}$

$r = \cos 48{,}2° \cdot 6370$

$r = 4245{,}81$ km → Entfernung von Wien zur Erdachse

$s = v \cdot t$ $\quad s = 2r\pi$

$v = \frac{s}{t}$

$v = \frac{2r\pi}{t}$

$v = \frac{2 \cdot 4245{,}81 \cdot \pi}{23{,}93}$

$v = 1114{,}8$ km/h → Geschw. d. Wien braucht bei der Drehung um die Erdachse

2) $u = 2r\pi$

$u = \frac{Eu}{2} = 20\,000$ km

$20\,000 \text{ km} = 2r\pi \quad | \cdot 2\pi$

$r = 3183{,}10$ km

$\cos \varphi = \frac{r}{R}$

$\cos \varphi = \frac{3185}{6370}$

$\varphi = 60°$ → geogr. Breite φ

$r = \frac{R}{2}$

$r = 63\!\!\!/70$

$r = 3185$ km

A 2.4 Beispiel einer Schülerarbeit aus dem Fach Physik: Orientierung auf der Erde

Der Schüler hat die Mitschrift am Computer selbstständig überarbeitet und die Bilder eingescannt. Die Arbeiten wurden in einer fächerübergreifenden Mappe gesammelt. Diese Arbeit wurde im Rahmen des Notenvertrages in Physik benotet.

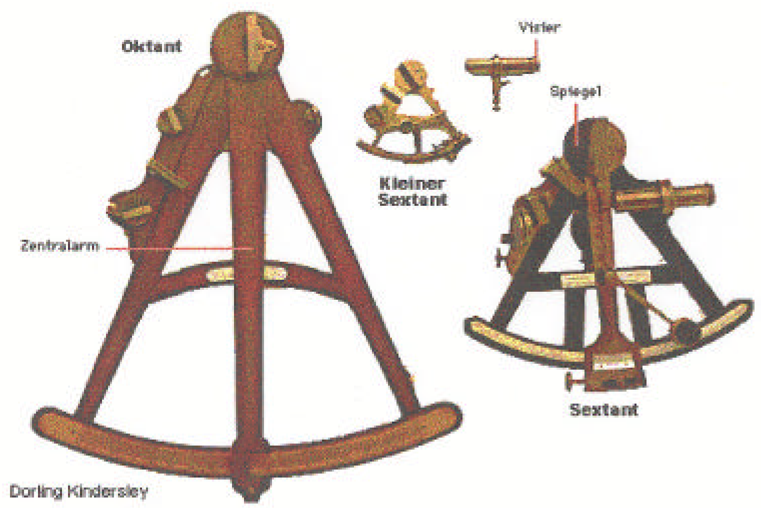
Orientierung auf der Erde

Die Bestimmung der geographischen Breite& Länge:

Der Polarstern ist der Fixstern der den nördlichen Himmelspol am nächsten steht → 0,9°
Die Lage der Himmelspole wandert in Folge der Präzition der Erdachse.
Ein platonisches Jahr dauert 25 700 Jahre.
Daher ist im Jahr 15 000 der Stern Wega im Sternbild Leier.

Zur geographischen Breite: Die breite gibt die Lage eines Punktes nördlich oder südlich des Äquators an und wird in Grad (0°-90°) ausgedrückt. Der Äquator ist der Kreis mit dem größten Umfang. Die Messung des Breitengrades erfolgt über die Bestimmung der Höhe des Polarsternes.

Sextant: Mit Oktant und Sextant kann durch Winkelmessung die Position eines Schiffes bestimmt werden.



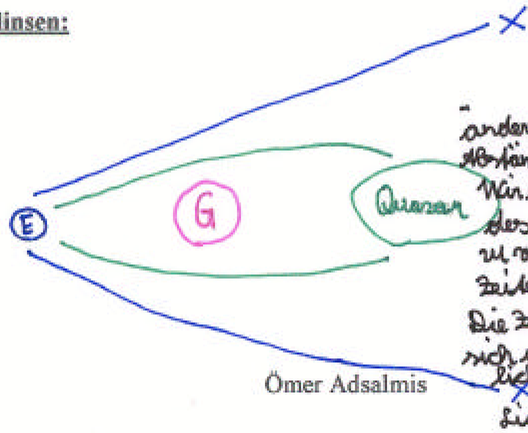
Physik Ömer Adsalmis 6a

Entfernungsmessung in der Astronomie

1. Die Parallaxen Methode: Betrachtet man ein nahes Objekt (z.B.: den Zeigefinger) abwechselnd aus dem linken und aus dem rechten Auge, so so scheint es vor dem weiter entfernten Hintergrund hin- und herspringend. In der Astronomie wird ein nahegelegener „Fix“ – Stern im Vergleich zu dem weiter entfernten Sternenhintergrund von zwei verschiedenen Orten aus beobachtet, die im Vergleich den beiden Augen entsprechen. Selbst eine so große Distanz wie z.B.: zwischen den Teleskopen in Spanien und Chile reicht für die unvorstellbar großen Entfernungen der Sterne nicht aus. Um die Messung trotzdem durchführen zu können, nehmen die Astronomen den Erdbahndurchmesser. Sie fotografieren einen Stern und seinen „Hintergrund“ zweimal, und zwar in genau sechsmonatigem Abstand. Wenn man die beiden Fotografien nun miteinander vergleicht, sieht man, dass der Stern sich in den sechs Monaten zwischen den Beobachtungen scheinbar ein Stück am Himmel bewegt hat. Je weiter der Stern von uns entfernt ist, desto kleiner ist natürlich seine scheinbare Bewegung, die sogenannte PARALLAXE. Wenn ein Stern doppelt so weit entfernt ist wie ein anderes, so ist seine Parallaxe halb so groß, ist er dreimal so weit entfernt, so ist seine Parallaxe ein Drittel so groß, usw.

2.Cepheiden Methode: Cepheiden sind Sterne die pulsieren (ihre Leuchtkraft ändert sich periodisch).
1908: Henrietta S. Leavitt hat entdeckt, dass die Periode ihrer Cepheiden von der Leuchtkraft abhängt.
Je größer die Periode, desto heller der Stern.

Gravitationslinsen:



E… Erde
G…. Galaxie
Quasar…. 50-fache Helligkeit von der hellsten Galaxie. Ein Volumen, dass ein 1000-tel von der kleinsten Galaxie ist.

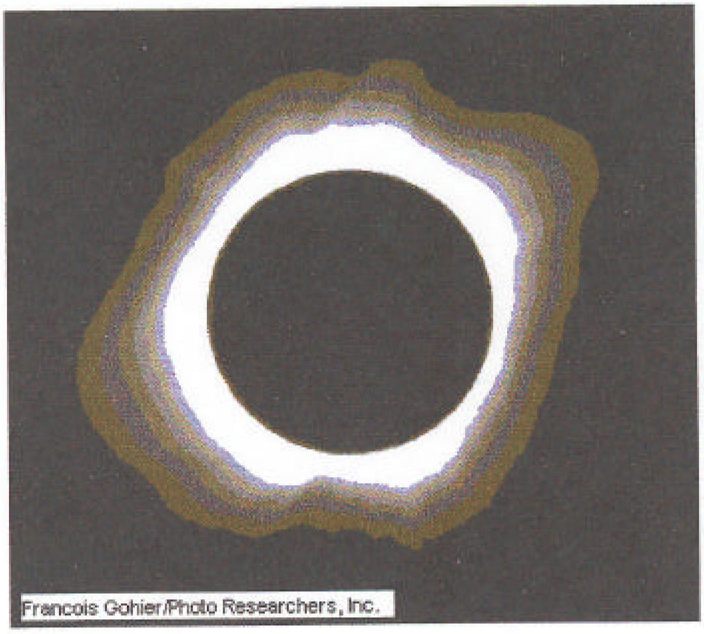
ändern in regelmäßigen Abständen ihre Helligkeit. Wir erhalten Bilder des Quasars, die zu verschiedenen Zeiten aufleuchten. Die Zeitdifferenz ergibt sich aus der unterschiedlichen Weglänge des Lichtes.

Die Bestimmung der Sonnenentfernung:

1. Bestimmen den Abstand Erde-Venus mit Hilfe der Radarmethode
   → $r_E - r_V$
2. Messen Umlaufzeiten
   → 3.Keplersche Gesetze: $T_E^2/T_V^2 = r_E^3/r_V^3$
   Erdbahnradius: 150 Millionen km =
   =1AE (Astronomische Einheit)
   1AE= Abstand Erde – Sonne

Die Bestimmung des Sonnendurchmessers:

totale Sonnenfinsternis
→ wie Mond



A 2.5 Beispiel einer Schülerarbeit aus dem Fach Physik: Parallaxenmethode

Diese Arbeit wurde als Thema im Rahmen des Notenvertrages, der die Möglichkeit einer selbstständigen Arbeit außerhalb des Unterrichtes zur Verbesserung der Note anregt, erstellt. Die Schülerin hat über den im Unterricht vorgetragenen Stoff hinaus selbstständig recherchiert. Quellen werden am Schluss der Arbeit angegeben.

Port Folio Sanne Hohenegger

Parallaxenmethode

Viel über die Vergangenheit der Parallaxenmethode habe ich nicht gefunden aber die erste Messung führte 1837 von Bessel an dem Stern „61 Cygni" mit p = 0,3"vor. Sie war noch in den Kinderschuhen und deshalb nur auf 100 pc begrenzt. Erst mit dem Hipparcos - Satelliten in den neunziger Jahren des 20. Jahrhunderts war man im Stande die Daten genauer zu erhalten.

Fremdwörterduden:
[„Vertauschung; Abweichung"] 1. Winkel, den zwei Gerade bilden, die von verschiedenen Standorten auf einen Punkt gerichtet sind (Phys.). 2. Entfernung eines Sterns, die mit Hilfe zweier von verschiedenen Standorten ausgehenden Geraden bestimmt wird (Astron.). 3. Unterschied zwischen dem Bildausschnitt im Sucher u. auf dem Film (Fotogr.)

Definition einer Parallaxe:
Eine Parallaxe ist die allgemeine Verschiebung, die der scheinbare Ort eines Objekts erfährt, wenn man diesen von zwei verschiedenen Punkten aus beobachtet.
Eine Parallaxe von 1" (Bogensekunde, 1" = 1/3600°) entspricht einer Entfernung des Sterns von genau 1 pc (parsec, von Parallaxe und (Bogen-)Sekunde). 1 pc sind etwa 3, 26 Lichtjahre, 200.000 AE (Astronomische Einheit) oder 30 Billionen km.

Parallaxen

Wenn man abwechselnd mit dem linken oder rechten Auge auf seinen Zeigefinger schaut, scheint es als ob er hin und her springen würde und mit diesem Effekt können wir nun weit entfernte Fixsterne berechnen.
Die einfachste Methode, mit der man z.B. die Entfernung des Mondes bestimmen kann, besteht darin, dass man von zwei in geographischer Breite möglichst weit auseinanderliegenden, ungefähr am selben Längengrad liegenden Orten den Winkel misst, unter dem das Objekt jeweils erscheint. Die für uns praktischste und größte Breite ist der Erdbahndurchmesser. Der Stern wird im Abstand von sechs Monaten zweimal mitsamt seinem Hintergrund fotografiert. An den Bildern kann man dann erkennen, dass sich der Körper um ein Stückchen verrückt hat. Das nennt man die *scheinbare Bewegung* oder *Parallaxe* (Falls der Stern nicht alle 12 Monate in der selben Position zu sehen ist, hat er sich tatsächlich bewegt). Wenn die Entfernung eines Sterns doppelt so groß ist, wie die eines anderen, so beträgt die Parallaxe nur die Hälfte, wenn sie dreifach so groß ist, so ist die Parallaxe nur ein Drittel so groß, etc. Daraus entsteht jetzt die Formel:

$r \approx a/\pi$ *Die Entfernung des Sterns verhält sich umgekehrt proportional zu seiner Parallaxe π.*

Um die Entfernung jetzt auch noch mathematisch berechnen zu können wenden wir uns der Trigonometrie zu. Wir nehmen als Basis nur den Erdbahnhalbmesser a und zusammen mit dem Stern ergibt das ein rechtwinkeliges Dreieck, in dem gilt:
$\sin \pi = a / r$

π... Parallaxe (ist aber hier nur die Hälfte des Winkels, den der Stern in sechs Monaten am Himmel scheinbar zurücklegt, weil a ist ja auch nur die Hälfte der Strecke, die die Erde von ihrer Position sechs Monate zuvor trennt)

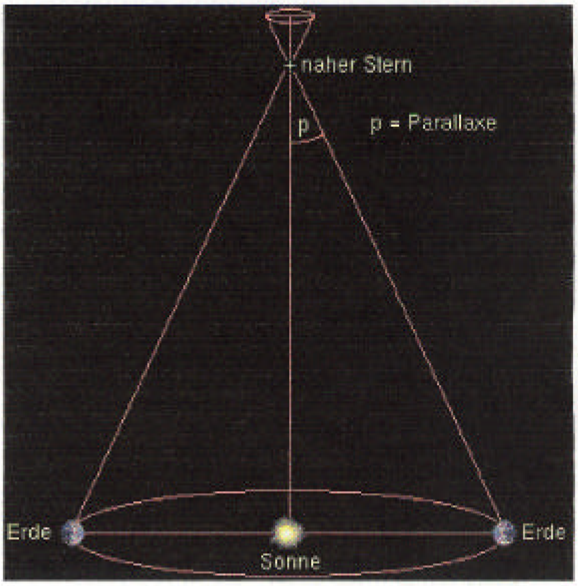
r... gesuchte Entfernung zum Stern
a... 1 AE → 149,6 Mio. km

Der Stern, der uns am nächsten liegt ist der *Proxima Centauri* und der hat eine Parallaxe von nur 0,765" also 1,31 pc. Leider eignet sich die Parallaxenmethode nur in naher Entfernung von 100 pc oder 300 Lichtjahren. Eine andere Möglichkeit, die Parallaxenmethode anzuwenden, ist nicht die Bewegung der Erde um die Sonne zu nutzen sondern die Sonne innerhalb der Milchstraße als Basis für Entfernungsbestimmungen. Die Methode funktioniert zwar nicht bei einzelnen Sternen, weil die säkulare Parallaxe schwer von der Eigenbewegung des Sterns zu unterscheiden ist, aber sie lässt sich bei Sternhaufen anwenden.

Andere Sterne, die der Sonne am nächsten sind, haben folgende Entfernungen:

α Centauri A und B 1,34 pc
Barnards Pfeilstern 1,83 pc
Wolf 359 2,33 pc
HD 95735 2,49 pc

An diesem Bild kann man schön erkennen, wie das durch Sonne, Erde und Stern gebildete Dreieck aussieht.



(http://www.avg-ev.de/astro/Teil04/Entfernung.html)

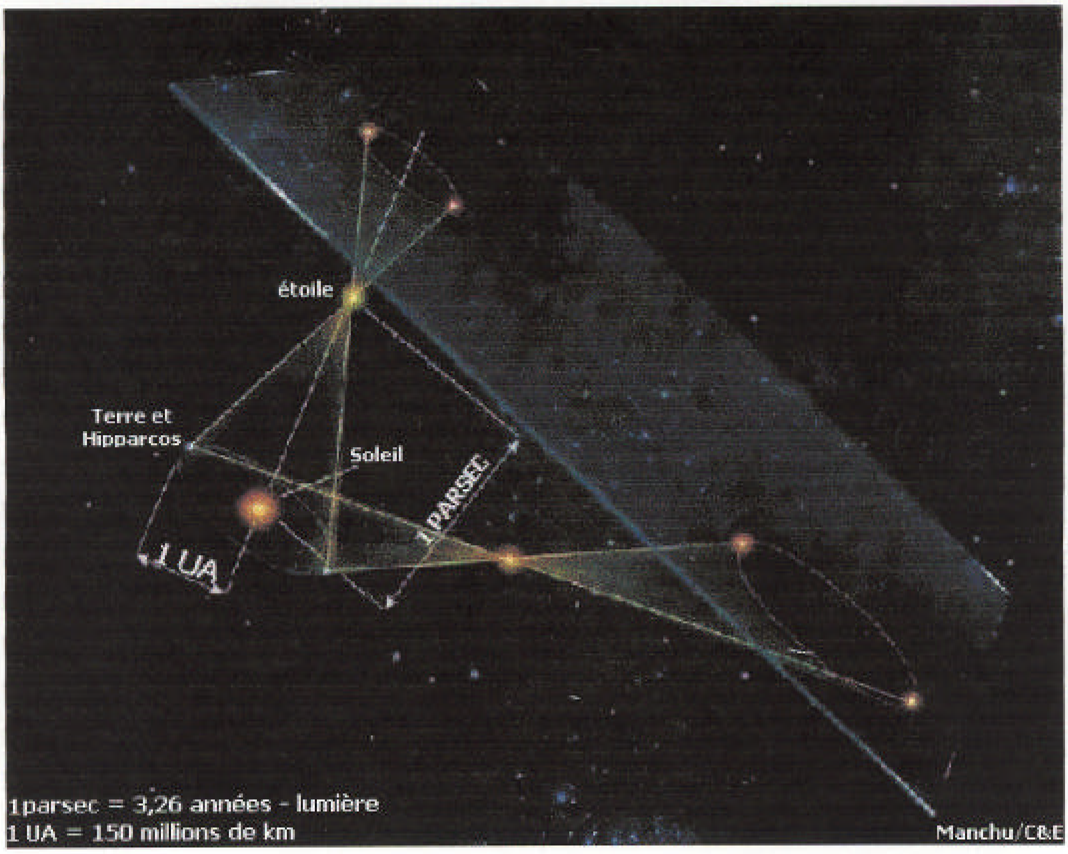
„Die Genauigkeit des Verfahrens ist zum einen durch die Einflüsse der Erdatmosphäre (Refraktion, Streuung, etc.) begrenzt, zum anderen dadurch, dass die Parallaxe immer nur in Bezug auf andere Fixsterne gemessen werden kann. Die meßtechnischen Probleme werden elegant umgangen, wenn eine Messung vom Satelliten aus erfolgt. Die störenden Einflüsse der Erdatmosphäre treten nicht mehr auf. Ohne Horizont ist der Satellit darüber hinaus in der Lage als Referenzstern einen Stern zu wählen, der in einem 90° Winkel zum beobachteten Stern steht." (www.linf.fu-berlin.de)

Der Hipparcos-Satellit

(www.astro.lu.se/~lennart/ Foinf/hipparcos.html)

Der Satellit Hipparcos (griech. Astronom ; 190 - 120 v. Chr.) hat bis 1993 vier Jahre lang die Position der Sterne vermessen. Jetzt allerdings steht der Name für High Precision Parallax Collecting Satellite. Von 120.000 Sternen hat Hipparcos die Position, Entfernung und Bewegung im Raum hochpräzise bestimmt - bisher gab es nur sehr viel ungenauere Daten für gerade mal 1500 Sterne. Die Hipparcos-Werte besitzen eine Genauigkeit von etwa zwei Millibogensekunden. Hipparcos hat vier Jahre lang ununterbrochen den Winkelabstand zwischen jeweils zwei Sternen gemessen. So gab es schließlich ganz genaue Positionen der Sterne relativ zueinander.

(http://jcboulay.free.fr/astro/sommaire/image_jour/andromede/page_andromede.htm)

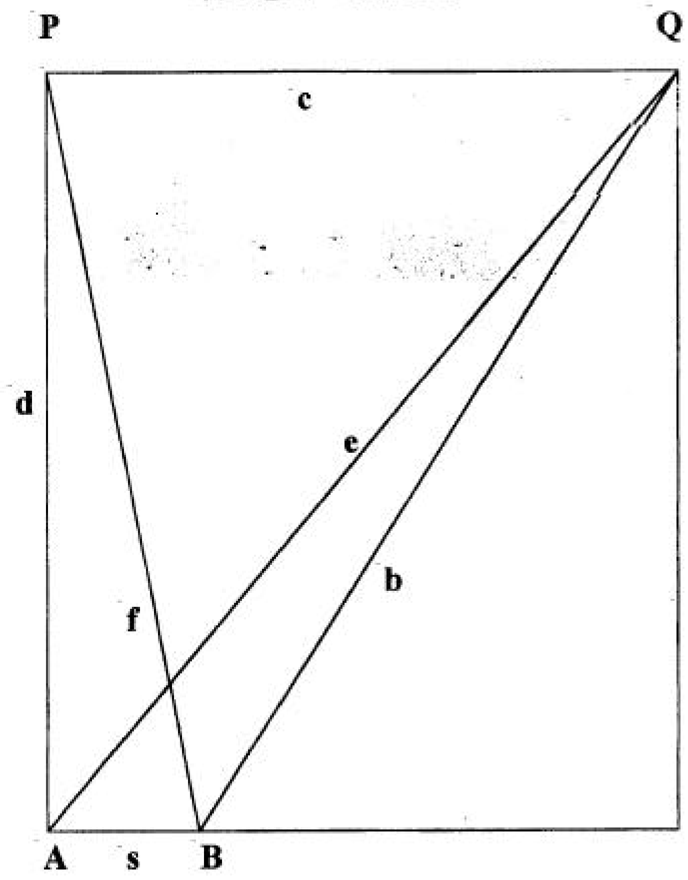


A 3 Exemplarische Beispiele aus dem Mathematik-Portfolio

A 3.1 Vermessung des Schulhofes und des Gartens

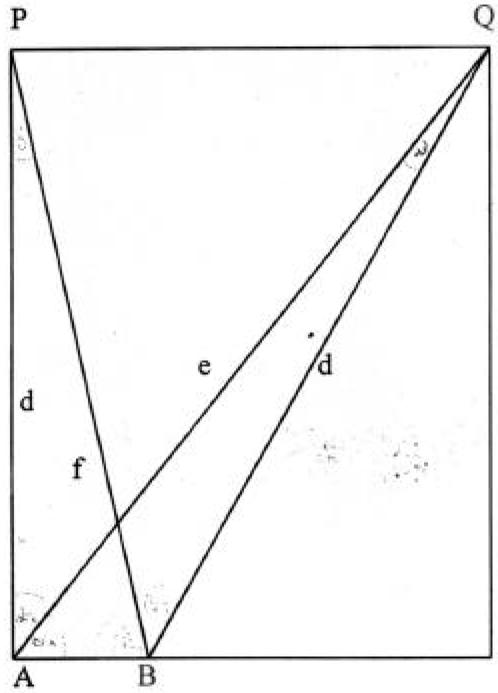
Eva Ondreasová und Susi Wachek

Der Hof



Zuerst haben wir eine Standlinie **s** von 3 m angenommen und von den beiden Endpunkten **A** und **B** jeweils die Punkte **P** und **Q** anvisiert und dann die Winkel mit Hilfe des Theodoliten α_1, β_1 und β_2 gemessen. Dann haben wir die Neigung des Hofes (also vom Punkt A zum Punkt P) gemessen, welche 1° beträgt.

Zurück im Warmen haben wir dann die restlichen Winkel und Seiten berechnet.



geg: $s = 3m$

$\alpha_1 = 54{,}5^\circ$

$\alpha_2 \; 35{,}5^\circ$

$\beta_1 = 81{,}5^\circ$

$\beta_2 = 117^\circ$

ges $\overline{PQ}$

$180^\circ \; \alpha_1 - \beta_2$

$\omega \; 8{,}5^\circ$

$\delta \; 180^\circ - 90^\circ - \beta_1$

$\delta = 8{,}5^\circ$ ✓

$$\frac{s}{\sin\omega} \quad \frac{e}{\sin\beta_2}$$

$$e = \frac{s \cdot \sin\beta_2}{\sin\omega} \quad \frac{3 \cdot \sin 117^\circ}{\sin 8{,}5^\circ}$$

$e \; 18{,}08m$

$$\cos\beta \quad A = \frac{s}{f}$$

$$f = \frac{s}{\cos\beta_1} \quad \frac{3}{\cos 81{,}5^\circ}$$

$f \; 20{,}3m$

$$\beta \quad G \quad \frac{\overline{AP}}{f}$$

$\overline{AP} \; 20{,}074m$

$\overline{PQ} \quad e \quad \overline{AP} \quad 2 \; e \; \overline{AP} \quad \cos\alpha_2$

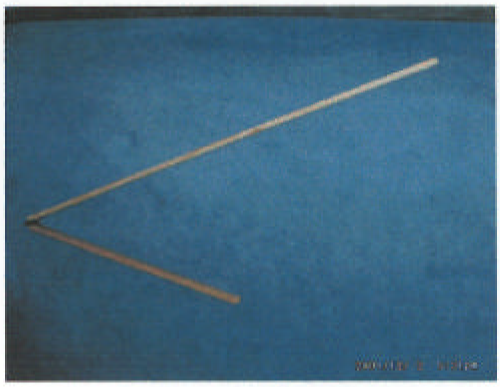
$\overline{PQ} \quad 18\,08^2 \quad 20\,8^2 \quad 2 \; 18{,}08 \cdot 20{,}8 \quad \cos 35{,}5^\circ$

$\overline{PQ} \quad 138\,9$

$\overline{PQ} \quad 11\,79m$ ✓

Der Garten

Wegen Mangel an einem professionellen Theodoliten, entschlossen wir uns kurzerhand uns eines selbst zu bauen. Die Messungen mit dem HSPM[1] war erfreulicherweise nicht kompliziert und die Messergebnisse sind auch realistisch. Somit haben wir eine kleine Reise zurück in die Zeit unternommen und mit einfachen Mitteln vermessen. Das Messen hat uns sehr viel Spaß gemacht und auch das Berechnen der Steigung des Gartens war nicht allzu schwer.



Unser HSPM[1]

Zuerst haben wir uns eine gerade Standfläche (Wasserwaage) gebaut und das HSP daraufgestellt. Wir haben den höchsten Punkt des Gartens anvisiert und dann die Seite **a** des nun entstandenen Dreiecks gemessen. Jetzt hatten wir alle Seiten des Dreiecks gegeben und konnten und mit Hilfe des Kosinus-Satzes den Winkel β berechnen. Nun haben wir uns 4 m weiter zurück gestellt und somit ein zweites Dreieck bekommen. Auch von diesem haben wir uns den Winkel α durch Umformen des Kosinus-Satzes berechnet. Dadurch konnten wir uns die Steigung der Gartenfläche und anschließend den Höhenunterschied zwischen unserem Messpunkt und dem höchsten Punkt berechnen.

Team mit HSPM

[1]: **HSPM** = **H**och**S**ensibles **P**räzi^si^ons**M**essgerät

A 3.2 Geschichte der Vermessung, insbesondere Vermessungsinstrumente

Ein Auszug aus der Geschichte der Vermessung

mit dem Schwerpunkt auf den

Messgeräten

von Peperl Sourny 6.A 2002

Vermessungsarbeiten sind schon im alten Ägypten zum sagenhaften und gigantischen Bau von Pyramiden notwendig geworden.
Doch auch im etwas späteren römischen Reich kam die Vermessung zu einer beachtlichen Entfaltung.
Die Wichtigkeit der Vermessung versuche ich jetzt am römischen Alltag darzustellen:

Priester benötigten die Vermessung, wenn es um die Festlegung der Tempelbezirke ging.

Offiziere benötigten eine genaue Abstechung ihrer Truppenlagen

Für Architekten wäre es ohne Vermessung unmöglich gewesen ihren Beruf mit einer so hohen Präzision durchzuführen (zB.: das Verlegen v. Wasserleitungen)

Eine alte, und besonders wichtige Aufgabe war das Vermessen von Feldern, welche oft eine besondere Eigenschaft hatten, nämlich denn die Flächen meistens unregelmäßig begrenzt waren.
Dafür zerlegte man die Fläche in Rechtecke, Trapeze oder Dreiecke, gelegentlich sogar in allgemeine Vierecke.

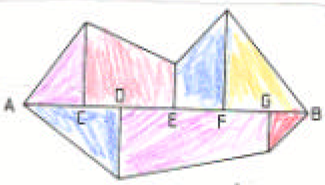


Abb. 1.16. Vermessung eines unregelmäßig begrenzten Landstücks. Nach Heron: Dioptra 24. Op. Bd. 3, S. 266

Ein Beispiel für einen Plan einer größeren Dimension.

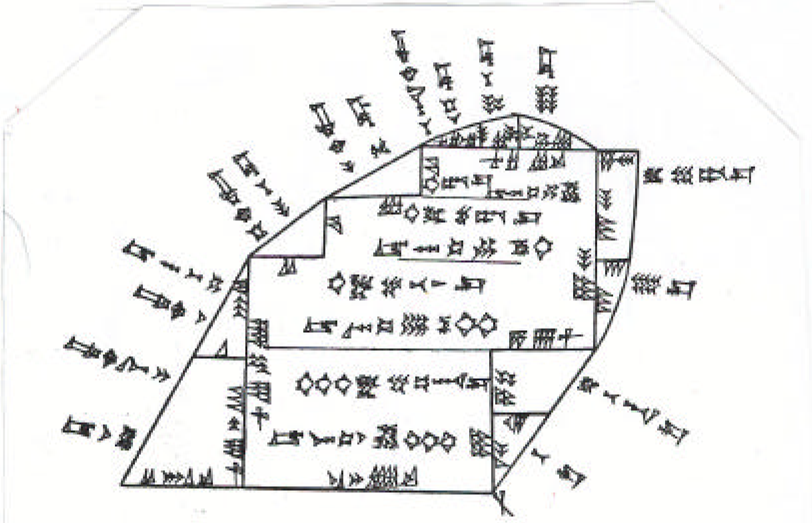


Abb. 1.15. Altbabylonischer Felderplan. Aus: Meißner, B.: Babylonien und Assyrien. Heidelberg: Winter 1925. S. 390/391

Als das römische Reich größer wurde, unter Cäsar, wurden eine Reichsvermessung angeordnet.
Unter Kaiser Augustus wurde sogar eine Weltkarte in Angriff genommen und erfolgreich fertiggestellt.

Ungefähr seit dieser Zeit gibt es schriftliche Aufzeichnungen von Geräten, die zur Feldvermessung unentbehrlich waren.

Geräte zur Vermessung:

Für die Feldvermessung benötigte man Meßschnüre, Meßlatten, ein Nivelliergerät und ein Gerät zum Visieren unter einem rechten Winkel.
Einige dieser Geräte und noch einige mehr werden auf den nächsten Seiten vorgestellt.

Das Nivelliergerät: Um 530 v. Chr. baute (stimmt!) Eupalinos auf Samos einen Tunnel durch einen Berg. Der Tunnel wurde von beiden Seiten in Angriff genommen. Dieses, für damalige Verhältnisse höchstschwieriges Vorhaben erforderte ganz genaues Nivellieren. Das Vorhaben glückte! Die Stollen trafen in d. Mitte mit nur sehr geringer Abweichung aufeinander!

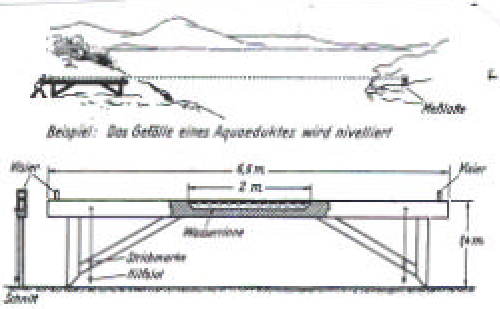
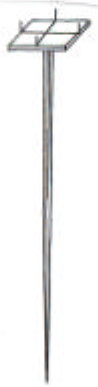


Abb. 1.17. Chorobates. Zeichnung von Kretzschmer nach Vitruv (Bilddokumente römischer Technik)

Das Groma und der Meterscruys:

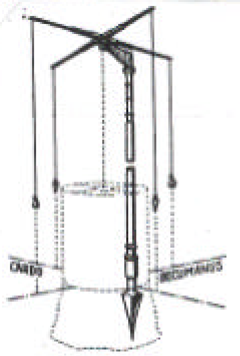
Die beiden Geräte dienen demselben Ziel: Dem Anvisieren eines Ziels unter einem rechten Winkel. Das Groma stammt jedoch aus der röm. Blütezeit, der Meterscruys kam erst ein Jahrtausend später.

Das Gerät besteht im Wesentlichen aus einem Metallkreuz, an dessen Enden mit Gewichten beschwerte Fäden herabhängen, über die visiert wird. Das Kreuz muß auf einem seitlich versetzten Fuß befestigt werden, da die Visierlinien durch die Mitte gehen.



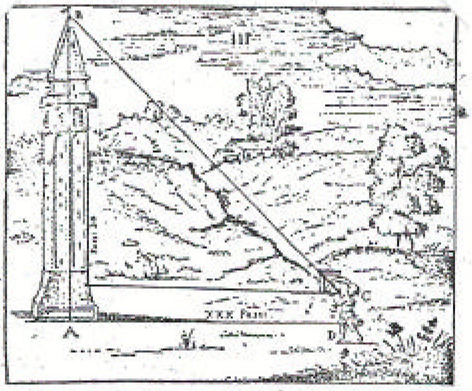
← das Meterscruys, weist im Vergleich zum Groma schon eine deutliche Vereinfachung im Aufbau auf.

Abb. 1.19. *Meterscruys*. Stevin: Van de Meetdaet, 1605



Groma. Aus Kretzschmer: Bilddokumente römischer Technik

Der Quadrant: Mit diesem Gerät konnte man den Höhenwinkel ~~einen~~ bestimmen, was in weiterer Folge die Vermessung der Höhe einer Figur ermöglichte.



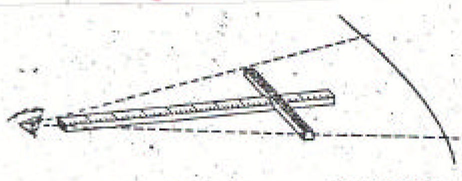
Quadrant. Er war im Mittelalter das wichtigste Winkelmeßgerät zur Bestimmung der Stellung der Sterne. Über einen beweglichen Stab wurde das Gestirn (auf dem Bild die Turmspitze) anvisiert. Dieser Stab zeigte an einem festen, mit Winkeleinteilung versehenen Viertelkreis den Höhenwinkel an.

Geräte zur Vermessung weiterer Entfernungen:

Das Wagenrad: Heron der griechische Mathematiker und Physiker entdeckte bzw. erfand etwa 100 v. Chr ein ausgeklügeltes System zur Berechnung einer Entfernung, welche mit einem Wagen bewältigt werden kann.

durch Zählung der Umdrehungen eines Wagenrades. Die Anzahl der Umdrehungen wird mit Einschaltung von Zahnrädern durch Zeigerstellungen angezeigt. Auch Vitruv beschreibt dieses Verfahren, und zwar mit einer Vorrichtung, bei der nach je 400 Umdrehungen ein Steinchen in einen bronzenen Behälter fällt.

Der Jakobsstab:



Jakobsstab. Dieser Kreuzstab war vom 16. bis 18. Jahrhundert das Hauptinstrument der Seefahrer zum Bestimmen von Gestirnhöhen und der geographischen Breite. Aus diesen Meßwerten konnte der Standort des Schiffes auf See bestimmt werden.

Das Gerät überraschte mich in seiner simplen Ausarbeitung, beeindruckte mich aber von den unwahrscheinlichen guten Ergebnissen.

Astronomische Entfernungsberechnung:

Auch auf diesem Gebiet versuchte sich Heron, und das mit nicht weniger Erfolg als bei seinem Experiment mit der Vermessung durch Mithilfe eines Wagenrades.

Wenn die Entfernung nicht mit einem Wagen durchfahren werden kann, wie z. B. die Entfernung von Rom nach Alexandria, so kann sie astronomisch berechnet werden, z. B. aus der Angabe, daß eine Mondfinsternis 10 Tage vor der Frühlingstag- und -nachtgleiche in Rom um die dritte, in Alexandria um die fünfte Nachtstunde beobachtet wurde [Heron: Dioptra 35; Op. Bd. 3, S. 302/303]. Heron berechnet daraus die Entfernung zu 20° auf dem Großkreis, wenn der ganze Großkreis, also der Erdumfang = 360° ist; das ergibt ungefähr 2200 km.

Mehr Erfolg bei der Vermessung des Erdumfangs hatte jedoch Erathosthenes, welcher schon 200 Jahre (195 v. Chr.) vor Heron den Erdumfang bestimmte, was auf der nächsten Seite beschrieben wird.

Heute wird Vermessung von Distanzen grundsätzlich mit Lasern oder Satelliten gemessen. Was mich aber an fast 2000 Jahren Vermessungsgeschichte besonders fasziniert hat, ist der Anfang, nämlich mit vermeintlich simplen Mitteln eine so große Genauigkeit zu erzielen ist für eine wahrhaftig großartige Leistung.

Quellen: Helmuth Gericke "Mathematik im Abendland"

Themenmappe des Fachen übergreifenden Projekts "Längengrad" 2001/02

Du hast das Thema sehr anschaulich dargeboten!

19. 1. 2002

A 3.3 Sphärische Trigonometrie

SPHÄRISCHE TRIGONOMETRIE

Kommen wir nun zur eigentlichen Sphärischen Trigonometrie.

Dieses Sondergebiet der Geometrie auf der Kugel ist sehr wichtig für die Aufgaben der mathematischen Geographie, der Kartenkunde, der Navigation und der Astronomie. (siehe Nautisches Dreieck)

Denn ohne sphärische Trigonometrie, die ja das ganz unentbehrliche tägliche und stündliche Handwerkszeug des Geodäten und Astronomen ist, würden wir nicht einmal erfahren, wieviel Uhr es ist.

Wir sprachen vom sphärischen Dreieck.
Ein solches ist, von drei g-Linien (Großkreise) begrenzt.
Es entspricht dem ebenem Dreieck auf der Kugeloberfläche und ist eine gewölbte, kugelige Grundfläche einer dreiseitigen Pyramide, deren Spitze im Kugelmittelpunkt liegt. (Fig. 38)

Definition:

Ein Dreieck auf einer Kugel, das durch drei Bögen größter Kreise gebildet wird, heißt
sphärisches Dreieck.

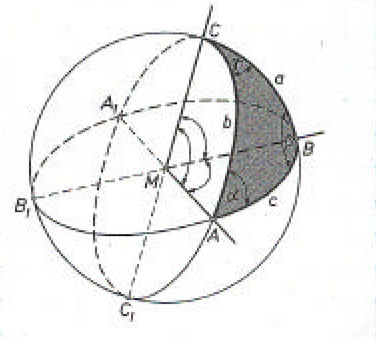


Fig. 38

Seine Seiten (= Kreisbögen) werden durch die zugehörigen Mittelpunktswinkel im Mittelpunkt M der körperlichen Ecke gemessen:

$$a = BC \; [= \sphericalangle BMC]$$
$$b = AC \; [= \sphericalangle AMC]$$
$$c = AB \; [= \sphericalangle AMB]$$

Das sphärische Dreieck hat drei Winkel, welche gleich den Neigungswinkeln zweier Schnittflächen des Dreikants sind:

α = Neigungswinkel von ACM gegen ABM
β = Neigungswinkel von ABM gegen BCM
γ = Neigungswinkel von ACM gegen BCM

Jedoch bedrägt die Winkelsumme in einem sphärischen Dreieck mehr als 180 Grad.
Diesen Überschuss der Winkelsumme, der durch die Krümmung der Kugel bedingt ist, nennt man

den „sphärischen Exzeß (= ε).

Die Seiten des Kugeldreiecks (a, b, c) werden in Bogengraden gemessen. Die sphärische Trigonometrie wird unabhängig vom Kugelradius berechnet, was besonders für die Astronomie bedeutsam ist.

Zusammenfassung der Lehrsätze: (Fig. 38)

1. Im sphärischen Dreieck liegen gleichen Seiten gleiche Winkel gegenüber und umgekehrt.
2. Im sphärischen Dreieck liegt der größeren Seite der größere Winkel gegenüber.
3. Im sphärischen Dreieck ist eine Seite kleiner als die Summe der beiden anderen.
4. Im sphärischen Dreieck liegt die Summe der drei Seiten zwischen 0° und 360°.
5. Im sphärischen Dreieck liegt die Winkelsumme zwischen 180° und 540°.
6. Die Fläche des sphärischen Dreiecks ist:

$$F = \Delta \widehat{ABC} = \frac{1}{2} O \cdot \frac{\varepsilon}{360°} \quad \text{od.} \quad F = \Delta \widehat{ABC} = r^2 \pi \frac{\varepsilon}{180°}$$

O = Kugeloberfläche
r = Kugelradius
$\varepsilon = \alpha + \beta + \gamma - 180°$ = „sphärischer Exzeß"

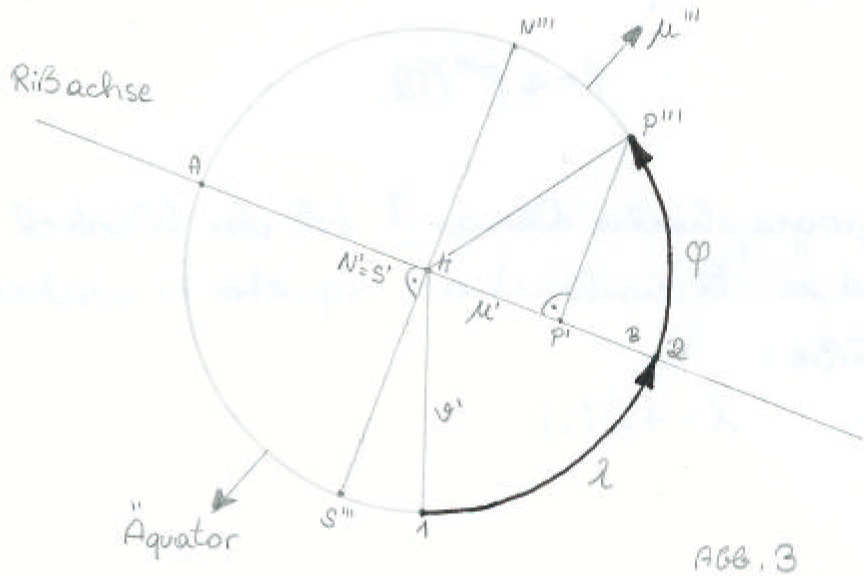


ABB. 3

KONSTRUKTIONEN

1. Ermittlung der geographischen Breite φ und der geographischen Länge λ eines Punktes P auf der Kugeloberfläche (Abb. 3)

Zuerst zeichnet man den Kreis, sowie den Äquator ein.
Dann trägt man den Nullmeridian p ein, er wird als Strecke $\overline{M1}$ dargestellt. Man zeichnet den scheinbaren Punkt P' ein und erhält μ' auf der durch P gehende Strecke $\overline{M2}$. Klappt man nun μ' um die Gerade M2, dann fällt μ''' in den Äquatorkreis und P' gelangt dabei nach P'''
Die geographische Breite φ von P erscheint somit

in wahrer Größe:

$$\varphi = \sphericalangle P'''M2.$$

Die geographische Länge λ ist der Winkel v und u. Er erscheint am Äquator in wahrer Größe:

$$\lambda = \sphericalangle 2M1.$$

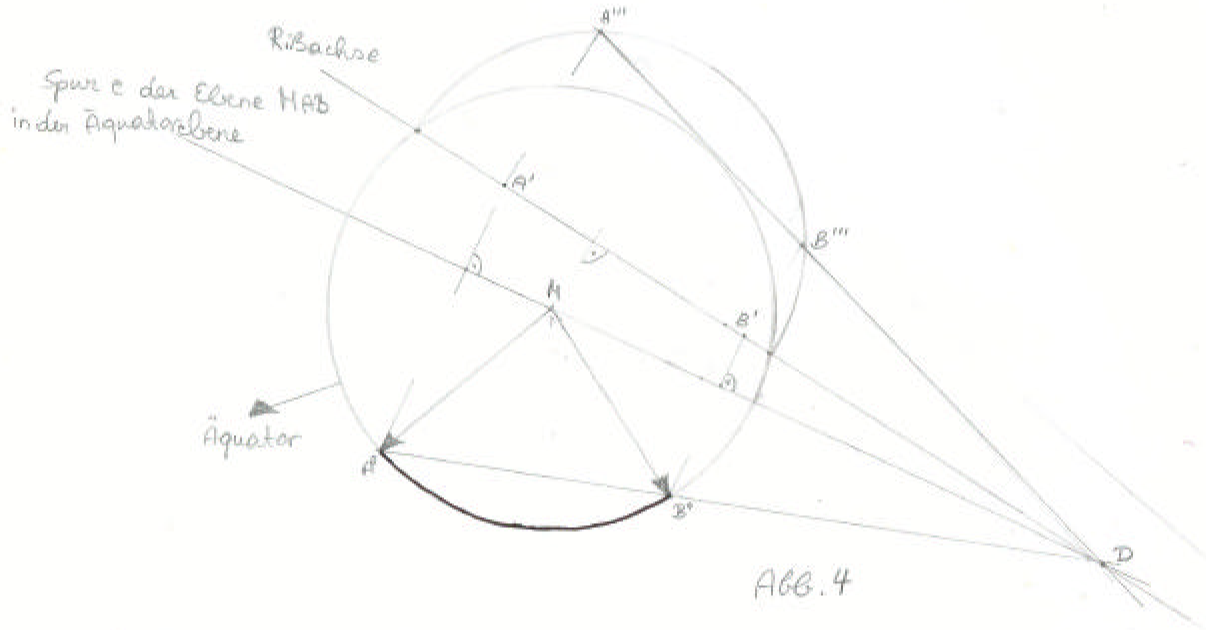


Abb. 4

2. Die konstruktive Ermittlung des sphärischen Abstands zweier Punkte A und B der Kugeloberfläche (Abb. 4)

Der sphärische Abstand der beiden Punkte A und B wird **auf dem** durch sie und die Kugelmitte M bestimmten Großkreise gemessen.
Der durch AB bestimmte Kleinkreis erscheint im Seitenriß in wahrer Größe. Aus diesem Seitenriß ermittelt man den Durchstoßpunkt D der Verbindungslinie AB. $D \equiv (A'B', A''' B''')$
DM = die Spur **e** der Großkreisebene.
e = MAB in der Zeichenebene
Drehung von e um e kommen A und B auf den Äquator: A° u B°
Die wahre Größe des Abstandes ist A°B°.

A 4 Kooperative Gruppenarbeit - Fachbereich Geographie: Fragestellungen zum Thema „Vermessung“ ausgearbeitet von Schüler/innen in „Expertgroups“

Expertgroup 1

Thema: Nullmeridian, Koordinierte Weltzeit

1) Definiere den Unterschied zwischen geographischer Länge und Breite!

2) Nach welchen Kriterien legte Ptolemäus (150 n. Chr.) den Null–Breitengrad und den Null-Längengrad fest? Definiere und begründe die Lage des heutigen Nullmeridians!

3) Fasse die wichtigsten Schritte auf dem Weg zur Festlegung der Greenwich Mean Time (GMT) bzw. der Koordinierten Weltzeit (UTC) zusammen!

Expertgroup 2

Thema: Standardisierung der Zeit (Zeitzonen), Meridiankonferenz

1) Aus welchen Gründen wurde eine Standardisierung der Zeit notwendig?

2) In welchem Zusammenhang stehen die Zeitzonen mit den Längengraden? Welche Überlegungen stellte der Ingenieur Standford Fleming 1883 an?

3) Fasse die wesentlichen Inhalte der Meridiankonferenz von 1884 zusammen! Was unterscheidet den 180. Längengrad vom Nullmeridian?

Expertgroup 3

Thema: Trigonometrie – Bsp 1-3 zu den Breitenkreisen

1) Wie groß sind die Radien
a) der Wendekreise (geographische Breite: ? = 23,45°)
b) der Polarkreise (geographische Breite: ? = 66,55°)
der Erde ? (Erdradius R = 6370 km)

2) Auf welcher geographischen Breite ? würde eine parallel zum Äquator durchgeführte Rundreise um die Erde (also auf einem Breitenkreis) halb so lang wie am Äquator sein?

3) Die geographische Breite von Wien beträgt ? = 48,2°. Welchen Abstand hat wien von der Erdachse?
Mit welcher Geschwindigkeit dreht sich Wien um die Erdachse?
(Dauer einer Erdumdrehung: ca. 23,93 h)

Expertgroup 4

Thema: Das Längengradproblem und John Harrison `s Lösung

1) Warum war das „Längengradproblem“ ein „Zeitproblem“ und aus welchen Gründen war es im Zeitalter der Pendeluhren nahezu unlösbar?

2) Gib einen Überblick über die von John Harrison geschaffenen Präzisionszeitmesser – was waren ihre besonderen Kennzeichen und Vorteile gegenüber herkömmlichen Uhren?

3) Mit welchen Schwierigkeiten und Konkurrenten im Kampf um den Preis des „Longitude Act“ war der Autodidakt Harrison bei der Lösung des Längengradproblems konfrontiert?

Expertgroup 5

Thema: Trigonometrie – Bsp. 4-6 zu den Breitenkreisen

1. Wie groß ist die Entfernung zweier Orte längs der Erdoberfläche, wenn die beiden Orte
   a) auf dem gleichen Meridian liegen und die (nördlichen) geographischen Breiten
   $?_1 = 36°$ und $?_2 = 49°$ haben,
   b) die gleiche Geographische Breite $? = 40°$ und die östlichen Längen $?_1 = 52°$ und $?_2 = 105°$ haben?

2. Neapel und New York liegen ziemlich genau auf dem 41. Breitengrad. Neapel hat etwa die östliche geographische Länge $?_1 = 14°$ und New York die westliche Länge $?_2 = 74°$.
   Wie weit ist es von Neapel nach New York auf dem Breitenkreis bzw. durch einen geraden Tunnel?

3. Für welche geographische breite beträgt der Umfang des Parallelkreises ein Drittel der Länge des Äquators?

A 5 Fragebogen

A 5.1 Lehrerfragebogen zur Evaluation des Längengradprojekts

Liebe KollegInnen!

Dieser Fragebogen ist ein Beitrag zur Evaluation unserer Arbeit.

(1=gut, 4=nicht gut)

1	1	2	3	4	Anmerkungen, Begründungen, Beispiele
Wie habe ich meine KollegInnen erlebt? Wie war die Kommunikation zwischen den KollegInnen?					

(1=sehr gut, 4=sehr gering)

2	1	2	3	4	Anmerkungen, Begründungen, Beispiele
Wie konnte ich mich in das Projekt einbringen? Wie bin ich mit meinen Bedürfnissen umgegangen?					

(1=sehr groß, 4=sehr gering)

3	1	2	3	4	Anmerkungen, Begründungen, Beispiele
Wie schätze ich meinen Arbeitsaufwand (im Vergleich zum nicht fächerübergreifenden Unterricht) ein?					

(1=sehr zufrieden, 4=nicht zufrieden)

4	1	2	3	4	Anmerkungen, Begründungen, Beispiele
Wie zufrieden bin ich mit den Leistungen meiner SchülerInnen?					

(1=sehr gut, 4=kein Basisbaustein)

5	1	2	3	4	Anmerkungen, Begründungen, Beispiele
Mit welchen Inhalten, Methoden, Aufgabenstellungen, … , habe ich einen Basisbaustein für künftige Maturanten gelegt?					

6
Was möchte ich für meine Berufspraxis mitnehmen?   Worauf möchte ich künftig mehr Aufmerksamkeit legen?

A 5.2 SchülerInnenfragebogen zur Evaluation des Längengradprojekts

Liebe SchülerInnen der 6A

Wir bitten euch diesen Fragebogen auszufüllen, im Besonderen von der Möglichkeit der Anmerkungen und Begründungen Gebrauch zu machen

Danke!
Ingrid Fertl, Christian Schabereiter, Ingrid Salner-Gridling, Brigitte Schröder

(1 = gut, 4 = nicht gut)

1	1	2	3	4	Anmerkungen, Begründungen,Beispiele
Wie hat mir das gebotene Wissen "geschmeckt"?					

(Auswahl des Themas,Tiefe, Klarheit, Literaturhinweise, Materialien...)					

(1 = positiv, 4 = negativ)

2	1	2	3	4	Anmerkungen, Begründungen
Wie habe ich meine LehrerInnen erlebt erlebt?					
(Klarheit, Verständlichkeit, Engagement und Motivation, Eingehen auf die SchülerInnen, Förderung des eigenen Lerngewinns...)					

(1 = sehr gut, 4 = nicht gut)

3	1	2	3	4	Anmerkungen, Begründungen
Wie konnte ich mich in das Projekt einbringen? Wie bin ich mit meinen Bedürfnissen umgegangen?					
V.a. bez. meiner Fragen, Anregungen, Wahl des Schwerpunktthemas, Verbesserungsvorschlägen während des Projekts					

(1 = gut, 4 = nicht gut)

4	1	2	3	4	Anmerkungen, Begründungen
Wie schätze ich generell meine Zusammenarbeit mit meinen MitschülerInnen ein?					
Hier wähle ich besonders anschauliche Beispiele der Zusammenarbeit aus.					

(1 = sehr groß, 4 = sehr gering)

5	1	2	3	4	Anmerkungen, Begründungen
Wie schätze ich meinen eigenen Wissenszuwachs ein?					
Diese Beispiele veranschauliche dies.					

(1= sehr hoch, 4= sehr gering)

6	1	2	3	4	Anmerkungen, Begründungen
Wie schätze ich meinen Zeitaufwand ein?					
Hier zeige ich es an ausgewählten Beispielen:					

(1 = sehr viel , 4 = nichts)

7	1	2	3	4	Anmerkungen, Begründungen
In verschiedenen Unterrichtssequenzen habe Wissen und Erfahrung für mich mitgenommen. Lehrervortrag: Eigenlektüre: Gruppenarbeit: Themenmappe:					

(1 = sehr gut, 4 = gar nicht)

8	1	2	3	4	Anmerkungen, Begründungen
Wissen und Erfahrungen aus dem Projekt kann ich in Zukunft anwenden.					
Hier ist Platz für Beispiele:					

(1 = ganz anders, 4 = wie immer)

9	1	2	3	4	Anmerkungen, Begründungen
Wie habe ich Leistungsmessung erlebt?					
Beispiele:					

(1 = sehr nachvollziehbar, 4 = nicht nachvollziehbar)

10	1	2	3	4	Anmerkungen, Begründungen
Wie nachvollziehbar war die Leistungsmessung für mich generell? in Geographie? In Mathematik? In Physik?					

(1 = sehr gern, 4 = nicht gern)

11	1	2	3	4	Anmerkungen, Begründungen
Wie habe ich in bestimmten Bereichen Leistungen erbracht? Beispiele:					

(1 = hohe Anwendbarkeit, 4= nicht anwendbar)

12	1	2	3	4	Anmerkungen, Begründungen
Erfahrungen aus dem Projekt sind für mich anwendbar? Beispiele:					

(1 = sehr vielfältig, 4 = nicht erkennbar)

13	1	2	3	4	Anmerkungen, Begründungen
Anregungen durch den Roman „Längengrad“ waren für mich; Beispiele:					

(1 = , 4 =)

14	1	2	3	4	Anmerkungen, Begründungen
Geographie					

(1 = , 4 = t)

15	1	2	3	4	Anmerkungen, Begründungen
Physik					

(1 = , 4 =)

16	1	2	3	4	Anmerkungen, Begründungen
Mathematik					

Das möchte ich meinen LehrerInnen noch mit auf den Weg geben: