MNI-Fonds für Unterrichts- und Schulentwicklung

S 2 „Grundbildung und Standards“

FÖRDERUNG MATHEMATISCH LEISTUNGSSTARKER KINDER IM KLASSENVERBAND

Mag. Maria Fast

Dr. Karin Gstatter

Brigitte Wiser

Pädagogische Akademie der Stiftung Pädagogische und Religionspädagogische Akademie der Erzdiözese Wien

Übungsvolksschule der Pädagogischen Akademie der Erzdiözese Wien

Mayerweckstraße 1
1210 Wien

Wien, Juli 2005

INHALTSVERZEICHNIS

ABSTRACT

Das Projekt bezieht sich einerseits auf den Mathematikunterricht einer zweiten Schulstufe und andrerseits auf die Lehrerinnen- und Lehrerausbildung im Bereich der Volksschuldidaktik Mathematik. Studierende begleiten im Rahmen von Studienveranstaltungen Kinder einer zweiten Schulstufe beim Bearbeiten von arithmetischen Aufgaben.

Besonderes Augenmerk wird auf leistungsstarke Schülerinnen und Schüler gelegt, die offene Aufgabenformate in ihrem Zahlenforscherheft bearbeiten. Die Studierenden entwickeln Aufgaben in Form von Karteikarten und begleiten die Kinder.

Das Erfassen der Lernausgangslage und des Lernzuwachses sichert neben einer methodischen Begleitung des Unterrichts eine Steigerung der förderdiagnostischen Kompetenz der an diesem Projekt teilnehmenden Studierenden.

Schulstufe:	2. Schulstufe
Fach:	Mathematik
Kontaktperson:	Dr. Karin Gstatter
Kontaktadresse:	Übungsvolksschule der Pädagogischen Akademie der Erzdiözese Wien Mayerweckstraße 1 1210 Wien

Ausbildungsgang:	Diplomstudium für das Lehramt an Volksschulen
Studienveranstaltung:	Volksschuldidaktik Mathematik
Kontaktperson:	Mag. Maria Fast
Kontaktadresse:	Pädagogische Akademie der Stiftung Pädagogische und Religionspädagogische Akademie der Erzdiözese Wien Mayerweckstraße 1 1210 Wien

1 EINLEITUNG

Die erklärte Zielstellung der Pflichtschullehrerinnen und -lehrerbildung ist es, die Studierenden zu Expertinnen und Experten des Unterrichtens auszubilden. Zahlreiche Modelle und Konzeptionen an den Pädagogischen Akademien zeigen geglückte Verbindungen zwischen theoretischen Durchdringungen und schulpraktischen Umsetzungen. Besonders im Bereich der zukünftigen Hochschule für pädagogische Berufe gilt es, neben der „*Praxisorientierung der Studien*“[1] „*das Zusammenwirken von Forschung und Lehre*“[2] sicherzustellen.

Dieses Projekt vernetzt Studienveranstaltungen im Bereich der Volksschuldidaktik Mathematik mit dem Mathematikunterricht einer zweiten Schulstufe an einer Übungsvolksschule. Im Rahmen von Lehrveranstaltungen werden wissenschaftliche Intentionen verfolgt, professionelle Kompetenzen zukünftiger Lehrpersonen gefördert und grundlegende Fähigkeiten von Kindern geweckt. Studierende der Volksschullehrerausbildung begleiten im Rahmen von Studienveranstaltungen Kinder einer zweiten Schulstufe beim Bearbeiten von arithmetischen Aufgaben.

1.1 Situation in der Volksschule

Im Mathematikunterricht dominiert noch immer ein eher lehrerzentrierter Unterricht, meist vorgegeben durch das Schulbuch, wo mathematische Inhalte sukzessive in kleinen Schritten aufgearbeitet werden. Das hat zur Folge, dass durch den gleichschrittigen Unterricht schwächere Schülerinnen und Schüler überfordert und leistungsstarke Kinder unterfordert sind. So sucht auch die Schule der Sechs- bis Zehnjährigen nach Konzeptionen des Mathematikunterrichts, allen Kindern gerecht zu werden, sowohl den eher langsam vorankommenden als auch den schnell lernenden. Schüler und Schülerinnen, die langsamer lernen, erhalten heute oft professionelle Hilfe – in sonderpädagogisch betreuten Gruppen oder im Förderunterricht. Für die Kinder am anderen Ende des Leistungsspektrums, die mathematisch leistungsstarken, trifft dies weniger zu. Ihnen und ihren speziellen Bedürfnissen soll in diesem Projekt nachgegangen wären.

In der Klasse, die an diesem Projekt teilnahm, fielen bereits auf der ersten Schulstufe ein paar Kinder durch außergewöhnliche Leistungen auf und damit stellte sich die Frage nach optimaler Förderung. Eine Möglichkeit, diese Kinder zu fördern, ist eine inhaltliche Öffnung des Mathematikunterrichts.

Mit Hilfe von Aufgaben, die unterschiedliche Niveaus von Bearbeitungen zulassen, soll sich jede Schülerin / jeder Schüler ihren/seinen Fähigkeiten gemäß einbringen.

Wir nehmen an, dass es möglich ist, mathematisch leistungsstarke Kinder mit anspruchsvollen Aufgaben, die in Form von Karteikarten angeboten werden, fördern zu können. Leistungsstarke Schülerinnen und Schüler erwerben durch dieses offene Herangehen und weniger instruiertem Unterricht mehr Problemlösekompetenz.

[1] Akademiestudiengesetz 1999, § 5, Abs. 2
[2] Akademiestudiengesetz 1999, § 1, Abs. 2

1.2 Situation in der Lehrerinnen- und Lehrerbildung

Um für das einzelne Kind geeignete Lernwege gestalten und begleiten zu können, bedarf es einer Erkundung der Denkwege des Kindes. Die zukünftige Lehrperson soll verstehen, wie Schülerinnen und Schüler lernen und sich entwickeln. Sie soll fähig sein, Lernende in ihren Lernprozessen und ihrer Entwicklung umfassend zu fördern.

Studierende der Volksschullehrerausbildung unterrichten zwar im Rahmen der Schulpraktischen Studien vom zweiten bis zum sechsten Semester ihres Studiums in verschiedenen Klassen und erwerben beachtliche Kompetenzen im Klassenmanagement, erfahren aber eher selten Einblick in das Denken der Kinder. Ein Defizit tritt auf. Lehrerinnen und Lehrer müssen über den Wissensstand der Kinder Bescheid wissen, um Fördermaßnahmen bestmöglich konzipieren und durchführen zu können.

Zusätzlich stellt sich die Frage, wie man Studierenden die Notwendigkeit, dass ihre Unterrichtsgestaltung individueller auf das Kind abzustimmen ist, bewusst machen kann. Altman (1983, zit. nach Reusser & Messner, 2002, S. 295) beschreibt die Art des Unterrichts, den Lehrer durchführen, mit *„teachers teach as they were taught and not as they were taught to teach"*. Diese tradierten, immer gleich fortsetzenden Handlungsmuster des Lehrens sind am ehesten laut Reusser & Messner (2002, S. 295) durch reflexionsintensive, situations- und fallbezogene *„didaktische Exerzitien"*[3] (Heimann, 1962, zit. nach Reusser und Messner, 2002, S. 295) zu verändern. Radtke (1996, zit. nach Reusser & Messner, 2002, S. 295) empfiehlt ebenfalls, wissenschaftliches (deklaratives) Wissen und alltägliches Können (prozedurales Wissen) in beruflichen Situationen zu verbinden. Er schlägt vor, die fallbezogene Arbeit mit einem Kind oder in einer Klasse mit den in den diversen Studienveranstaltungen gehörten oder aus wissenschaftlichen Quellen recherchierten Theorien zu verknüpfen.

Wir nehmen an, wenn sich Studierende intensiver mit den individuellen, sehr unterschiedlichen Denkprozessen der Kinder auseinandersetzen, dass sie dann Skepsis gegenüber einem gleichschrittigen Mathematikunterricht entwickeln und nicht nur die Handlungsmuster im Unterricht, die sie selbst erlebt haben, übernehmen.

Die Studierenden erwerben eigenaktiv Wissen über mathematische Denkweisen des Grundschulkindes. Sie sollen kindliche Denkprozesse beobachten, deuten und dokumentieren und entwickeln dadurch Kompetenz in der Förderdiagnostik.

[3] Der Berliner Didaktiker Paul Heimann (1962) hat für die Lehrerbildung „didaktische Exerzitien" gefordert, in denen mit Hilfe von Theorien eine didaktische Situation interpretiert wird, um das Theoretisieren zu lernen.

2 DER GRUNDBILDUNGSGEDANKE

2.1 Problemlösekompetenz, der Grundbildungsgedanke im Volksschulbereich

Winter (1995) nennt als eine der drei Grunderfahrungen, die der Mathematikunterricht ermöglichen soll, die Auseinandersetzung mit Aufgaben, in denen Problemlösefähigkeit erworben werden kann.

Von einem Problem wird im Allgemeinen dann gesprochen, wenn ein Ausgangszustand gegeben ist, ein erwünschtes, aber noch nicht erreichtes Ziel gekennzeichnet und vorerst kein Weg zum Überführen des Anfangszustandes in den Zielzustand bekannt ist, bzw. Barrieren die Transformation von den Anfangs- in den Zielzustand behindern. Die/Der Denkende verfügt wohl über bestimmte Möglichkeiten, den Anfangszustand oder den Zielzustand zu verändern und somit die bestehenden Hindernisse wegzuräumen, den tatsächlichen Lösungsweg kennt sie/er jedoch nicht.

Ein Problem besteht aus drei Komponenten – einem Ausgangszustand, einem Zielzustand und einer Barriere. Kann dagegen der Ausgangszustand durch Abrufen der Lösung aus dem Gedächtnis ohne jegliche konzeptionelle Lösungshindernisse in den Zielzustand überführt werden, dann handelt es sich nicht um ein Problem, sondern um eine Aufgabe. Eine Aufgabe hat im Unterschied zum Problem keine Barriere. (vgl. Hussy, 1998, S. 20)

Ob für eine Schülerin / einen Schüler das zu lösende Beispiel Aufgaben- oder Problemcharakter aufweist, ergibt sich individuell. Im Unterrichtsgeschehen tritt selten so viel Homogenität unter Schülerinnen und Schülern auf, dass im Klassenverband für alle Kinder von einer Aufgabe oder einem Problem gesprochen werden kann. Um leistungsstarken Kindern echte Problemstellungen anbieten zu können, bedarf es anspruchsvollerer Aufgaben.

In diesem Projekt werden die Aufgabenformate so angeboten, dass Schülerinnen und Schüler sich *„aktiv, problemorientiert und selbstgesteuert“* (Imst² Grundbildung, S. 3) einbringen. Mit Hilfe von Karteikarten, welche die Aufgaben vorstellen und die Aufträge klären, versuchen die Schülerinnen und Schüler die Lernergebnisse im „Zahlenforscherheft“ zu dokumentieren. Die Zahlenforscherhefte sind die Hefte, in denen die Kinder ihre Gedanken und Rechnungen notieren, wenn sie mit den Karteikarten arbeiten. Dies erscheint wichtig, weil Notieren eine stärkere Durchdringung des Inhalts verspricht. Durch das Schreiben ist es möglich, zu einem späteren Zeitpunkt die Gedankengänge nachzuvollziehen und diese einer Mitschülerin / einem Mitschüler oder einer erwachsenen Person (Studierenden) mitzuteilen. Wichtig wäre, dass die Schülerinnen und Schüler nicht nur das Ergebnis, sondern den Prozess des Lernens notieren.

2.2 Förderdiagnostische Kompetenz als Bereich der Lehrerinnen- und Lehrerbildung

Der Grundbildungsgedanke in der Lehrerinnen- und Lehrerbildung stützt sich in dieser Arbeit auf die Konzeptionen Kompetenzen/Standards/Modularisierung (outputorientiert) einerseits bzw. das inhaltliche Curriculum (inputorientiert) andrerseits. Im Mittelpunkt dieses Projekts steht die förderdiagnostische Kompetenz.

Förderdiagnostische Kompetenz wird in vielen Publikationen zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung angeführt. Die zukünftige Lehrperson soll verstehen, wie Schülerinnen und Schüler lernen und sich entwickeln. Einige Beispiele sollen dies verdeutlichen.

Terhart (2002, S. 34) führt folgende zwei (von zehn) inhaltliche Standards für die Fachdidaktiken an:
„Lernen und Lernschwierigkeiten von Schülern in diesem Fach“ und *„Leistungsbeurteilung und Lernförderung im Fach“*.

In den Veröffentlichungen der Kultusministerkonferenz (2004) wird die Kompetenz *„Lehrerinnen und Lehrer diagnostizieren Lernvoraussetzungen und Lernprozesse von Schülerinnen und Schülern; sie fördern Schülerinnen und Schüler gezielt und beraten Lernende und deren Eltern“*[4] angeführt.

Oser (1997; 2001) fordert ebenfalls „*Schüler unterstützende Beobachtung (Diagnose) und Schüler unterstützendes Handeln“ ein.*

Im Curriculum der VL-Ausbildung der Pädagogischen Akademie der ED Wien wird im fünften Semester eine *„Diagnose und Förderung unterschiedlicher Lernstile und Lernleistungen (z. B. von rechenschwachen und hochbegabten Kindern)“* gefordert. Auch in den internen Ausführungen zu den Schulpraktischen Studien der Pädagogischen Akademie der Erzdiözese Wien werden förderdiagnostische Kompetenzen unter „*Lehrerinnen und Lehrer stellen durch Beobachtung und unter Einsatz diagnostischer Hilfsmittel Entwicklungsstände und Lernvoraussetzungen von Schülerinnen und Schülern fest und erstellen individualisierende bzw. differenzierende Lernangebote“* angesprochen.[5]

Diese Beispiele zeigen sehr deutlich, dass die Studierenden fähig sein sollen, Lernende in ihren Lernprozessen und in ihrer Entwicklung umfassend zu fördern und die Entfaltung ihrer Anlagen und Ausdrucksmöglichkeiten zu unterstützen. Um für das einzelne Kind geeignete Lernwege gestalten und begleiten zu können, bedarf es einer Erkundung der Denkwege des Kindes. Den Studierenden soll in diesem Projekt die Möglichkeit geboten werden, *„eigene Erfahrungen zu machen“* (Imst² Grundbildung, S. 3). Das konkrete Durchführen, Dokumentieren und Deuten bringt vertiefte Einsicht in das Denken der Kinder, weckt und fördert aber auch Neugierde, Kreativität – vielleicht auch Begeisterung (vgl. Imst² Grundbildung, S. 3).

---

[4] http://www.kmk.org/doc/beschl/standards_lehrerbildung.pdf vom 23. März 05 (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 16. Dez. 04)

[5] Internes Papier der Pädagogischen Akademie der Erzdiözese Wien (2002): Erfahrungs- und Kompetenzbereiche in den Schulpraktischen Studien

3 KONZEPT

3.1 Leistungsstärke - Begabung

Lehrerinnen und Lehrer in Volksschulen finden immer wieder in ihren Klassen leistungsstarke Kinder vor, die durch exzellente mathematische Leistungen auffallen. Ist es zulässig, von mathematischer Begabung zu sprechen? Laut Käpnick (1998) können Grundschulkinder schon auf außergewöhnliche Weise mathematische Probleme lösen, Strukturen entdecken und mit ihnen „arbeiten“, eine besondere Sensibilität für Mathematik entwickeln und somit mathematisch begabt sein.

Das Anliegen des Projekts ist eine möglichst einfach durchzuführende Förderung leistungsstarker Kinder im Klassenverband. Die Auswahl der Kinder, welche die Karteikarten bearbeiten, erfolgt durch die Klassenlehrerin. Sie empfiehlt einzelnen leistungsstarken Kindern, mit den Karteikarten zu arbeiten. Den Autorinnen ist bewusst, dass vielleicht nicht alle begabten Kinder durch die singuläre persönliche Einschätzung einer Lehrerin erfasst werden. Vorteil dieses Vorgehens ist jedoch, dass die Förderung unmittelbar und sofort möglich ist. Uns ist wichtiger, dass Kinder gefördert werden, auch wenn wir vielleicht nicht alle förderungswürdigen tatsächlich erreichen. Ob ein Kind auffallende mathematische Begabung zeigt, kann auch anhand der Ausführungen von begabungsfördernden Maßnahmen gesehen werden, wie es an die einzelnen Problemstellungen herangeht. Somit zeigt sich die Arbeit mit den offenen arithmetischen Aufgabenstellungen nicht nur als Fördermaßnahme, sondern gleichzeitig als temporäre Diagnosemöglichkeit.

3.2 Offene Aufgabenformate

3.2.1 Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule

Aufgaben sind seit jeher Bestandteil des Mathematikunterrichts. Tradierte Aufgaben stellen ein Thema bzw. eine Fragestellung vor, welche von den Schülerinnen und Schülern gelöst werden. Nach dem Lösen der Aufgaben werden die Ergebnisse verglichen.

„Gute“ Aufgaben stellen ebenfalls ein Thema bzw. eine Fragestellung vor, sie fordern aber tiefgreifender zum aktiven Tätigsein auf und haben somit eine entscheidende Bedeutung für das Auslösen von Lernaktivitäten. „Gute“ Aufgaben zeichnen sich dadurch aus, dass sie

- Herausforderungen jenseits von Routine anbieten. Sie regen
- Einsichten in mathematische Strukturen und Gesetze an. Sie lassen
- vielfältige, verschiedene und/oder mehrere Lösungswege und Lösungen zu. Sie bieten ein
- reichhaltiges Potenzial für Frage- und Lösungsmöglichkeiten, für Diskussionen und Argumentationen, für Fortführungen und Variationen an.

(Vgl. Birnstengel-Höft & Feldhaus, 2003, S. 196; Käpnick, 2003, S. 169; Ruwisch, 2003, S. 6;)

Um den Anforderungen gerecht zu werden, erscheinen diese Aufgaben nicht isoliert, sondern sind in verschiedene Formate eingebettet. Mit der Bezeichnung Aufgabenformat wird vor allem die Art der Repräsentation gleichartiger Aufgaben charakterisiert. Das Aufgabenformat bietet verschiedene Möglichkeiten innerer Differenzierung aus der Anweisung heraus. Das Schwierigkeitsniveau wird nicht von vornherein von der Lehrerin / vom Lehrer festgelegt, sondern von den Kindern selbst bestimmt. Entdeckungen sind auf verschiedenen Niveaus möglich. Hier zeigt sich nach Winter (1987, S. 89) der didaktische Wert der Aufgabe.

3.2.2 Beispiele an offenen Aufgabenformaten

In diesem Abschnitt werden zwei von den neun eingesetzten Aufgabenformaten vorgestellt, damit die Leserin / der Leser einen Einblick in die Arbeit mit den offenen Aufgabenformaten erhält. Gezeigt werden die Aufgabenformate, die in den nachfolgenden Ausführungen als Beispiele aufscheinen. Die Karteikarten zu den beiden Aufgabenformaten sind im Anhang 10 (Zahlenketten) und Anhang 11 (Die Mauer der Zahlenburg) nachzulesen.

Zahlenketten

Das Aufgabenformat „Zahlenketten“ ist ein Beispiel für eine produktive Auseinandersetzung mit mathematischen Strukturen ab der 1. Schulstufe.

Eine Zahlenkette wird wie folgt gebildet:

- Wähle zwei Zahlen (Startzahlen)!
- Schreibe sie nebeneinander hin, notiere rechts daneben deren Summe!
- Daneben addierst du die zweite und dritte Zahl und schreibst das Ergebnis als Zielzahl rechts daneben.

z. B.	2	10	12	22
	8	4	12	16

Bei einem ersten unterrichtlichen Einsatz ist es wichtig, dass diese Regel zunächst an einigen Beispielen ohne Vorgabe spezifischer Fragestellungen frei ausprobiert werden kann. Kinder benötigen Zeit. Wird zu früh zum Finden bestimmter Zielzahlen übergegangen, so dominiert die Lösungsfindung und die Regeln der Zahlenkette werden außer Acht gelassen.

Mögliche Aufgabenstellungen, um bestimmte Zielzahlen zu finden:

- Kannst du beide Startzahlen so wählen, dass du möglichst nahe an die Zielzahl 20 herankommst?
- Kannst du genau 20 erreichen?
- Findest du weitere Möglichkeiten, 20 zu erreichen?
- Finde alle Möglichkeiten, 20 zu erreichen!

Zur Lösung der letzten Aufgabenstellung werden im folgenden Absatz mögliche operative Überlegungen vorgestellt.

20	0	20	20
18	1	19	20
16	2	18	20
14	3	17	20
12	4	16	20
10	5	15	20
8	6	14	20
6	7	13	20
4	8	12	20
2	9	11	20
0	10	10	20

- Die Summe der zweiten und dritten Zahl muss 20 ergeben.

- Die erste Zahl lässt sich aus der Differenz der dritten und zweiten Zahl bestimmen.

- Bei der Wahl von natürlichen Zahlen (einschließlich der Null) als Startzahlen ergeben sich insgesamt 11 Lösungen.

Weitere Variationen

Was geschieht,

- wenn man die erste (zweite) Zahl (beide Startzahlen) um 1, 2, 3 erhöht, bzw. vermindert?
- wenn man die beiden Startzahlen vertauscht?
- wenn beide Startzahlen gleich sind?

Beispiele für eine Hilfe bei einer Aufgabenstellung kann auch Unterrichtsmaterial sein, wie zum Beispiel hier die Frage, wie sich das Ergebnis verändert, wenn die zweite Startzahl um 1 erhöht wird?

	●	●	●●
8	3	11	14

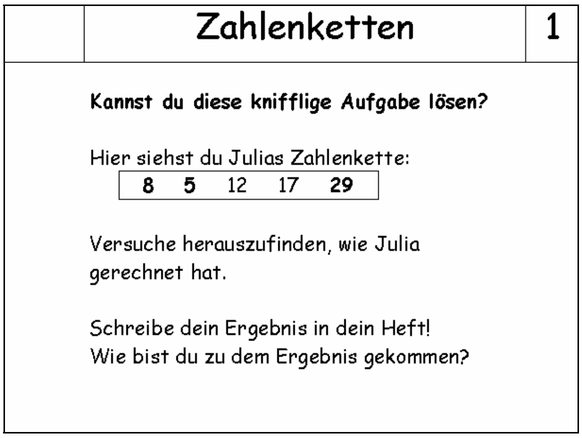
Jede einzelne operative Fragestellung lässt ein Spektrum an Bearbeitungen zu. Manche Kinder führen bloß die Arbeitsanweisung aus, manche entdecken und beschreiben Phänomene, andere begründen Ergebnisfindungen.

Mathematischer Hintergrund für die Lehrerin / den Lehrer:

a	b	$a + b$	$a + 2b$	$2a + 3b$

Die Frage nach verschiedenen möglichen Lösungen zu einer vorgegebenen Zielzahl bedeutet für das Beispiel einer Fünferkette mit der Zielzahl 100, dass ganzzahlige Lösungen der Gleichung $2a + 3b = 100$ zu finden sind. (Vgl. Krauthausen, 1998, S. 125ff.; Scherer, 1996)

Das Beispiel einer Karteikarte (Abbildung 1) soll die Arbeit mit den Kindern illustrieren.



Zahlenketten 1

Kannst du diese knifflige Aufgabe lösen?

Hier siehst du Julias Zahlenkette:

8 5 12 17 **29**

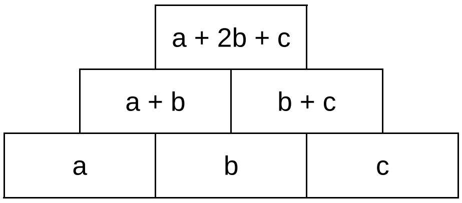
Versuche herauszufinden, wie Julia gerechnet hat.

Schreibe dein Ergebnis in dein Heft!
Wie bist du zu dem Ergebnis gekommen?

Abbildung 1: Beispiel des Aufgabenformats *Zahlenketten*

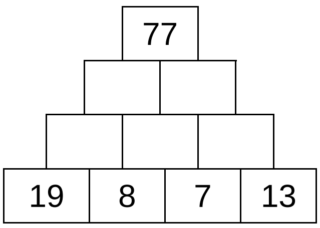
Die Mauer der Zahlenburg

Die Mauer der Zahlenburg ist eine operative Übungsform, die in jedem Zahlenraum einsetzbar ist. Die Summe zweier nebeneinander stehender Bausteine wird in den darüber liegenden Baustein geschrieben. Additionsaufgaben entstehen durch das Rechnen von unten nach oben. Subtraktionsaufgaben bzw. Ergänzungsaufgaben entstehen durch das Rechnen von oben nach unten. Eine Abstufung des Schwierigkeitsgrades ergibt sich je nach Höhe der Mauer, Größe und Verteilung der Zahlen innerhalb der Mauer. (Vgl. Padberg, 2005, S. 95)



Die Mauer der Zahlenburg ist eine rein symbolische Darstellung. Die Zeichnung gibt keinerlei Größenverhältnisse von Zahlen wieder. Die „Mauern" sind nur Platzhalter. Manche Kinder entdecken einen (von ihnen aus gesehenen) Widerspruch. Die äußeren Zahlen werden nur einmal addiert, die inneren zweimal. Durch diese Vorschrift ist auch der Summenwert jeder Zeile unterschiedlich. (Vgl. Eidt, 1996, S. 42)

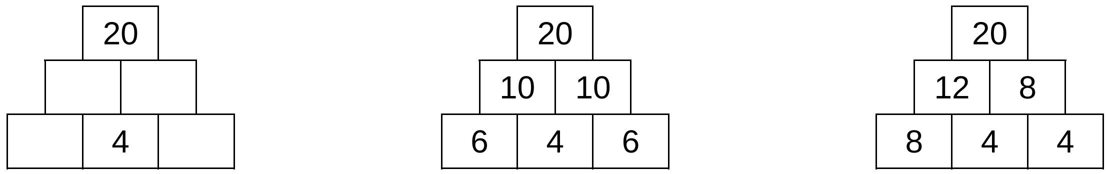
Die didaktische Bedeutung der Mauer liegt in der leichten Verständlichkeit. Eine Vielfalt an Problemstellungen ist möglich. Die Bandbreite ergibt sich vom schlichten Ausfüllen bis zum Erkennen von Zusammenhängen.



Die einfachste Möglichkeit ist, die Mauer von unten her zu berechnen. Durch Einführen von „Prüfsteinen" ist eine Selbstkontrolle möglich.

Operativ wird das Format erst dann, wenn verstreute Startzahlen gegeben sind. Die Aufgabenstellung kann eine einzige Lösung ergeben oder auch mehrere zulassen.

Aufgabenstellung | Mögliche Lösung | Mögliche Lösung



Verschiedene Fragestellungen:

- Wie verändert sich der Deckstein, wenn der linke untere Stein um 3 kleiner wird?
- Wie muss ich den linken untersten Stein verändern, dass als Deckstein 100 herauskommt?
- Ändere einen mittleren Stein in der unteren Zahlenmauer so, dass als Deckstein 100 herauskommt.
- Wie viele verschiedene Zahlenmauern findest du, bei denen der Deckstein 10 ist?
- Erhält man immer die gleiche Zahl an der Spitze, wenn man die Zahlen in der untersten Zeile vertauscht?
- Wie muss man die Zahlen 20, 9, 15, 6, 12 in die unterste Zeile einsetzen, damit die Zahl in der Spitze möglichst groß/klein wird?
- Die Zahlen 2, 3, 4, 5 sollen so auf die unterste Zeile verteilt werden, dass die Zahl in der Spitze gerade ist. Welche Möglichkeiten gibt es?

Die nachfolgende Abbildung zeigt den Einsatz der Zahlenmauer im Rahmen des Projekts.

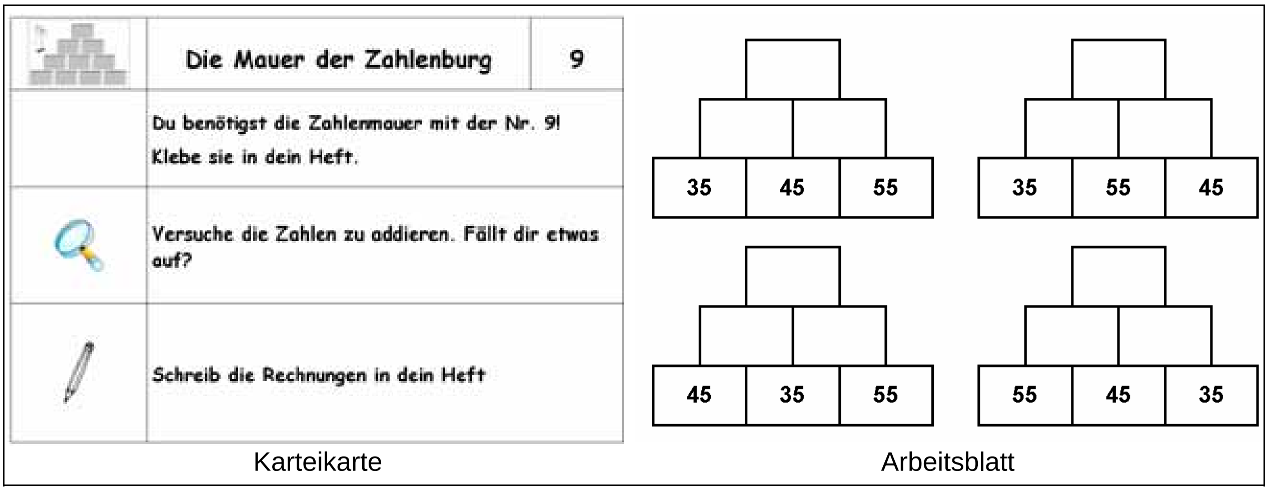


Abbildung 2: Beispiel des Aufgabenformats *Mauer der Zahlenburg*

3.3 Förderdiagnostische Kompetenz bei Studierenden

3.3.1 Grundsätze dialogisch diagnostischen Handelns

Von der ursprünglichen Wortbedeutung her ist Diagnostik (griech. Diagnosis) der Prozess des Erkennens, Unterscheidens, Beurteilens und des Entscheidens. Diagnostik schafft als erstes einmal Ordnung. Aus der Fülle der möglichen Erscheinungen werden spezifische herausgesehen und in ein Bezugssystem gestellt. In pädagogischem Kontext gibt es auch spezielle Testverfahren, wo generelle Aussagen zum Lern- und Leistungsstand gegenüber Gleichaltrigen gegeben werden.

Im Blickpunkt dieser Arbeit stehen nicht die Durchführung klassischer Testverfahren, sondern die alltäglichen fachdidaktischen Kompetenzen von Lehrkräften, die sie im Unterricht benötigen. Die Lehrkraft sammelt Informationen, die ihr weiteres pädagogisches Handeln, abgestimmt auf das Kind, bestimmen soll. Im Mittelpunkt stehen diagnostische Zugänge für den pädagogischen Alltag, die nicht vorrangig in eine Kategorie einordnen, sondern die vorhandenen Lern- und Entwicklungspotenziale des Kindes erkenntlich machen und deren weitere Entwicklung ermöglichen. Der Schwerpunkt liegt im Beobachten des Lernprozesses. Werning und Willenbring (2005, S. 4ff.) verstehen diese Diagnostik als einen Dialog zwischen Experten, wo das Kind als Experte für das eigene Lernen und die Lehrkraft als Experte für den diagnostischen Dialog gilt. Letztendlich geht es darum, sich gemeinsam ein Bild des Lernens zu machen.

3.3.2 Bereiche förderdiagnostischer Kompetenz

Förderdiagnostische Kompetenz umfasst, dass Lehrpersonen

- über hinreichende Modelle über Ursachen und Verläufe der Entwicklungsprozesse ihrer Schülerinnen und Schüler verfügen.
- Instrumente zur Lernstandsermittlung kennen, die ihnen zur Verfügung stehen.
- Instrumente zur Lernstandsermittlung kompetent handhaben.
- wissen, welche Fördermaßnahmen auf eine ermittelte Konstellation folgt und
- die Fördermaßnahmen auch ausführen können.

Diagnostische Kompetenz erschöpft sich nicht darin, Diagnoseinstrumente qualifiziert handhaben zu können, sondern benötigt Wissen über Modelle und Vorstellungen von einem Sachverhalt, um überhaupt das Handeln und Denken des Kindes kompetent analysieren zu können.

Die anschließende Förderung erscheint noch anspruchsvoller. Es gilt, auf Basis des ermittelten Lernstandes entwicklungs- und lernstandsgerecht zu reagieren. Das erfordert Wissen, wie Entwicklungen durch Bedingungen des schulischen und außerschulischen Umfeldes beeinflusst werden können. Die Lehrkraft entwirft Organisationsstrukturen, setzt zweckmäßige Maßnahmen mit geeigneten Arbeitsmitteln, um das, was als wichtig erkannt worden ist, nachhaltig umzusetzen. (Vgl. Kretschmann, 2003, S. 9ff.)

Im Mittelpunkt dieses Projekt steht der förderdiagnostische Bereich „*Instrumente zur Lernstandsermittlung kompetent handhaben können*“, der beim Erfassen des Lernstandes von Kindern gefordert ist.

Weiters erwerben die Studierenden, welche bei der Arbeit mit leistungsstarken Kindern die offenen Aufgabenformate einführen, Kompetenzen in den Bereichen *„wissen, welche Fördermaßnahme auf eine ermittelte Konstellation“* und vor allem *„die Fördermaßnahmen auch ausführen können“*.

3.3.3 Überzeugungen über differenziertes Vorgehen

Neben des Erlernens der förderdiagnostischen Kompetenz erscheint es auch wichtig, dass Studierende in ihrem Denken und Handeln die Heterogenität als gegeben anerkennen und einen passenden Unterricht konzipieren.

Schon Studienanfänger besitzen oft ausgeprägte Vorstellungen von Phänomenen, wie „Legasthenie“, „mathematische Begabung“ oder wie Unterricht ablaufen soll. Laut Kretschmann (2003, S. 9ff.) sind diese Auffassungen oft überholte wissenschaftliche Positionen und mischen sich sehr mit stabilen Alltagstheorien. Die Neigung ist groß, lieber an den vertrauten Alltagstheorien festzuhalten, als sich mit neueren Forschungsergebnissen auseinanderzusetzen, welche manche fest gefahrene Position relativieren oder gar widerlegen würden.

Kretschmann (2003, S. 16) hält fest, dass eine bestimmte Wechselwirkung zwischen diagnostischem Vorgehen und Unterrichtsmethodik besteht. Wer von der Vorstellung ausgeht, alle Kinder eines Jahrganges haben die gleichen Voraussetzungen und können daher mit einem gleichartigen Unterricht bedient werden, hat keinen Anlass, Lernstände zu erfassen. Wer allerdings davon ausgeht, dass Kinder eines Jahrgangs verschieden sind und unterschiedlicher Angebote bedürfen, benötigt diagnostisches Wissen und Hilfsmittel, um die Ausgangslage festzustellen. Im nachfolgenden Unterricht ist somit eher sicher gestellt, dass sich die Lehrkraft eingehender vergewissert, welche der eingeführten Lernschritte von einem Kinde vollzogen wurden und welche nicht.

Daher erscheint es wichtig, diese subjektiven Einstellungen von Studierenden im Laufe des Studiums durch gezielte Interventionen ins Wanken zu bringen. Damit soll die Bereitschaft entstehen, heterogene Lerngruppen dem individuellen Lernstand gemäß zu unterrichten.

3.3.4 Fazit

Gesamt gesehen ist im Bereich der Lehrerinnen- und Lehrerbildung förderdiagnostische Kompetenz wichtig, einerseits, um das Kind besser begleiten zu können und andrerseits, um davon überzeugt zu sein, dass ein gleichschrittiger Unterricht, orientiert an der „Durchschnitts“-Schülerin / am „Durchschnitts“-Schüler, wenig zur individuellen Entwicklung beiträgt.

4 PROJEKTVERLAUF

4.1 Beteiligte Gruppen

Zwei Klassen der Übungsvolksschule nehmen am Projekt teil:

Klasse	Schulstufe	Fach	Anzahl der Schüler/innen	Anmerkung
2a	**2. Schulstufe**	**Mathematik**	**26**	**Experimentalgruppe; Klassenlehrerin Dr. Karin Gstatter**
2b	**2. Schulstufe**	**Mathematik**	**26**	**Kontrollgruppe; Klassenlehrerin Prof. Brigitte Wiser**

Folgende Studienveranstaltungen an der Pädagogischen Akademie wurden in das Projekt miteinbezogen:

Gruppe	Fach	Ungefähre Anzahl der Studierenden	Anmerkung
Studierende der Volksschullehrerausbildung	**V-5-DMAÜ Didaktik Mathematik**	**50**	**Studierendengruppe im Wintersemester 2004, betreut durch Mag. Maria Fast**
Studierende der Volksschullehrerausbildung	**V-2-DMAS Didaktik Mathematik**	**50**	**Studierendengruppe im Sommersemester 2005, betreut durch Mag. Maria Fast**
Studierende der Volksschullehrerausbildung aus dem 4. und 6. Semester	**EIWS Interdisziplinäres Wahlpflichtfach**	**20**	**Studierendengruppe im Sommersemester 2005, betreut durch Mag. Maria Fast Dr. Karin Gstatter**

4.2 Erfassen des Lernstandes Mitte Oktober

Mitte Oktober erhoben die Studierenden des 5. Semesters - Studiengang Volksschullehramt - sowohl in der Experimental- als auch in der Kontrollgruppe von allen Kindern den Lernstand.

Im Rahmen einer eineinhalbstündigen Seminarveranstaltung fand die Einführung und Durchführung statt. Zu Beginn erhielten die Studierenden im Seminarraum organisatorische und inhaltliche Informationen, die auch in einem Handout an die Studierenden ausgeteilt wurde. Die inhaltliche Auseinandersetzung konnte deswegen sehr kurz gehalten werden, da die Studierenden zwei Wochen vorher eine fünfstündige Klausurarbeit geschrieben und daher das Wissen präsent hatten. Nach dieser ca. 20-minütigen Einführung erfasste jede/jeder Studierende den Lernstand von ein oder zwei Kindern in der Übungsvolksschule. Das Seminar schloss mit einer kurzen Reflexion (ca. 15 Minuten) über die von den Kindern gewonnenen Einsichten.

Die Studierenden hielten die gewonnenen Daten im Rahmen eines Studienauftrages schriftlich fest. Zwei Studierende der Seminargruppe übernahmen die Koordinationsarbeiten und fassten die Ergebnisse zusammen. Das Erfassen des Lernstandes war Teil der Übung und wurde in die Leistungsfeststellung und -beurteilung eingebaut.

Jede Studierende / Jeder Studierende bekam die Hinweise schriftlich. Diese sind im Anhang 1, Anhang 2 und Anhang 3 nachzulesen.

4.3 Anbieten von offenen Aufgabenformaten

4.3.1 Studierende entwickeln Aufgabenformate

Im Rahmen einer verpflichtenden Studienveranstaltung im 5. Semester der Volksschullehrerausbildung und eines Interdisziplinären Wahlpflichtfaches im Sommersemester wurden offene Aufgabenformate in Form von Karteikarten in der Experimentalklasse eingeführt.

Die Studierenden setzten sich mit den Aufgabenformaten mit Hilfe von Literatur auseinander. Bei der Ausarbeitung der Karteikarten wurden die Studierenden von der Studienveranstaltungsleiterin, vorwiegend aber von der Klassenlehrerin betreut (Begleitung und Coaching).

Die Studierenden brachten die im Seminar besprochenen und als Studienauftrag ausgearbeiteten Karteikarten in die Klasse, erklärten diese im Rahmen eines offenen Unterrichts den Kindern. Die Karteikarten lagen in der Klasse auf und wurden von der Klassenlehrerin betreut. Die Studierenden kamen nach ca. einer Woche wieder in die Klasse, um ev. Unklarheiten zu beseitigen. Nachdem die Kinder die Aufgabenformate teilweise oder ganz bearbeitet hatten, erklärten zwei Kinder in einem Interview den Studierenden, was sie im Zahlenforscherheft notiert hatten. Diesen Aufzeichnungen konnten die Studierenden wesentliche Informationen bezüglich Denk- und Lösungsstrategien entnehmen.

Folgende Karteikartensets wurden eingeführt:

- ***Im Hunderterland*** von der Klassenlehrerin (4 Karteikarten)
- ***Zahlenhaus*** von der Klassenlehrerin (1 Karteikarte)
- ***Zahlengebirge*** von der Klassenlehrerin (2 Karteikarten)
- ***Mathematische Geheimschrift*** von zwei Studierenden des 5. Semesters der VL-Ausbildung (4 Karteikarten)
- ***Die Mauer der Zahlenburg*** von zwei Studierenden des 5. Semesters der VL-Ausbildung (6 Karteikarten); Weiterführung im Interdisziplinären Wahlpflichtfach von zwei anderen Studierenden (5 Karteikarten)
- ***Bauernhof-Rätsel*** von zwei Studierenden im Interdisziplinären Wahlpflichtfach (7 Karteikarten)
- ***Zahlenketten*** von zwei Studierenden des 5. Semesters der VL-Ausbildung; Weiterführung im Interdisziplinären Wahlpflichtfach von denselben Studierenden (insgesamt 8 Karteikarten)
- ***Im Musterland*** von zwei Studierenden im Interdisziplinären Wahlpflichtfach (5 Karteikarten)
- ***Die Zahlentreppe*** von einer Studierenden im Interdisziplinären Wahlpflichtfach (4 Karteikarten)

Quantität ist zwar nicht oberstes Prinzip, aber insgesamt entstanden 40 Karteikarten.

Jede Studierende / Jeder Studierende, die/der am Projekt teilnahm, erhielt einen Leitfaden für die Arbeit mit den offenen Aufgabenformaten und die Transkriptionsregeln (Anhang 5).

4.3.2 Leistungsstarke Kinder setzen sich mit Aufgabenformaten auseinander

In der Experimentalklasse arbeiteten sechs Buben und ein Mädchen im Laufe des Schuljahres mit den Karteikarten.

Magnus, Sebastian D., Severin und Verena fielen bereits in der 1. Schulstufe durch überdurchschnittliche Vorkenntnisse auf und wurden u. a. durch die Teamlehrerin mit schwierigeren Aufgaben gefördert. Somit war auch bekannt, dass sich diese Kinder bereits im Zahlenraum 100 orientieren können. Sie brachten sich bereits alle vor dem Schuleintritt das Lesen bei, Verena konnte bereits alle Druckbuchstaben schreiben. Diese Kinder verfügten über einen sehr großen Wortschatz, konnten sich bei gestellten oder gewählten Aufgaben lange konzentrieren und interessierten sich primär für komplexere Aufgaben. Magnus zeigte zudem einen stark ausgeprägten „Eigenwillen" im Sinne von Selbststeuerung. Fabian kam erst in der 2. Schulstufe in diese Klasse und zeigte stets überdurchschnittliche Leistungen.

Mitte Oktober begannen Fabian, Magnus, Sebastian D., Severin und Verena mit der Bearbeitung des ersten Aufgabenformates „Im Hunderterland". Während sich die Großgruppe der Klasse mit der Zahlenraumerweiterung im Zahlenraum 100 auseinandersetzte, arbeitete diese Gruppe durch entdeckendes Lernen mit den Ziffern und Zahlen dieses Zahlenraums. Bei der Bearbeitung des ersten Aufgabenformates wurde den Voraussetzungen der Schüler und Schülerinnen entsprochen, indem sie dazu angeregt wurden, Gesetzmäßigkeiten zu erkennen, Rätseln zu lösen und in weiterer Folge auch zu stellen und forschend zu lernen.

Als Ende Oktober mit der Bearbeitung des kleinen Einmaleins begonnen wurde, erarbeiteten auch diese Kinder vorerst in der Großgruppe die Malsätzchen und lernten den Umgang mit den Einmaleinsschachteln kennen. In offenen Lernsituationen und Übungsphasen zum Einmaleins zeigte sich Ende November (Einmaleins von 10, 5, 2, und 4), dass sich Fabian, Magnus und Severin auch für andere Malreihen interessierten und sich diese mit den vorhandenen Materialien selbständig erarbeiteten. Fabian sagte Anfang Dezember die selbständig erarbeitete Neunerreihe vorwärts und rückwärts auf und verbalisierte zu dem seine Entdeckungen bei den Neunerzahlen.

Ende November stiegen zwei weitere Kinder ein. Lukas agierte vor allem mit sehr großen Zahlen. Er zeigte sonst nicht so überdurchschnittliche Leistungen und fiel durch sein Verhalten im sozialen Bereich stark auf. Er konnte die Konsequenzen seiner Handlungen nicht einschätzen, obwohl er sich liebevoll um seinen Bruder mit 15 Monaten kümmerte. Tobias arbeitete sehr fehlerlos, beteiligte sich am Unterricht, war aber sehr ruhig. Bereits erarbeitete Aufgaben fasste er schnell auf, zeigte aber bei neuen Situationen Unsicherheit.

Anfang Dezember zeigte sich, dass die Kinder zu den Rechnungen nicht ihre Denkwege notieren. In Anlehnung an eine Kopiervorlage von Maak (2003, S. 105) wurden Tipps für die Arbeit im Zahlenforscherheft ausgegeben und auf die Umschlagseite geklebt. Sie sollten die spätere Dokumentation der bearbeiteten Aufgabenformate erleichtern, die Kinder beim Arbeiten unterstützen und ihnen mögliche Satzanfänge aufzeigen, um etwas zu den Aufgaben zu schreiben.

Tipps für die Arbeit im Zahlenforscherheft

Schreibe immer das Datum!

Überlege: Was erforsche ich heute?
Arbeitest du an einer begonnenen Sache weiter, oder beginnst du etwas Neues?
Finde eine passende Überschrift: z.B.: Zahlenhaus 1

Arbeite sauber und übersichtlich!

Tipps für das Lösen von Aufgaben

Du kannst eine Zeichnung machen!

Wie bist du zu dem Ergebnis gekommen?

Fehler sind nicht schlimm.
Sie können besprochen werden. Aus Fehlern kannst du auch lernen.

Mögliche Satzanfänge, um etwas zu den Aufgaben zu schreiben

- Ich habe mir überlegt, dass ...
- Mir gefällt es, dass ...
- Ich habe Schwierigkeiten mit ...
- Mir ist aufgefallen, dass ...
- Mich hat überrascht, dass ...
- Ich verstehe nicht ganz warum ...
- Es wundert mich ...
- Man könnte auch ...
- Ich schätze, dass ...
- Ich kann mir (nicht) vorstellen ...
- Man könnte auch noch untersuchen ...

Abbildung 3: Tipps für die Arbeit im Zahlenforscherheft

Im Jänner wurden relativ viele Aufgabenformate eingeführt. Die Studierenden führten die neuen Karteikarten im Rahmen von offenen Lernsituationen ein. Die Kinder bekamen dabei den Grundgedanken erklärt. Gemeinsam wurden einige Aufgaben angerissen, um zu sehen, ob das Prinzip verstanden wurde.

Besonders interessant fanden die Kinder die Aufgabenformate Zahlenketten und mathematische Geheimschrift. Während Sebastian D. und Severin längere Zeit bei den Zahlenketten verweilten, begannen andere Kinder verschiedene Aufgabenformate.

Ende März waren wieder viele neue Aufgabenformate ausgearbeitet, die von den Studierenden im Interdisziplinären Wahlpflichtfach erstellt worden waren. Die Mauer der Zahlenburg wurde durch zusätzliche Karteikarten von anderen Studierenden erweitert, die Zahlenketten wurden von den Studierenden überarbeitet und erweitert. Mitte März fand ein Gespräch mit Sebastian St. Mutter statt. Sie wollte, dass man Sebastian St. auch die Möglichkeit gibt, im Zahlenforscherheft zu arbeiten. Ihre Intention war u.a., dass sich das Kind einen anderen Freundeskreis aufbaue und sich an „tüchtigen“ Kindern orientiere. So lernte Sebastian St. im Rahmen einer Einführung ein Aufgabenformat kennen. Er wollte bei der nächsten offenen Lernsituation allerdings nicht mehr in seinem Zahlenforscherheft arbeiten und stieg somit aus dieser Gruppe wieder aus. Als Begründung nannte er, dass ihm die Aufgaben zu schwierig seien.

Im Laufe des Bearbeitens zeigte sich Anfang April, dass die Kinder in bestimmten Gruppen zusammenarbeiten. Magnus war mehr oder weniger der einzige, der in Einzelarbeit arbeitete. Er notierte auch seine Gedanken zur Mauer der Zahlenburg, wie in der Abbildung 4 zu sehen ist.

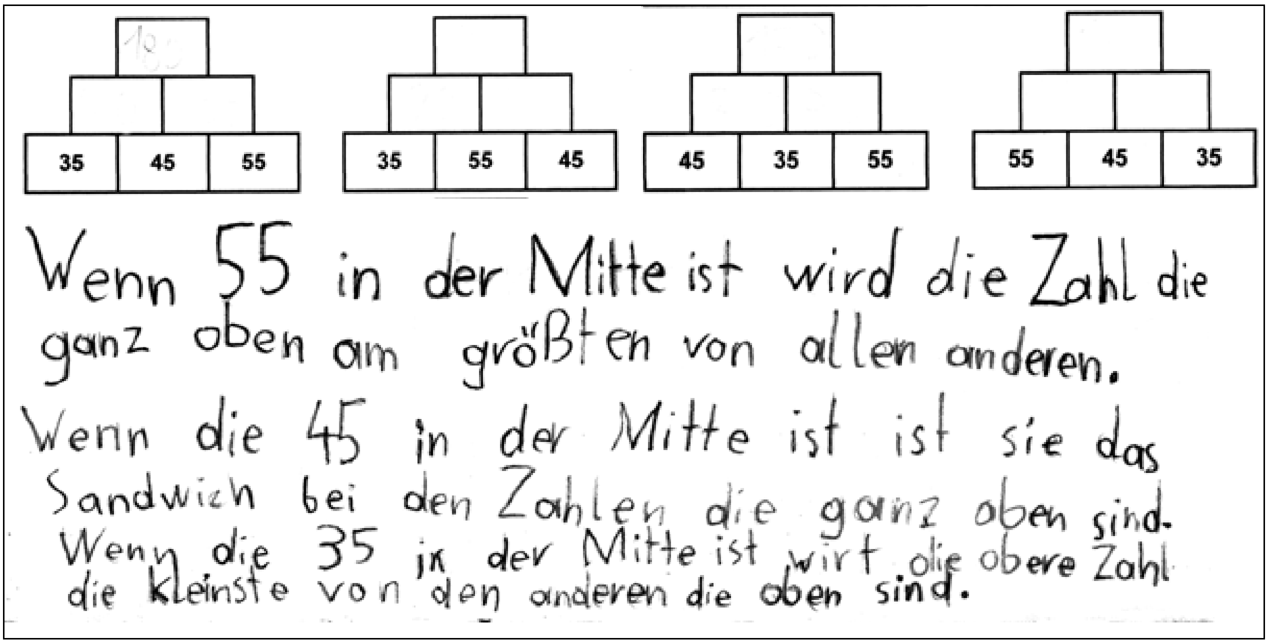


Abbildung 4: Schriftliche Verbalisierung eines Kindes der zweiten Schulstufe

Auch Tobias arbeitete viel alleine. Er wirkte beim Bearbeiten sehr unsicher. Zeitweise schloss er sich an Lukas und Verena an, die sehr intensiv miteinander arbeiteten. Fabian, Sebastian D. und Severin bildeten untereinander immer wieder Zweiergruppen. Bei der Bearbeitung von der Karteikarte „Im Musterland 2“ benötigten Fabian und Severin allerdings kurz einen Denkanstoß, um dann weiter fortfahren zu können.

Mitte April stellte sich die Frage, ob die Kinder, die für dieses Forschungsprojekt ausgewählt wurden, gerne an den Aufgabenformaten arbeiten und welche Gründe sie dafür angeben. Die Studierenden befragten die Kinder während des laufenden Kontakts und notierten die Antworten. Eine Studierende schreibt dazu: „*Neben anderen Stellungnahmen, wie die Zusammenarbeit mit anderen und dem ungestörten Arbeiten, nennen die Kinder auch intrinsische Motivationsfaktoren, wie schwierigere Sachen und Erfinden von Rechnungen.*“

Anfang Mai fand der zweite Elternsprechtag in diesem Schuljahr statt. Tobias´ Mutter merkte auch die Unsicherheit ihres Sohnes beim Bearbeiten der Aufgaben, da er anscheinend zu Hause darüber berichtete. Sie ist selber Pädagogin und unterstützte ihr Kind, indem sie ihm erklärte, dass es nichts macht, wenn Fehler auftreten.

Die Mutter von Nadine wurde darüber informiert, dass das Kind die Möglichkeit bekam im Zahlenforscherheft zu arbeiten, Nadine aber auf Grund der Aufgabenschwierigkeit verweigerte. Die Mutter wird mit dem Kind darüber sprechen. Interessant war das Gespräch mit Lisas Mutter. Lisa ist traurig, dass sie nicht zu den Kindern gehört, die im Zahlenforscherheft arbeiten dürfen. Somit wurde mit der Mutter vereinbart, dass ihr die Möglichkeit eingeräumt werden soll. Lisa konnte bereits bei Schuleintritt lesen und fasste Dinge schnell auf. Sie zeigte sich aber auf der anderen Seite überaus ängstlich und verunsichert. Somit wurde auch auf der 1. Schulstufe auf eine intensivere Förderung, zugunsten einer Arbeit an der Persönlichkeitsentwicklung des Kindes, verzichtet. Von November bis Mitte Februar des vorigen Schuljahres spitzte sich die Situation immer mehr zu. Lisa beschäftigte der Tod ihrer Oma im Februar 2003 sehr und begann über dieses Erlebnis erst nach fast einem Jahr zu reden.

Nadine wollte dann doch im Zahlenforscherheft arbeiten und erhielt so wie Lisa eines. Die beiden Mädchen begannen aber erst Mitte Juni.

4.4 Erfassen des Lernstandes Anfang Juni

Anfang Juni erhoben die Studierenden des 2. Semesters - Studiengang Volksschullehramt - sowohl in der Experimental- als auch in der Kontrollgruppe von allen Kindern den Lernstand. Das Erfassen des Lernstandes im Sommersemester war eine größere Herausforderung, da die Studierenden erst im zweiten Semester der Volksschullehrerausbildung studieren. Sie haben weniger Erfahrung im Umgang mit Kindern und weisen auch nicht so viel mathematikdidaktisches Wissen auf.

Vorab wurden in der Studienveranstaltung gezielte Literaturhinweise gegeben, welche die Studierenden durcharbeiten mussten. Dies waren folgende Quellen:

- Benz, Christiane (2004). „Irgendwie habe ich mir das aus dem Kopf geholt“. Vorgehensweisen von Zweitklässlern bei Additions- und Subtraktionsaufgaben im Hunderterraum am Schuljahresbeginn. In: Grundschulunterricht, 51. Jg., Heft 7 - 8, S. 6 - 10
- Padberg, Friedhelm & Harrass, Nicole (2001). Addition und Subtraktion im Hunderterraum - eine empirische Untersuchung. In: Sache - Wort - Zahl, 29. Jg., Heft 36, S. 55 - 59
- Padberg, Friedhelm (2005/3). Didaktik der Arithmetik**.** Heidelberg: Elsevier Spektrum Akademischer Verlag
IV Kopfrechnen - Kapitel Addition und Kapitel Subtraktion S. 81 - 114
- Radatz, Hendrik; Schipper, Wilhelm; Dröge, Rotraud & Ebeling, Astrid (1998). Handbuch für den Mathematikunterricht 2. Schuljahr. Hannover: Schroedel
2.2.7 Lernschwierigkeiten und Fördermöglichkeiten. S. 76 - 77
2.2 Addition und Subtraktion im Zahlenraum bis 100. S. 42 - 47

Die Durchführung war ähnlich wie im Wintersemester organisiert. Im Rahmen eines eineinhalbstündigen geblockten Seminars fand die Einführung und Durchführung statt. Die Studierenden hielten die gewonnenen Daten im Rahmen eines Studienauftrages schriftlich fest. Mehrere Studierende der Seminargruppe übernahmen die Koordinationsarbeiten und fassten die Ergebnisse zusammen. Das Erfassen des Lernstandes war Teil des Seminars und wurde in die Leistungsfeststellung und -beurteilung eingebaut.

Um den Einsatz der offenen Aufgabenkarten evaluieren zu können, lösten 17 vom Projektteam nominierte Kinder zusätzlich zur Lernstandserfassung Problemlöseaufgaben (siehe Anhang 9). In der Experimentalgruppe waren dies die 7 Kinder, welche während des Schuljahres die offenen Aufgabenformate bearbeiteten. In der Kontrollgruppe lösten 10 Kinder Problemaufgaben, die sehr gute Ergebnisse im Lernstand aufwiesen oder von der Klassenlehrerin empfohlen wurden.

Jede Studierende / Jeder Studierende bekam die Hinweise schriftlich. Diese sind im Anhang 6, 7, 8 und 9 nachzulesen.

5 ERGEBNISSE

5.1 Entwicklung des Leistungsstandes der beiden Klassen

Das Erheben der Ausgangslage zu Beginn und das Erheben des Lernzuwachses am Ende der Intervention beleuchtet, ob das Lehrziel im Bereich der Rechenoperationen im Zahlenraum 100 laut Lehrplan auch von allen Kindern erreicht wird. Damit wird sichergestellt, dass sich im Rahmen der Intervention die Arbeit in der Klasse nicht nur auf die leistungsstarken Kinder konzentriert, sondern dass alle Kinder ihren individuellen Voraussetzungen und Anlagen gemäß gefördert werden.

5.1.1 Erfassen der Ausgangslage

Folgende Aufgaben wurden gestellt, um die Ausgangslage Anfang Oktober zu erfassen:

- Rechenaufgaben im Zahlenraum 30, die bereits Thema im Unterricht waren
- Rechenaufgaben im Zahlenraum 100, welche noch nicht im Unterricht angesprochen wurden.
- Offene Aufgaben sollten zeigen, wie weit sich die Kinder im Zahlenraum bewegen

Die gestellten Aufgaben können dem Anhang 2 (Blatt „Zum Denken und Rechnen“) entnommen werden.

Zusätzlich wurden mit Hilfe eines halbstandardisierten Interviews die Denkstrategien, welche die Kinder beim Lösen von Aufgaben bevorzugen, von den Studierenden erhoben (Instruktions- und Auswertungsunterlagen siehe Anhang 3).

In den folgenden Ausführungen werden die Ergebnisse vorgestellt, welche die Kinder beim Lösen von Aufgaben im Zahlenraum 30 bzw. 100 erreichten. Statistisch soll geklärt werden, ob in beiden Klassen dieselbe Ausgangslage besteht.

Additive Rechenoperationen im Zahlenraum 30

Die Lösungen im Bereich des Zahlenraums 30 (siehe Abbildung 5) erscheinen im Großen und Ganzen unauffällig. In der Experimentalgruppe lösten mehr Kinder (13) alle Aufgaben richtig als in der Kontrollgruppe (9), trotzdem kann von einem durchaus im Normbereich ausgehenden Unterschied (P = 16 % laut Mann-Whitney-U-Test und 91 % laut Kolmogorov-Smirnov-Test) ausgegangen werden. Beruhigend erscheint auch das Ergebnis, dass in beiden Klassen mehr als die Hälfte der Schülerinnen und Schüler entweder alles richtig oder nur eine Rechnung nicht richtig lösten.

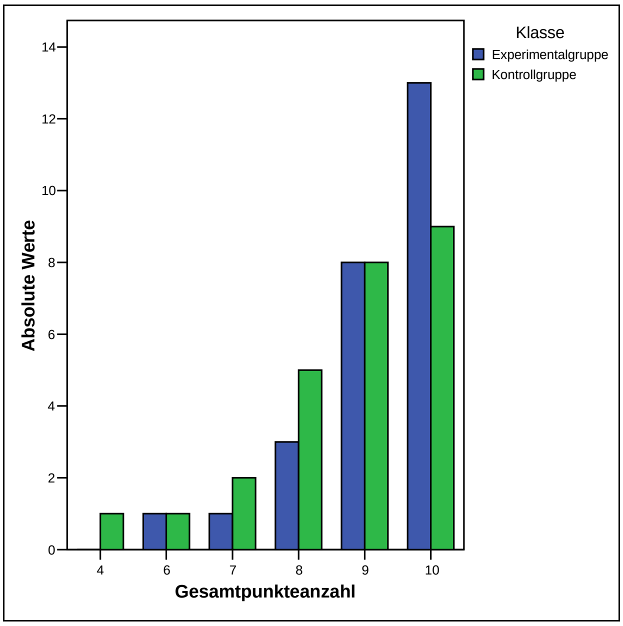


Abbildung 5: Additive Rechenoperationen im Zahlenraum 30 - Wintersemester

		Gesamtpunkteanzahl						Gesamt
		4	6	7	8	9	10	
Klasse	Experimentalgruppe	0	1	1	3	8	13	26
	Kontrollgruppe	1	1	2	5	8	9	26
Gesamt		1	2	3	8	16	22	52

Tabelle 1: Additive Rechenoperationen im Zahlenraum 30 - Wintersemester

Die Rechnung, welche die meisten Probleme bereitete, war $\boxed{\square - 7 = 2}$. Dies hat aus Sicht der Autorinnen zwei Ursachen. Das Gleichheitszeichen wird im Grundschulbereich oft nur als Ausrechnungszeichen und kaum als Relationszeichen verwendet. Schülerinnen und Schüler sehen aus diesem Grund oft nur das Ausrechnungszeichen. Vielen Kindern ist nicht bewusst, dass auf beiden Seiten des „ist gleich“-Zeichens (nicht des „ist“-Zeichens) äquivalente Terme vorgeschrieben sind. Der zweite Grund ist ein unvollkommenes Verständnis der Subtraktion. Volksschulkinder sehen oft die Subtraktion im Bereich der natürlichen Zahlen als abgeschlossen und fassen sie kommutativ auf. Ob jetzt „7 - 2“oder „2 - 7“ angeschrieben ist, ergibt nach ihrem Verständnis keinen Unterschied. Es wird die Differenz der beiden Zahlen berechnet. Das Ergebnis ist in beiden Fällen (+) 5.

Additive Rechenoperationen im Zahlenraum 100

Aus dem Bereich der additiven Rechenoperationen im Zahlenraum 100 wurden die einfacher zu lösenden Rechnungen ohne Zehnerüber- und -unterschreitung ausgewählt. Diese Aufgaben waren zum Zeitpunkt des Erfassens des Lernstandes noch nicht thematisiert. Die Kinder kannten schon die Zahlen von 30 bis 100 und wussten auch, dass z. B. die Zahl 68 aus 6 Zehnern und 8 Einern besteht. Gerechnet wurde mit diesen Zahlen aber noch nicht.

Statistisch kann beim Lösen der Rechnungen im Zahlenraum 100 zwischen der Experimental- und der Kontrollgruppe kein Unterschied festgestellt werden (P = 81 % laut Mann-Whitney-U-Test). Nach dem Kolmogorov-Smirnov-Test liegt überhaupt eine Gleichwertigkeit der beiden Gruppen vor.

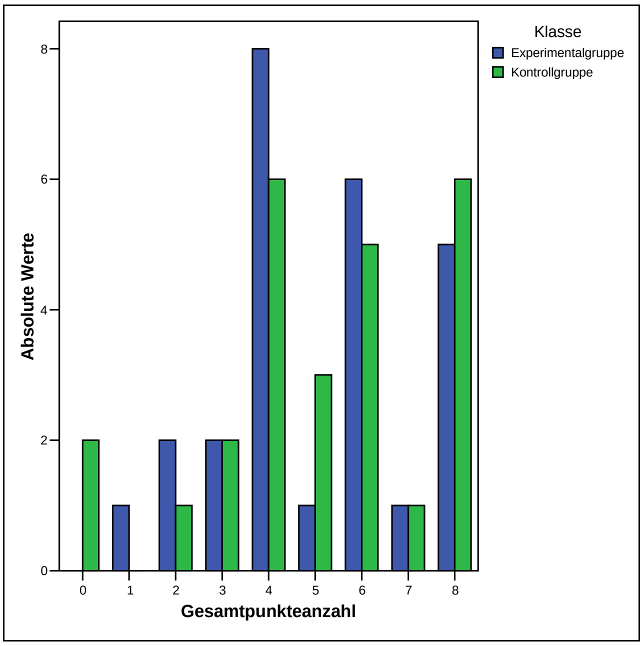


Abbildung 6: Additive Rechenoperationen im Zahlenraum 100 - Wintersemester

			Gesamtpunkteanzahl									Gesamt
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	
Klasse	Experimentalgruppe	Anzahl	0	1	2	2	8	1	6	1	5	26
		% von Exper.	,0%	3,8%	7,7%	7,7%	30,8%	3,8%	23,1%	3,8%	19,2%	100,0%
	Kontrollgruppe	Anzahl	2	0	1	2	6	3	5	1	6	26
		% von Kontroll	7,7%	,0%	3,8%	7,7%	23,1%	11,5%	19,2%	3,8%	23,1%	100,0%
Gesamt		Anzahl	2	1	3	4	14	4	11	2	11	52
		% von insgesamt	3,8%	1,9%	5,8%	7,7%	26,9%	7,7%	21,2%	3,8%	21,2%	100,0%

Tabelle 2: Additive Rechenoperationen im Zahlenraum 100 - Wintersemester

Tabelle 2 zeigt, dass insgesamt 11 Kinder die Höchstpunkteanzahl 8 erreichten. Diese Schülerinnen und Schüler lösten sämtliche Aufgaben richtig und beherrschen daher alle Anforderungen, die bis zu Beginn des zweiten Semesters im Bereich der additiven Rechenoperationen auf dieser Schulstufe thematisiert werden.

Die von uns erwartete Annahme, dass viele Kinder die Aufgaben schon beherrschen, die sie von Mitte Oktober bis Anfang Februar „lernen", kann damit belegt werden. Für 20 % der Kinder erweist sich der Unterricht in diesem Bereich als nicht sehr effizient, da drei Monate lang bereits Verinnerlichtes angeboten wird. Fragen nach einer angemessenen Förderung dieser Kinder treten auf, das Leitmotiv dieses Projekts.

Gesamtauswertung aller erfassten Aufgaben

In der Gesamtauswertung ergeben sich statistisch gesehen ähnliche Ergebnisse wie bei den beiden vorher besprochenen. Somit kann festgestellt werden, dass die beiden Klassen (Experimentalgruppe und Kontrollgruppe) sich weder im gesamten Aufgabenbereich, noch im Zahlenraum 30, oder bei den noch nicht im Unterricht thematisierten Aufgaben im Zahlenraum 100 bedeutsam unterscheiden. Somit liegt eine Ausgangssituation vor, bei der die Funktion der Experimental- und Kontrollgruppe gesichert ist.

5.1.2 Erfassen des Lernzuwachses

Folgende Aufgaben wurden an die Kinder gestellt, um den Lernstand Anfang Juni zu erfassen:

- Rechenaufgaben im Zahlenraum 30, die auch Anfang Oktober gestellt wurden. Hier wurden dieselben Aufgaben nochmals gelöst.
- Rechenaufgaben im Zahlenraum 100, die ausführlicher als Anfang Oktober angeboten wurden.
- Offene Aufgaben sollten zeigen, wie weit sich die Kinder im Zahlenraum bewegen.

Die gestellten Aufgaben können dem Anhang 7 (Erfassungsblatt für Kinder, SS 2005) entnommen werden.

Zusätzlich wurden mit Hilfe eines halbstandardisierten Interviews die Denkstrategien, welche die Kinder beim Lösen von Aufgaben bevorzugen, von den Studierenden erhoben.

Ermitteln des Unterschieds mit Hilfe eines Solomon-Plans

In diesem Abschnitt geht es um den Einwand, dass zwar die leistungsstarken Kinder der Experimentalgruppe gut betreut werden, doch die anderen Kinder vielleicht ins Hintertreffen geraten könnten. Um dies zu entkräften, wird der Lernzuwachs der Experimentalklasse mit der der Kontrollklasse verglichen. Im Mittelpunkt stehen die Bereiche der additiven Rechenoperationen im Zahlenraum 100, die eine grundlegende Anforderung des Lehrstoffs auf der zweiten Schulstufe sind.

Um den Unterschied festzustellen wird nach dem Solomon-Plan (Bortz & Lienert, 2003, S. 148) vorgegangen. Zuerst werden die Differenzen der einzelnen Bereiche der Lernstandserfassung zwischen Wintersemester und Sommersemester errechnet. Anschließend wird festgestellt, ob ein statistischer Unterschied in den Differenzen zwischen Experimentalgruppe und Kontrollgruppe vorhanden ist. Die Tabelle 3 und die Abbildung 7 zeigen den Lernzuwachs bezüglich additiver Rechenoperationen, der vom Erfassen der Ausgangslage Mitte Oktober bis zum Erfassen des Lernstandes Anfang Juni entstanden ist.

Beide Gruppen weisen einen ähnlichen Lernfortschritt auf. Der Unterschied zwischen dem Lernfortschritt der Experimentalgruppe und der Kontrollgruppe liegt im Bereich des Üblichen (P = 6 % laut Mann-Whitney-U-Test und P = 30 % laut Kolmogorov-Smirnov-Test).

		Differenzpunkte								Gesamt
		<= 0	1 - 3	4 - 6	7 - 9	10 - 12	13 - 15	16 - 18	19+	
Klasse	Experimentalgruppe	1	1	2	3	11	6	2	0	26
	Kontrollgruppe	0	1	1	2	10	5	5	2	26
Gesamt		1	2	3	5	21	11	7	2	52

Tabelle 3: Lernfortschritt von Oktober bis Juni

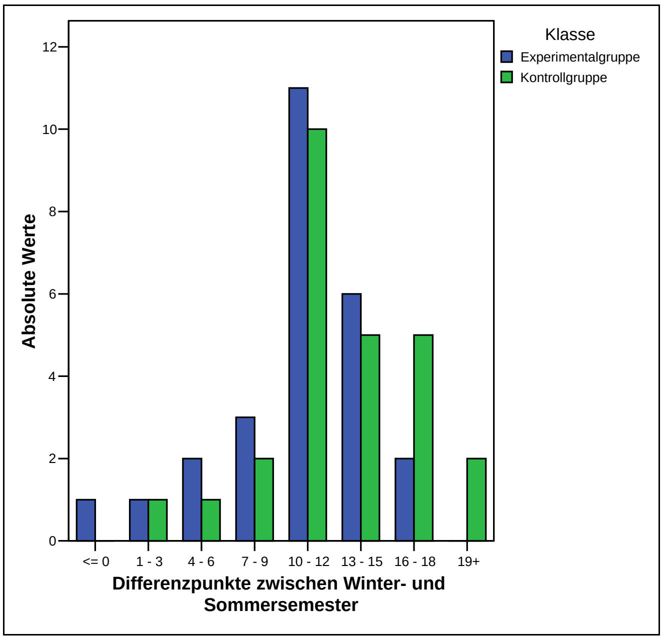


Abbildung 7: Lernfortschritt von Oktober bis Juni

Vergleich von Experimentalgruppe und Kontrollgruppe am Ende des Projekts

Nachdem im vorigen Absatz der Lernfortschritt der Kontrollklasse zwar nicht signifikant, aber doch tendenziell höher ist, wird noch eine zweite Möglichkeit genützt, um den Lernerfolg allgemein im Mathematikunterricht festzustellen. Nachfolgend werden die Lernstände der beiden Klassen am Ende des Projektzeitraumes verglichen. Wie im Abschnitt 5.1.1 Erfassen der Ausgangslage bereits festgestellt, unterscheidet sich die Ausgangslage Anfang Oktober nicht auffallen, daher sollte auch jetzt kein Unterschied vorhanden sein. Der Bereich der additiven Rechenoperationen im Zahlenraum 100 als wichtiger Inhalt am Ende der zweiten Schulstufe soll dies illustrieren.

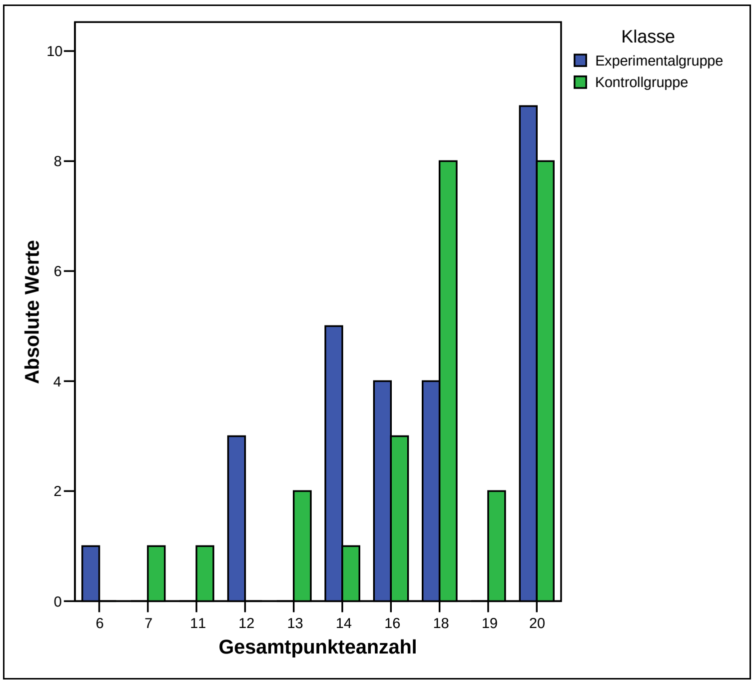


Abbildung 8: Additive Rechenoperationen im Zahlenraum 100 - Sommersemester

		Gesamtpunkteanzahl									Gesamt
		6	7	11	12	13	14	16	18	19	20	
Klasse	Experimentalgruppe	1	0	0	3	0	5	4	4	0	9	26
	Kontrollgruppe	0	1	1	0	2	1	3	8	2	8	26
Gesamt		1	1	1	3	2	6	7	12	2	17	52

Tabelle 4: Additive Rechenoperationen im Zahlenraum 100 - Sommersemester

Der Abbildung 8 ist zu entnehmen, dass eine ähnliche Verteilung vorliegt. Im oberen Bereich nimmt die Häufigkeit zu. Das heißt, dass Anfang Juni ein Drittel der Kinder sowohl in der Experimentalgruppe als auch in der Kontrollgruppe die additiven Rechenoperationen bereits perfekt beherrschen. Alle anderen hatten noch ungefähr zwei Wochen Zeit, die Lösungsstrategien zu perfektionieren. Statistisch liegt die Verteilung im Bereich des Durchschnittlichen. Zu 48 % laut Mann-Whitney-U-Test stimmen die Rangordnungen zwischen Experimental- und Kontrollgruppe überein. Der Kolmogorov-Smirnov-Test zeigt eine Übereinstimmung von 72 %.

Insgesamt zeigt die Aufstellung, dass trotz des Einsatzes von begabungsfördernden Maßnahmen für leistungsstarke Kinder auch die anderen Schülerinnen und Schüler das Lernziel problemlos erreichten. Es gab keine auffälligen nachteiligen Auswirkungen.

5.2 Ein Blick „hinter die Kulissen“ - Vorstellungen über Zahlen und Rechenoperationen

Mit Hilfe eines halbstandardisierten Interviews wurden die Denkstrategien, welche die Kinder beim Lösen von Aufgaben bevorzugen, von den Studierenden erhoben. ((Instruktionsblatt, SS 2005 - siehe Anhang 8)

Die folgenden Zitate von Studierenden zeigen Beispiele von Zahlvorstellungen und Denkstrategien der Kinder.

Zitat 1: Rechnung 39 + 48 =
„Mir war und ist teilweise auch jetzt noch nicht klar, warum Erika[6] nicht erkannt hat, dass 17 Einerwürfel gleich 1 Zehner und 7 Einer sind. Ich hatte mir gedacht, wenn ich neben eine Zehnerstange 10 einzelne Einerwürfel lege, dann müsste es doch klar sein, dass es einen neuen Zehner ergibt. Aber für Erika waren Zehnerstangen Zehner und Einerwürfel waren Einer.“

Dieses Beispiel zeigt, dass Veranschaulichungen nicht von selbst sprechen, sondern dass ein geistiger Akt des Kindes notwendig ist, um die erwünschte zu veranschaulichende Struktur zu erkennen.

Zitat 2: *„Besonders begeistert war ich von Alex` Zahlenbild mit verschiedenen Farben. Er hat mir so begeistert erzählt, wie sein Zahlenbild aussieht und welche Farben es hat, …“*

Dehaene (1999, S. 100) schreibt, dass zwischen 5 und 10 % aller Menschen fest davon überzeugt sind, dass Zahlen Farben haben und im Raum einen sehr genau umrissenen Ort einnehmen. Dieses Kind erzählte der Studierenden spontan, es war in der Lernstandserfassung nicht inkludiert, von seiner Vorstellung von den Zahlen.

[6] Name wurde geändert

Diese bunte lebhafte Vorstellung von Zahlen deckt sich mit den Ausführungen von Dehaene.

Zitat 3: Rechnung 74 - 8:
Magnus meinte: *„4 minus 8 ist -4 („4 minus“) und 70 minus 4 ist 66“* Er rechnete 70 - 4, da -4 das Ergebnis von 4 - 8 war.

Dieser achtjährige Bub rechnet in der zweiten Schulstufe mit negativen Zahlen. Er benützte auch negative Zahlen bei den offenen Aufgaben bei der Lernstandserfassung. Hier bewegte er sich immer um die Null. Seine Sprechweise *„4 minus“* divergiert von der üblichen. Die interviewende Studierende fragte nach der häuslichen Unterstützung. Er meinte aber, dass er sich das eigentlich *„nur so denke“*.

5.3 Offene Aufgabenformate für leistungsstarke Kinder

5.3.1 Über den Zahlenraum 100 hinaus

Von Interesse im Laufe der Arbeit war, wie weit Kinder der Grundstufe 1 bei offenen Aufgabenstellungen in die Mathematik, im speziellen in den noch nicht im Unterricht thematisierten Zahlenraum, eindringen. In der nachfolgenden Tabelle ist das Format „Zahlenketten“ zu sehen. Auf der linken Seite ist die Karteikarte, rechts ist das Beispiel eines Kindes der zweiten Schulstufe, das im Jänner 2005 diese Rechnungen in sein Zahlenforscherheft schrieb.

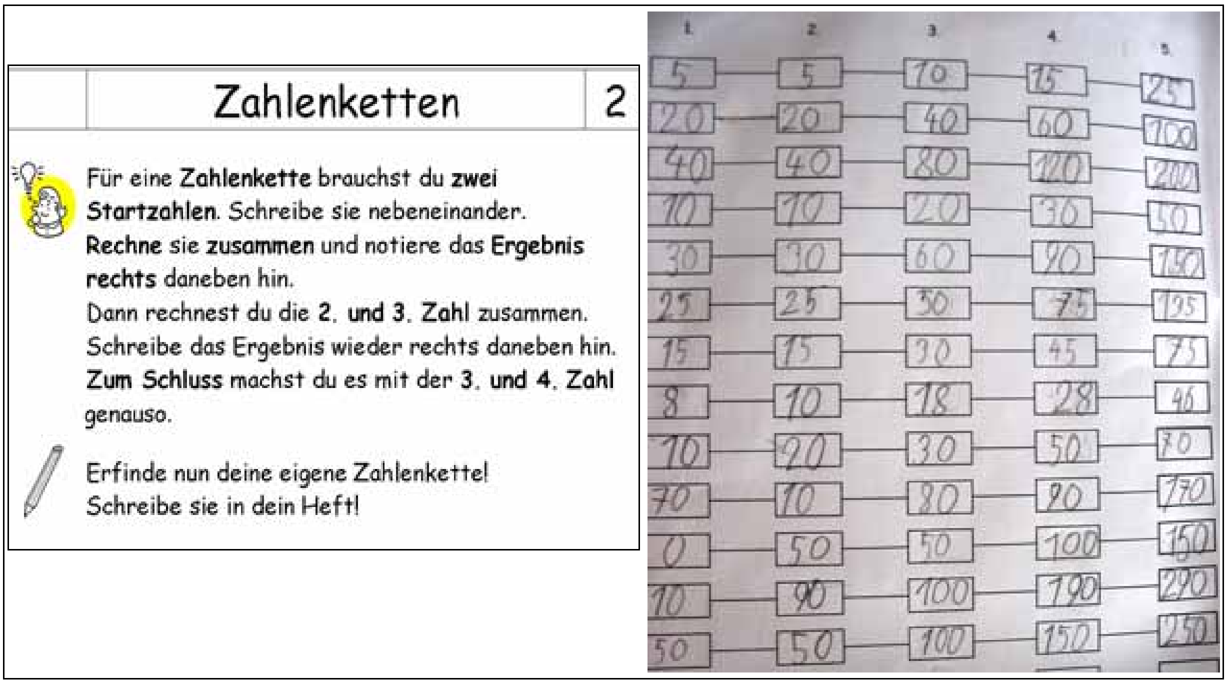


Abbildung 9: Beispiel einer Bearbeitung des Aufgabenformats *Zahlenketten*

Der Lehrplan der Volksschule (2000, S. 292) fordert auf der Grundstufe 1 „Auf- und Ausbauen des Zahlenraums bis 100“. Die Zehnerüber- und -unterschreitung wurde Mitte Jänner nur in Ansätzen thematisiert. Wie der Abbildung zu entnehmen ist, bewegt sich das Kind sehr sicher im Zahlenraum 1000 und beherrscht auch die Zehnerüber- und -unterschreitung. Das Kind rechnet im Zahlenraum über 100 nur mit Hundertern und Zehnern, die Einerstelle wird nur mit Null belegt.

Die am Förderungsprojekt teilnehmenden Kinder rechneten alle über den Zahlenraum 100 hinaus. Sie haben das dekadische Stellenwertsystem verinnerlicht und können die Rechenoperationen analog wie im Zahlenraum 100 anwenden. Die Kinder legten großen Wert, in den für sie unbekannten Zahlenraum vorzudringen. Sie waren auch riesig stolz, dies den Studierenden zu zeigen.

Gesamt kann festgestellt werden, dass leistungsstarke Kinder bei der Bearbeitung offener Aufgabenformate Leistungen zeigen, die weit über das herkömmliche Curriculum hinausgehen.

5.3.2 Problemlösen mit Kindern

Eine weitere Übung des Aufgabenformats Zahlenketten ist das Verändern der Startzahlen. Es geht um die Frage, wie Startzahlen verändert werden müssen, um ein gewisses Ergebnis zu erreichen. Die Studierenden entwarfen als Vorbereitung die in Abbildung 10 dargestellten Übungen.

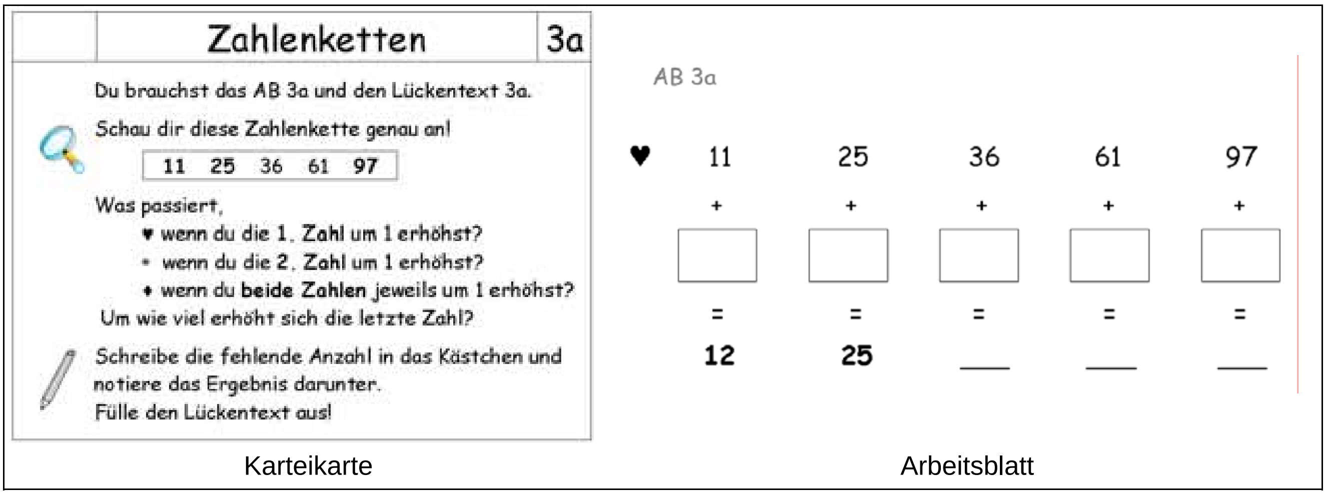


Abbildung 10: Zahlenketten - Verändern von Startzahlen

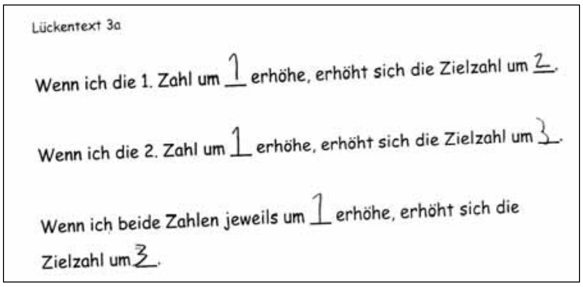


Abbildung 11: Lückentext zu Verändern der Startzahlen

Die Kinder füllten das Arbeitsblatt und einen dazugehörigen Lückentext aus, wie es in Abbildung 11 zu sehen ist.

Im nachfolgenden Interview wurde nach den Startzahlen gefragt, die notwendig sind, um die Endzahl 100 zu erreichen.

65	5 min	S F,T S	Hier sehen wir eine Zahlenkette. (*Studentin zeigt auf die Zahlenkette der Karteikarte 3a.*) Was könntet ihr an der Zahlenkette verändern, damit ihr genau die Zahl 100 erreicht? (*Schüler schauen Studentin fragend an.*) Was müsst ihr mit den ersten beiden Zahlen machen, damit

		ihr am Ende 100 erreicht?
	F	/Warte./ Fünfundzwanzig und fünfundzwanzig (…) Elf und fünfundzwanzig (…; *Studentin zeigt auf den Verlauf der Zahlenkette.*) Da sind wir ja schon fast bei Hundert. Geht ja gar nicht.
	S	Oh doch, versuch es mal. (..) \Keine Angst, es ist keine Prüfung.\
	F	Vierzehn und fünfundzwanzig (..)
	S	Warum erhöhst du gleich die erste Startzahl um drei? Warum probierst du es zuerst nicht mit eins oder zwei?
	F	Wenn ich die um drei erhöhe, kommt da genau Hundert raus. (*Schüler zeigt auf die letzte Zahl.*)
	S	Glaubst du, wenn du die erste Zahl um drei erhöhst, dass sich die letzte Zahl auch genau um drei erhöht.
6 min	F	Ja. (…) (*Studentin schaut kritisch.*) Aja (..) dann würd sich ja bereits das um drei erhöhen. (*Schüler zeigt auf die dritte Zahl.*)
	S	Genau.
	F	Wenn ich elf um eins erhöhe und fünfundzwanzig um eins erhöhe (…)
	S	Schreib die Zahlenkette einmal auf.
7 min	F,T	(*Schüler nehmen ihr Heft und schreiben die ersten zwei Startzahlen hinein. Dabei erhöhen sie die erste Zahl um eins. Schüler beginnen zu rechnen.*)

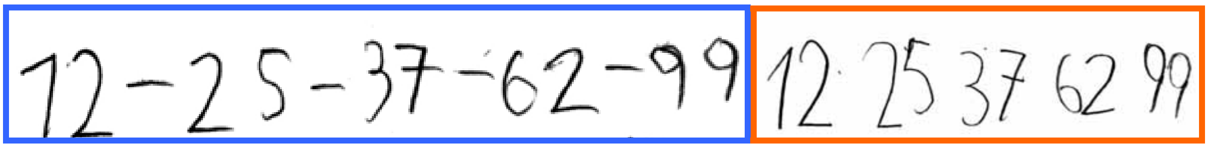


Abbildung 12: Verändern der Startzahlen bei Zahlenketten - Schülerlösungen 1

	S	Was hast du herausbekommen?
	F	Neunundneunzig.
	S	Also noch nicht **genau** Hundert. Was kannst du jetzt machen?
	F	(…) /Aha/, die zwölf um eins erhöhen. (*Schüler rechnet.*)

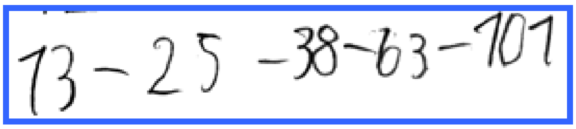


Abbildung 13: Verändern von Startzahlen bei Zahlenketten - Schülerlösung 2

8 min	T	Die erste um eins erhöhen, die zweite um eins erniedrigen. (*Schüler rechnet und spricht die Rechnung leise mit.*)

Abbildung 14: Verändern von Startzahlen bei Zahlenketten - Schülerlösung 3

	F	(*Schüler kommt zum Ergebnis.*)

		S	Hunderteins. Also haben wir (…)
		F	(…) um eins zu viel.
		S	Wie könntest du die Zahlenkette noch verändern?
105		F	(*Schüler schreibt in seinem Heft und erhöht beide Startzahlen um eins.)*
	9 min	T	(*Schüler beobachtet F beim Rechnen.*)

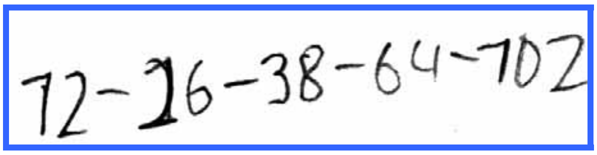


Abbildung 15: Verändern von Startzahlen bei Zahlenketten - Schülerlösung 4

		F	(*Schüler kommt zum Ergebnis.*) Zu viel. Muss ich eins weniger, damit ich genau Hundert erreiche.
		S	Welche Zahl verminderst du um eins?
110	10 min	F	Die erste.
		S	Genau.
		F	(*Schüler kommt zum Ergebnis.*)

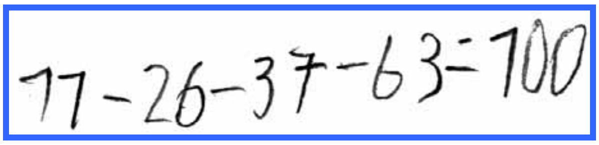


Abbildung 16: Verändern von Startzahlen bei Zahlenketten - Schülerlösung 5

		S	/Super/, jetzt hast du genau Hundert erreicht! Wenn du dir jetzt die Ausgangszahlenkette ansiehst, hast du ..
115	11 min	F	Hab ich die zweite Zahl um eins erhöht.
		S	(*Studentin wendet sich zu Tobias*) Ich sehe, du hast die erste Zahl um eins erhöht und die zweite Zahl um eins erniedrigt. Jedoch siehst du gleich, dass, wenn du die zweite Zahl verminderst, auch die letzte Zahl kleiner wird.
120		T	Das heißt, ich lass die erste gleich und erhöh die zweite.
	12 min		(*Schüler rechnet.*)
		F	Jetzt sollt es eigentlich funktionieren.
			(*Schüler kommt zum Ergebnis.*)

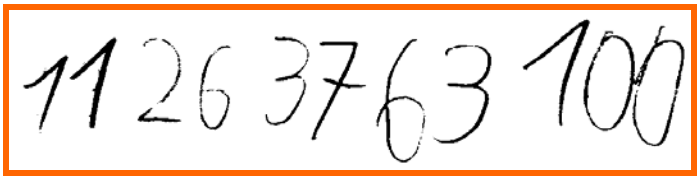


Abbildung 17: Verändern von Startzahlen bei Zahlenketten - Schülerlösung 6

		S	Sehr gut!
125			Jetzt habt ihr **eine** von vielen Möglichkeiten Hundert zu erreichen gefunden. Auf dem Zahlenkettenblatt könnt ihr weitere Lösungen finden.
		F,T	Aha.

Von den Kindern wird bei der Fragestellung nach der Endzahl 100 verlangt, damit sie das in der Karteikarte 3a erworbene Wissen reversibel anwenden. Der erste Gedankenschritt „Wenn ich als Endzahl 100 benötige und jetzt 97 habe, ergibt dies eine Differenz von 3“, gelingt F mit der Bemerkung: *„Wenn ich die um drei erhöhe, kommt da* *genau Hundert raus."* (*Schüler zeigt auf die letzte Zahl.*). Der zweite Gedankenschritt, wie sich die Differenz auf die zwei Startzahlen auswirke, fehlt. Die beiden Kinder assoziierten nicht die Erkenntnis (siehe Abbildung 11): „Wenn ich die 2. Zahl um 1 erhöhe, erhöht sich die Zielzahl um 3." mit der neuen Fragestellung. Der dritte reversible Gedankenschritt „Wenn ich die Zielzahl um 3 erhöhen will, muss ich die zweite Zahl um 1 erhöhen" war dann nicht mehr möglich. Die richtige Lösung wurde über Probieren unter Anleitung der Studierenden gefunden.

Das Problem, die Startzahl 100 zu erreichen, lösten die Kinder, indem sie spontan, ohne lange vorherige Planung sofort Lösungsversuche starteten. Das Planen ging einher mit den Lösungsschritten, wie auch Rasch (2001, S. 44) das Vorgehen von Grundschulkindern beschreibt. Reversibles Denken, das von Krutetzki (1968b, S. 55f., zit. nach Käpnick, 1998, S. 113) als wichtiger Indikator für mathematische Begabung bezeichnet wird, kann in diesem Zusammenhang noch nicht festgestellt werden.

Die zukünftigen Lehrerinnen „helfen" den beiden Kindern mit dem Hinweis *„Warum erhöhst du gleich die erste Startzahl um drei? Warum probierst du es zuerst nicht mit eins oder zwei?" (Zeile 77).* Hier wurde eine Frage gestellt und gleich anschließend ein Ratschlag, nämlich 1 oder 2 zu nehmen, aber nicht 5, 6 oder 8. Die Studierenden stellten zum Großteil Fragen, bei denen die Kinder bloße Feststellungen treffen oder Benennungen vornehmen mussten. Fragen, die von Schüler eigenständige Erklärungen verlangen, sind selten. Die weiteste Fragestellung war *„Wie könntest du die Zahlenkette noch verändern?"* (Zeile 104).

Gute Chancen, in die Struktur einzudringen, hätten sich in der Zeile 109 eröffnet. Die Studierende fragt: *„Welche Zahl verminderst du um eins?", worauf das Kind mit „die erste"* antwortet. Das nachfolgende *„Genau"* ist eine Bestätigung des richtigen Wegs, aber nicht des Öffnens der Struktur. Eine Frage nach dem Grund, warum die erste Startzahl ausgewählt worden ist, hätte vielleicht ein Gespräch über die Struktur in Gang gebracht.

Begehr (2003, S. 93) beschreibt, dass der Mathematikunterricht gesamt durch zu viele Fragen geleitet wird und dadurch zuwenig Impulse und Eigenaktivität der Kinder ermöglicht. Die Situation des Interviews ist eine andere, aber der Trend bei den zukünftigen Lehrerinnen zu engen Fragen und des raschen Eingreifens, um Fehler zu korrigieren, ist erkennbar. Das Denken und Handeln der Kinder wird in sehr schmalen Bahnen geleitet. Die Studierenden arbeiten gekonnt strukturell ein Themengebiet auf. Die Denkschritte, wie die Karteikarten konzeptioniert sind, lassen sich gut nachvollziehen. Das Denkschritte der Kinder durch Kommunikation, in diesem Fall in Form eines Interviews transparent zu machen, gelingt insgesamt weniger.

5.3.3 Lernen auf eigenen Wegen

Die Studierenden befragten die Kinder auch über ihre Arbeitsweisen. Eine Schülerantwort zu dieser Aufgabe soll dies illustrieren:

„..wir haben alles verstanden, weil wir sie eben im Teamwork gemacht haben. Auch wo wir nebeneinander gesessen sind, haben wir auch alles im Teamwork gemacht und... das ist alles ziemlich leicht. Alleine hätten wir es wahrscheinlich nicht geschafft, aber zu zweit schon."

Viele Aufgaben lösten die Kinder im Team, die Teamarbeit wurde vom Projektteam angesprochen, aber nicht verordnet. Die Kinder, die in das Förderungsprojekt eingebunden waren, arbeiteten gerne im Team und tauschten ihre Gedanken aus, um zu einer Lösung zu kommen. Manchmal eröffnete das Miteinander die einzige Möglichkeit, im Lösungsprozess weiter zu kommen.

5.4 Förderung der Problemlösekompetenz mit Hilfe offener Aufgabenformate

In diesem Abschnitt soll geklärt werden, ob die Arbeit mit offenen Aufgabenformaten einen Fortschritt in der Problemlösekompetenz bewirkt. Dazu ist zuerst notwendig, die Abstufungen in der Problemlösekompetenz zu kategorisieren. Anschließend werden die einzelnen Lösungsstrategien der Kinder erhoben und zwischen Experimental- und Kontrollgruppe verglichen.

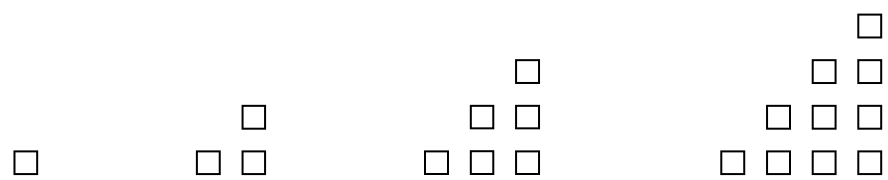
5.4.1 Kategorien von Lösungsstrategien

Wie bereits im Abschnitt 4.4 „Erfassen des Lernstandes Anfang Juni“ beschrieben, erhielten sieben leistungsstarke Kinder der Experimental- und zehn Kinder der Kontrollgruppe Problemlöseaufgaben (siehe Anhang 9). Diese Aufgaben sind so konzipiert, dass bei den ersten beiden Aufgaben Anzahlen in einem überschaubaren Zahlenraum gefunden werden müssen, somit kann reines Abzählen durchgeführt werden. Bei den weiteren zwei Aufgaben, die sich auf den Größenbereich Geld beziehen, muss gerechnet werden. Manche Kinder verwendeten das zur Verfügung gestellte Rechengeld oder zeichneten den Sachverhalt.

Die ermittelten Kategorien von Lösungsstrategien werden anhand von Fallbeispielen vorgestellt. Die Aufgabe „Würfel legen“ (siehe Abbildung 18) bietet sich an, weil alle vier kategorisierten Lösungsstrategien aufscheinen.

1. Aufgabe: Würfel legen

1.1 Wie viele Würfel hat die nächste Figur, die 5 Würfel in der untersten Reihe hat?



1	3	6	10	

1.2 Aus wie vielen Würfeln besteht eine Figur, wo in der untersten Reihe 10 Würfel liegen? ____ Würfel

Abbildung 18: Beispiele von Problemlöseaufgaben

Folgende Kategorien von Lösungsstrategien traten beim Lösen der Aufgaben auf.

A Zeichnen/Legen und Abzählen

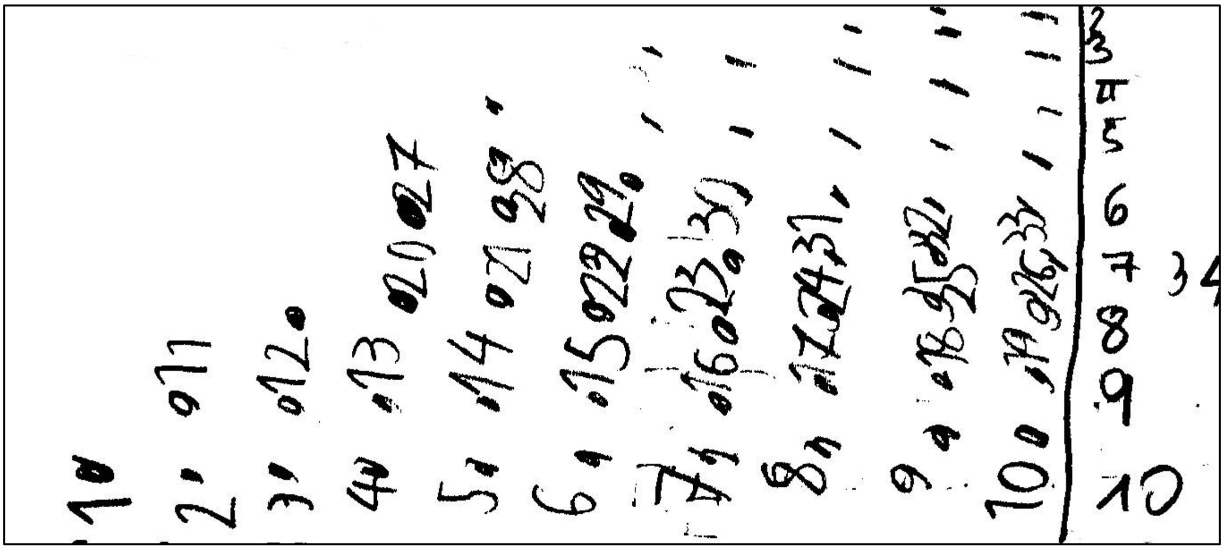


Abbildung 19: Lösungsstrategie Zeichnen/Legen und Abzählen

Michael zeichnet die einzelnen Reihen auf, schreibt auf der Seite die Anzahl der Würfel dazu. Dann nummeriert er, indem er das Blatt um 90º dreht, die einzelnen symbolisierten Würfel. In der dritten Reihe, neben „12“, fehlt eine Nummerierung. Sie wurde offensichtlich vergessen. Daneben, am Ende der vierten Reihe, schreibt Michael die fehlende „34“ dazu. Die letzten Anzahlen werden addiert. Michael löst die Aufgabe richtig.

Das Beispiel in Abbildung 19 zeigt, wie dieser Bub im Laufe des Bearbeitens der Aufgabe vom etwas mühsamen Weg des Zählens auf die schnellere, jedoch abstraktere Strategie des Rechnens wechselt.

B Zeichnen/Legen und Rechnen

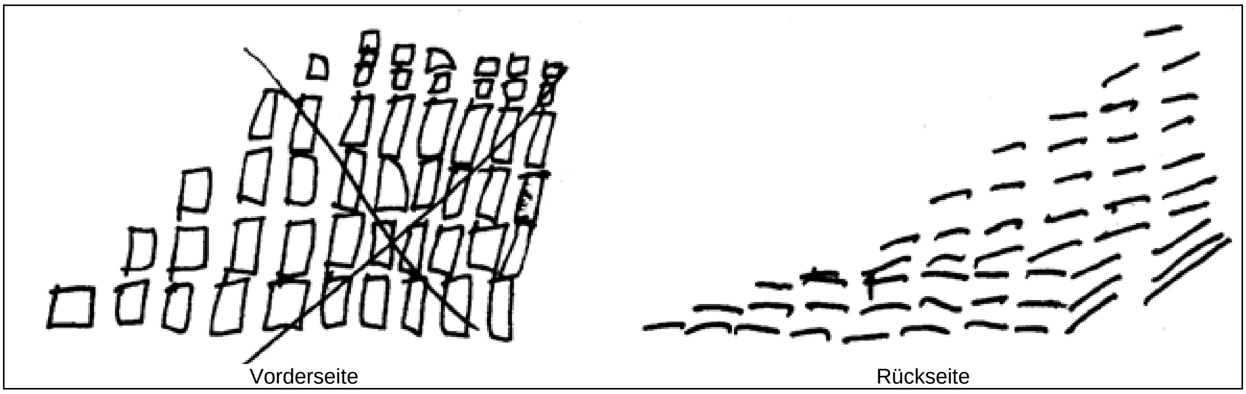


Abbildung 20: Lösungsstrategie Zeichnen/Legen und Rechnen

Sebastian beginnt auf der Vorderseite mit der Skizze, da ist aber zu wenig Platz. Dann setzt er auf der Rückseite des Blattes fort, in einer rationelleren Art zu zeichnen, nämlich mit Strichen. Er beginnt oben zu zeichnen. Die letzten Striche sind nicht mehr in der Reihe, sie sind offensichtlich zur Problemlösung nicht mehr relevant. Das Kind rechnet dann mit Hilfe der Skizze 1 + 2 + 3 + 4 + -------+ 10. Sebastian löst die Aufgabe richtig.

Hier ist zu sehen, dass das aufwändige Zeichnen, in einem zweiten Versuch, der allerdings durch den fehlenden Platz begründet war, durch eine einfachere Vorgangsweise ersetzt wurde. Gesamt betrachtet wird nur mehr die Situation skizziert, das Ermitteln der Anzahl erfolgt rechnerisch.

C Rechnen ohne zu zeichnen/legen

Magnus schreibt zuerst: 19 / 27 / 34 / 40 / 45 / 49 / 52 / 54 / 55. Er radiert dann aber wieder aus und schreibt nur das richtige Ergebnis „55“ hin.

Das Kind hat also ohne Skizze gerechnet: 10 + 9 →19 + 8 → 27 + 7 → 34 + 6 →40 + 5 → 45 + 4 → 49 + 3 → 52 + 2 → 54 + 1 → 55

D Logisches Schlussfolgern

Severin zeichnet zuerst (16) Würfel auf, die er dann aber wieder ausradiert, und sagt: „Das müssen doppelt so viele sein, also 30!“ Severin folgert, aber nicht richtig.

Severin überlegte: Wenn bei 5 Würfeln in der untersten Reihe insgesamt 15 Würfel sind, dann sind bei der doppelten Anzahl in der untersten Reihe insgesamt doppelt so viele Würfel. Diese auf einen linearen Zusammenhang hinausgehende Überlegung ist bei diesem Beispiel keine passende Denkstrategie.

5.4.2 Unterschiedliche Problemlösestrategien

In den nachfolgenden Ausführungen wird der Frage nachgegangen, wie oft welche der im vorigen Abschnitt aufgezeigten Typen von Strategien verwendet wurden.

Die Abbildung 21 zeigt die Häufigkeit der vier verschiedenen Lösungsstrategien beim Bearbeiten des Beispiels 1.2.

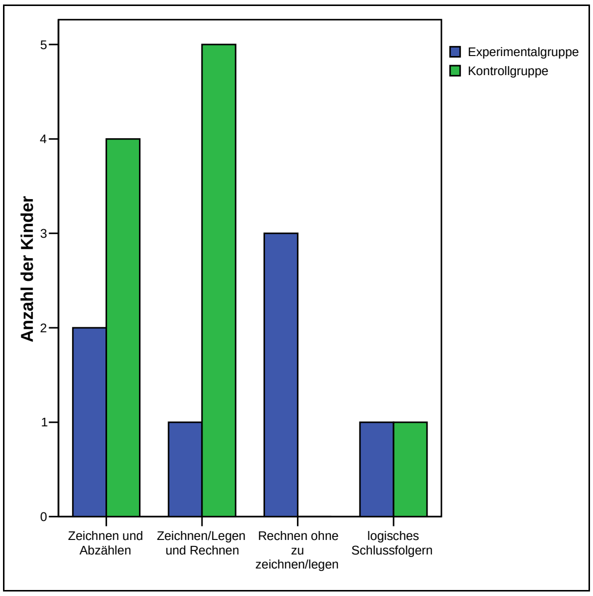


Abbildung 21: Lösungsstrategien bei der Problemlöseaufgabe „Legen von Würfeln“

Kinder der Experimentalgruppe, die im Zahlenforscherheft arbeiten, bevorzugen Lösungsstrategien, die einen höheren Abstraktionsgrad aufweisen. Die Strategie „Rechnen ohne zu zeichnen/legen“ verwendeten nur Kinder der Experimentalgruppe. Allerdings treten relativ viele Fehllösungen auf, wie der Tabelle 5 zu entnehmen ist.

Strategie-Code	Strategie	Anzahl der **richtig gelösten** Aufgaben		Anzahl der **falsch gelösten** Aufgaben	
		Experimentalgruppe	Kontrollgruppe	Experimentalgruppe	Kontrollgruppe
	Zählen				
A	Zeichnen und Abzählen	0	3	2	1
	Rechnen				
B	Zeichnen/Legen und Rechnen	1	5	0	0
C	Rechnen ohne zu zeichnen/legen	2	0	1	0
	Logisches Schlussfolgern				
D		0	0	1	1
	Gesamt:	**4**	**7**	**4**	**2**

Tabelle 5: Lösungsstrategien bei der Problemlöseaufgabe „Legen von Würfeln“

Die folgende Tabelle 6 und die Abbildung 22 zeigen die Anzahl der verwendeten Lösungsstrategien, die bei der Bearbeitung der vier Aufgaben auftraten. Obwohl in der Kontrollgruppe drei Kinder mehr sind, ist ein deutlicher Überhang von abstrakteren Lösungsstrategien in der Experimentalgruppe zu erkennen.

Strategie-Code	Strategie	Anzahl der **richtig gelösten** Aufgaben		Anzahl der **falsch gelösten** Aufgaben	
		Experimentalgruppe	Kontrollgruppe	Experimentalgruppe	Kontrollgruppe
	Zählen				
A	Zeichnen und Abzählen	2	8	3	2
	Rechnen				
B	Zeichnen/Legen und Rechnen	5	13	3	5
C	Rechnen ohne zu zeichnen/legen	9	4	8	1
	Logisches Schlussfolgern				
D		1		1	1
	Gesamt:	**17**	**25**	**15**	**9**

Tabelle 6: Verwendete Strategien beim Lösen von Problemaufgaben

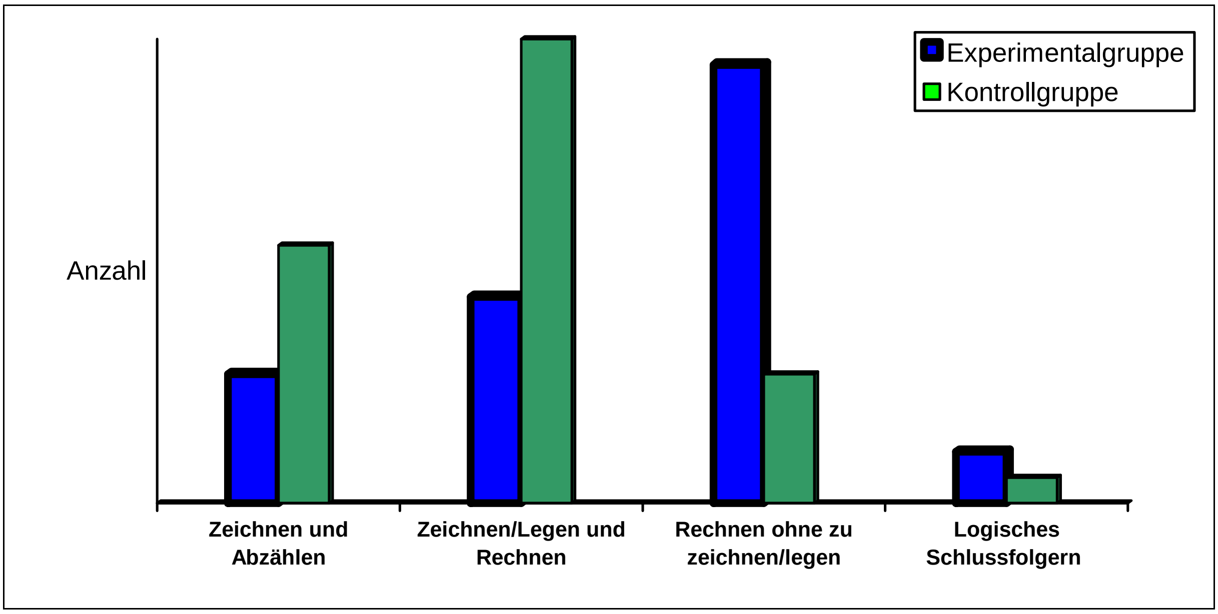


Abbildung 22: Verwendete Strategien beim Lösen von Problemaufgaben

Insgesamt zeigt sich bei der Bearbeitung aller vier Beispiele, dass die sieben Kinder, welche im Rahmen des Unterrichts offene Aufgabenformate bearbeiteten, abstraktere Strategien verwenden, aber auch weniger Aufgaben richtig lösen.

5.5 Buben und Mädchen

Nachdem das Projekt sich gesamt als sehr komplex zeigt, ist in den primären Zielen keine genderspezifische Komponente eingeplant. Gemäß der Anregung im Startworkshop, *„Reflexion über stereotype Bilder und Bedingungen einzubeziehen"*[7] möchten wir Ergebnisse, die beim Erfassen des Lernstandes auffielen, darstellen.

Im Oktober 2004 wurde der Lernstand von bereits im Unterricht erarbeiteten additiven Rechenoperationen im Zahlenraum 30 und noch nicht erarbeiteter Rechenoperationen im Zahlenraum erfasst. Betrachtet man die Leistungen von bereits im Unterricht durchgeführten Rechnungen, so zeigt sich keinerlei Unterschied. Buben und Mädchen bringen gleichwertige Ergebnisse. Anders ist dies bei der Bearbeitung der additiven Rechenoperationen im Zahlenraum 100, welche im Unterricht noch nicht thematisiert wurden. Hier zeigen die Buben wesentlich bessere Leistungen, wie in der folgenden Tabelle 7 und Abbildung 14 zu sehen ist.

		Gesamtpunkteanzahl						Gesamt
		4	6	7	8	9	10	
Geschlecht	männlich	1	2	1	2	10	13	29
	weiblich	0	0	2	6	6	9	23
Gesamt		1	2	3	8	16	22	52

Tabelle 7: Additive Rechenoperationen im Zahlenraum 100 ausgewertet nach Geschlecht

[7] Begleitpapier von Soswinski, Sylvia & Seidl, Bettina „Die IMST 3 GM/GS-Stelle stellt sich vor" vom Startup-Workshop in Klagenfurt am 24. Sept. 2004

Additive Rechenoperationen im Zahlenraum 100

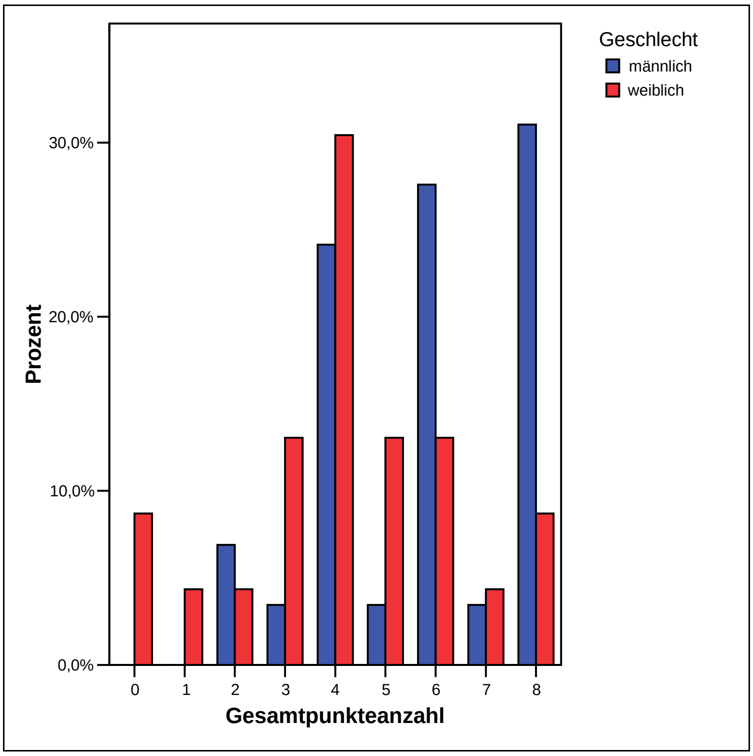


Abbildung 23: Additive Rechenoperationen im Zahlenraum 100 bezüglich Geschlechts

Es stellt sich die Frage, wie es zu diesem auffallenden Ergebnis kommen kann. Das Beispiel eines Mädchens soll die Situation etwas „erhellen".

Stellvertretend, auch für andere Mädchen, soll Brigitte[8] vorgestellt werden. Brigitte erreichte im gesamten Aufgabenbereich 20 Punkte, dies entspricht einer Leistung im mittleren Bereich. Brigitte wurde von einer Studierenden folgendermaßen beschrieben:

Brigitte wirkte auf mich unsicher und nervös. Bevor Brigitte etwas tat, hat sie immer genau und mehrmals nachgefragt. Dadurch entstand für mich der Eindruck, dass sie Angst hatte, etwas falsch zu machen. Insgesamt kam sie mir vorsichtig und eher unselbständig vor.

Brigitte tat sich bei Plusrechnungen eigentlich leicht und bewältigte die Rechnungen bei Aufgabe 1 schnell und richtig. Bei den Minusrechnungen - also bei Aufgabe 2 - dauerte die Lösung schon länger. Die beiden Ergänzungsaufgaben hat sie gar nicht mehr geschafft. Sie musste bei jeder Rechnung intensiv überlegen, um auf das Ergebnis zu kommen.

Die Bewältigung der Aufgabe 4 (offene Aufgabenstellung) dauert sehr lange. Auffällig ist, dass Brigitte nur Plusrechnungen erfindet und damit auf sicherem Terrain bleibt.

Die Aufgabe 35 + 4 wird von Brigitte erstaunlich schnell und ohne zu zählen gelöst. Bei 23 + 35 verwendet die Schülerin die Rechenschachtel. Um zum Ergebnis zu kommen, zählt Brigitte jeden einzelnen Einerwürfel ab und schreibt dann doch das falsche Resultat (59) hin.

---

[8] Name wurde geändert

Brigitte war im Allgemeinen sehr zögerlich und wenig gesprächig.

Bei den insgesamt 29 Buben ist keine einzige Beschreibung zu finden, die ein derart schüchternes, unsicheres Auftreten erkennen lässt.

Im Juni 2005 wurden nur Aufgaben gestellt, die bereits im Unterricht gerechnet wurden. Es tritt keinerlei erwähnenswerter Unterschied zwischen Buben und Mädchen auf.

5.6 Förderdiagnostische Kompetenz bei Studierenden

Die Studierenden haben den Lernstand der Kinder erfasst, gedeutet und dokumentiert. Zusätzlich teilten die Studierenden ihre subjektiven Eindrücke über diese Seminargestaltung schriftlich mit. Als Verfahren wurde eine halbstandardisierte qualitative schriftliche Befragung gewählt, bei der Fragen bzw. Aufforderungen ohne vorgegebene Antwortalternative gestellt werden. Schriftliche Befragungen sind zwar weniger spontan, haben aber den Vorteil, dass sie besser durchdacht und erschöpfender sind. (Vgl. Bortz & Döring, 2002, S. 308)

Folgende Aufforderungen wurden an die Studierenden gestellt, die von ihnen schriftlich zu beantworten waren (siehe Anhang 3 und Anhang 8):

Versuchen Sie festzuhalten, inwieweit Sie

- bei der Durchführung und
- bei der Auswertung für sich selbst profitiert haben?

Oder anders formuliert: Was haben Sie selbst dabei gelernt?

Die Antworten wurden mit Hilfe einer qualitativen Inhaltsanalyse bearbeitet. Ziel ist, die sofort ersichtlichen oder nicht sofort erkennbaren Inhalte des Materials in ihrem sozialen Kontext und Bedeutungsfeld zu interpretieren, wobei vor allem die Perspektive der Studierenden herausgearbeitet wird. (Vgl. Bortz & Döring, S. 329)

Die Stellungnahmen der einzelnen Studierenden wurden von einer Absolventin der Pädagogischen Akademie, einer Diplompädagogin auf eine überschaubare Kurzversion reduziert und inhaltlich strukturiert. Die Kernaussagen wurden von der Projektleiterin nochmals verdichtet (zusammenfassende Inhaltsanalyse).

Hauptaugenmerk wurde laut Forschungsfrage darauf gelegt, welche Lern- und Erkenntnisprozesse sich bei Studierenden entwickeln. Um dies möglichst authentisch darzustellen, wurden relativ viele Zitate der Studierenden eingefügt, um die verschriftlichten Gedanken darzustellen.

Die Kernaussagen der Studierenden lassen sich zu folgenden Komplexen zusammenfassen:

Komplexe	Kernaussagen	Zitate
Differenzierung und Individualisierung	Unterschiede bezüglich Leistung und Lernstrategien innerhalb der Klassen sind enorm, daher Differenzierung (Blick auf Profession)	*„Außerdem habe ich jetzt erst richtig erkannt, wie unterschiedlich die Kinder in ihrem Lernstand sind und wie wichtig es ist, dass man in der Klasse differenziert." (2. Semester)*

Komplexe	Kernaussagen	Zitate
	Differenzierung und Individualisierung ist erforderlich, damit wirklich jedes Kind optimal profitiert. (Blick auf Individuum)	
Förderdiagnostisches Vorgehen	Notwendigkeit, den Lernstand der Kinder zu erfassen, um Differenzierung und damit Förderung durchführen zu können.	*„Ich glaube die intensive Auseinandersetzung mit dem einzelnen Kind und dessen Gedankengänge kann als sehr aufschlussreicher Ausgangspunkt für die Förderung (Schwach- <u>und</u> Hochbegabung) dienen.“ (5. Semester)*
	Regelmäßige diagnostische Sitzungen ermöglichen ein individuelleres Eingehen auf die Kinder.	*„Ich denke es ist öfters notwendig [...], die Schüler [...] beim Arbeiten zu beobachten und einiges über ihre Strategien und Vorgehensweisen zu lernen, um besser innerhalb der Klasse zu individualisieren, differenzieren und fördern zu können.“ (5. Semester)*
	Die analysierten Lernstandserfassungen erleichtern ein auf das Kind abgestimmte Vorgehen.	*„Durch die Auswertung konnte ich die Denkweise der Schülerin beim Lösen einer mathematischen Aufgabe verstehen. Kenne ich diese, kann ich aufgrund dieser Basis Denkfehler mit dem Kind besprechen und beheben.“ (5. Semester)*
	Die intensive Beobachtung eines einzelnen Kindes ermöglicht das Nachvollziehen der Denk- und Lösungsschritte.	*„Zum ersten Mal konnte ich ein Kind beim Rechnen sehr intensiv beobachten; aus seiner Mimik und Gestik die Gedanken des Schülers versuchen zu erraten (ob es ihm schwer oder leicht fällt)“ (2. Semester)* *„Durch die Konzentration auf ein Kind – ohne Zeitdruck – bekam ich die Möglichkeit mich auf dieses Kind einzustellen und seine Lösungsstrategien zu beobachten.“ (5. Semester)*
	Im Kontakt mit dem einzelnen Kind den Lösungsweg zeigen lassen.	*„Ich persönlich habe gelernt, dass es gar nicht so einfach ist, nachzuvollziehen wie Kinder genau rechnen. Man muss dafür viel mit ihnen sprechen.“ (5. Semester)*
	Die Denk- und Lösungswege ermitteln, aber nicht korrigieren.	*„Mir wurde bei der Durchführung des Interviews bewusst, wie schwierig es ist das Kind in seinem Tun nicht zu beeinflussen und somit das Ergebnis nicht zu verfälschen.“ (5. Semester)*
	Das verbalisierte Denken, wie z. B. lautes Vorrechnen, ermöglicht ein besseres Hineindenken in das Kind.	*„Gut fand ich, dass wir das Kind auch einiges erklären ließen und somit nicht nur interpretiert werden musste“ (5. Semester)*

Komplexe	Kernaussagen	Zitate
	Unterschiedliche Denkweisen, Schwierigkeiten und Rechenstrategien erkennen.	
	Eine anschließende Auseinandersetzung ohne Kind trägt zur weiteren Klärung der Denk- und Lösungsstrategien bei.	*„Auch bei der Auswertung habe ich für mich selbst profitiert, weil ich alles noch einmal überdacht habe und mir noch einige „Gedankengänge“ des Kindes klar geworden sind.“ (2. Semester)*
Konsequenzen für den eigenen Unterricht	Kommunizieren trägt zum Verständnis von Mathematik bei.	*„Auf jeden Fall sollte man als Lehrerin den Kindern die unterschiedlichen Lösungsstrategien auch bewusst näher bringen und sie fördern.“ (2. Semester)* *„Bei der Durchführung ist mir aufgefallen, dass man die Leistung eines Kindes positiv beeinflussen kann/könnte, wenn man gleich nach der Lernstrategie fragt, bzw. Strategien mit dem Kind diskutiert. Dann rechnet das Kind konzentrierter bzw. greift Ideen oder Anregungen gleich am konkreten Beispiel auf.“ (2. Semester)*
	Verschriftlichte Handlungsanweisungen für die Lehrperson erleichtern die Umsetzung.	*„Für mich war die Beobachtung und die anschließende Befragung des Kindes sehr hilfreich, da ich durch die Beobachtungsaufgaben konkrete Richtlinien bekam, die mir auch später in der Unterrichtspraxis wertvolle Hilfestellung sein werden. (5. Semester)*
	Kinder motivieren, mehr Fragen zu stellen.	
	Bei Problemen Hilfestellungen geben.	
	Veranschaulichungsmittel sind nicht immer eine Hilfe.	
	Kinder rechnen und arbeiten lieber ohne ununterbrochene Kontrolle.	*„Den Schülern während einer Arbeit nicht sagen zu müssen, was sie falsch gerechnet haben, kann für Kinder sehr motivierend sein. Als ich noch zur Volksschule ging, fand ich es sehr arbeitsbremsend, wenn ich ununterbrochen kontrolliert und ausgebessert worden bin“ (5. Semester)* *Weiters finde ich es eine tolle Idee, die Kinder so frei wie möglich und ohne Druck rechnen zu lassen“ (5. Semester)*

Komplexe	Kernaussagen	Zitate
	Eigene Strategien der Kinder zulassen.	*„Die Durchführung hat mir besonders gezeigt, dass nicht nur meine Strategie richtig ist, sondern, dass jeder seinen eigenen Weg zur richtigen Lösung finden muss. ...“ (2. Semester)*
Denk- und Lösungsstrategien der Kinder	Kinder verwenden je nach Aufgabe verschiedene Rechenstrategien. Einblicke in das Lösen durch Nutzung einer Hilfsaufgabe.	*„Interessant war auch zu sehen, dass die Kinder immer unterschiedliche Rechenstrategien verwendet haben, und sich gerade diejenige ausgesucht haben, die bei einer Rechnung für sich selbst am geeignetsten ist.“ (2. Semester)*
	Kinder greifen bei schwierigeren Aufgaben auf einfache Strategien zurück.	*„Ich habe bei der Durchführung auch gemerkt, dass die Kinder, wenn sie an ihre Grenzen stoßen ohne Hilfe zu bekommen, gerne wieder zu einfacheren, vertrauten Rechnungen greifen.“ (2. Semester)*
	Der Einblick in das Denken erstaunt.	*„Es war wirklich sehr interessant zu hören, wie Kinder so „denken“. (2. Semester)*
Stellung der Kinder zur Mathematik und zum Mathematikunterricht	Kinder schätzen Rechnungen mit großen Zahlen als schwierig ein, auch wenn sie diese richtig lösen.	*„Vor allem interessant war, wie Kinder sich selbst einschätzen, d.h. welche Rechnungen sie als schwierig und welche sie als leicht einstufen. Viele Kinder halten nämlich Rechnungen mit großen Zahlen als schwierig, auch wenn sie diese lösen können. Ich konnte beobachten, dass die Kinder sich relativ gut einschätzen können, d.h. sie wissen, wo sie sich schwer getan haben.“ (5. Semester)*
	Kinder können mehr als man ihnen zutraut.	*„Es hat mich persönlich überrascht, dass die zwei Kinder, mit denen ich gearbeitet habe, schon weiter rechnen können als sie in der Schule gelernt haben.“ (5. Semester)*
Stellung der Lehrperson zur Mathematik und zum Mathematikunterricht	Die Reflexion der eigenen mathematischen Denk- und Lösungsstrategien erweitern die Sicht auf den Mathematikunterricht. (Blick auf Profession) Der Austausch innerhalb der Peer-Group (Lehrkörper innerhalb der Schule; Seminargruppe innerhalb der Pädagogischen Akademie) erweitert das Wissen.	*„Mir sind Denkweisen, Probleme und Möglichkeiten beim Rechnen klar geworden, die mir vorher nie bewusst gewesen wären. Auch habe ich hier erstmals begonnen darüber nachzudenken, wie ich eigentlich selbst rechne und mir wurde erst bewusst, welche Gründe meine persönlichen Schwierigkeiten im Mathematikunterricht ausgelöst haben könnten.“ (5. Semester)*

Komplexe	Kernaussagen	Zitate
Fehler im Mathematikunterricht	Fehler hinterfragen und analysieren, um den Wissensstand zu erfassen. Die meisten Fehler der Kinder sind keine Aufmerksamkeitsfehler, sondern Strategiefehler.	*„Bevor ich die Lernstandserfassung machte, waren für mich falsche Rechenergebnisse der Kinder schlicht und einfach „nicht richtig“. Durch das laute Denken des Kindes während des Rechnens konnte ich Einblick in die Denkvorgänge bekommen. Ich konnte die Rechenschritte mitverfolgen und auf diese Weise nachvollziehen, wie es auf die richtigen bzw. falschen Ergebnisse kam. Was auf den ersten Blick „völlig falsch“ aussieht, ist oft richtig gedacht, nur leider falsch zu Papier gebracht.“ (2. Semester)*
	Entstehung der Fehler erkennen und Möglichkeiten entwickeln, diese zu vermeiden. Sowohl schwächere als auch begabte Kinder neigen zu Fehlern.	*„Im Nachhinein bei der Auswertung […] war es spannend für mich zu erkennen, dass die Fehler, von denen ich zunächst dachte, dass sie unabhängig voneinander wären, doch Gemeinsamkeiten aufwiesen. Als Lehrerin ist eine solche Fehleranalyse sicherlich sehr hilfreich, da die Fehlerquellen gezielt angesprochen und so hoffentlich in Zukunft vermieden werden können.“ (2. Semester)*
Sachrechnen	Sachrechnen zeigt sich als ein sehr schwieriger Teilbereich des Mathematikunterrichts. Kinder müssen die inhaltliche Struktur erkennen, bevor sie rechnen.	*„Bei diesem Kind habe ich gelernt, dass Kinder in der Volksschule sehr gut wissen, dass sie bevor sie rechnen gut nachdenken müssen. Diese Sachaufgaben fallen den Kindern dann besonders schwer, wenn sie den Inhalt nicht verstehen. Das ist meiner Meinung nach in diesem Gebiet die größte Gefahr.“ (5. Semester)*

Die Studierenden sehen den allgemeinen didaktischen Grundsatz *Individualisieren, Differenzieren und Fördern* (Lehrplan der Volksschule, 2000, S. 46) als unabdingbar an. Den Zitaten ist zu entnehmen, dass besonders Studierende des zweiten Semesters die Unterschiede im Leistungsvermögen der einzelnen Kinder erstaunten. Förderdiagnostisches Vorgehen wird als Voraussetzung gesehen, überhaupt differenzieren und fördern zu können. Die Arbeit mit dem Kind und das Erkennen des Denk- bzw. Lösungsweges fassen viele Studierende als größten Gewinn auf, teils wird dies affektiv notiert, wie z. B. „Freude“, dem Kind zuschauen und fragen zu können. Andrerseits sehen Studierende es als schwierig an, den Denkweg nachzuvollziehen, besonders bei Kindern, die sich eher wortkarg zeigen.

Gesamt ergeben die Kernaussagen der ca. 100 Studierenden eine kompetente Übersicht über förderdiagnostisches Vorgehen. Die Aussagen eignen sich als „Check-Liste“, um im schulischen Bereich den Blick auf das Kind zu werfen. Die Argumente der Studierenden finden sich großteils auch in den Argumenten von Jens Holger Lorenz[9], der für eine individualisierende, dem Kind entsprechende Unterrichtskultur eintritt. Die Lehrperson sollte sich zurückhalten, permanent eingreifen zu wollen, um die

[9] Quelle: http://www.grundschule.bildung-rp.de/gs/mathematik/interviewlorenz3.html vom 20. Juli 2005

Fehler zu korrigieren. Fehler sind produktiv für das kindliche Denken. Die Lehrperson muss stattdessen ein „diagnostisches Auge" auf die Kinder und ihre Denkwege werfen.

6 LERNEN KINDER VON STUDIERENDEN BZW. LERNEN STUDIERENDE VON KINDERN?

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, einerseits mathematisch leistungsstarke Kinder im Klassenverband zu fördern und andrerseits bei Studierenden der Volksschullehrerausbildung förderdiagnostische Kompetenz zu entwickeln. Begünstigt durch die Situation an Pädagogischen Akademien, wo theoretische Inhalte und praktische Umsetzungen zeitlich und räumlich verbunden werden können, profitieren Volksschulkinder von Studierenden durch angemessene Förderung. Aber auch umgekehrt bereichern Volksschulkinder. Sie sind Experten des eigenen Denkens, das sie den Studierenden mitteilen, die dadurch förderdiagnostische Kompetenz erwerben.

Inwieweit haben die Kinder durch die Arbeit der Studierenden profitiert?

Das offene Arbeiten mit den Karteikarten und das Notieren in den Zahlenforscherheften erlaubte ein sehr selbständiges Arbeiten der Kinder, relativ unabhängig vom Klassenverband und der Klassenlehrerin, ohne jegliches Warten auf die langsameren Mitschülerinnen und Mitschüler. Diese Unterrichtsform kam den Kindern sehr entgegen. Sie arbeiteten oft im Team, spornten sich gegenseitig an, aber halfen sich auch gegenseitig. In einer Umfrage, die die Studierenden während der Arbeit mit den Kindern durchführten, nannten die Kinder vorwiegend intrinsische Argumente, wie schwierigere Aufgaben als im Klassenverband und Erfinden von Aufgaben als Vorteil der Arbeit. Die von uns erwartete Vermutung, dass leistungsstarke Kinder, wenn sie fordernde Aufgabenstellungen angeboten bekommen, Leistungen zeigen, die weit über das herkömmliche Curriculum hinausgehen, kann bestätigt werden.

Das vom Projektteam erhoffte Verschriftlichen der Lösungswege fand dagegen kaum statt. Dies ist einerseits tradiert nicht üblich und daher von den Studierenden auch nicht forciert eingefordert worden und andrerseits beginnen Zweitklässler, auch wenn sie leistungsstark sind, vorerst mit einfachen Texten in Deutsch. Verschriftlichungen der Lösungswege sind auf der Grundstufe 1, auch von leistungsstarken Kindern, nicht zu erwarten.

Erklärtes Ziel im Volksschulbereich war, bei leistungsstarken Kindern die Problemlösekompetenz zu erhöhen. Wie im Abschnitt 5.4 *Förderung der Problemlösekompetenz mit Hilfe offener Aufgabenformate* bereits beschrieben, verwendeten die leistungsstarken Kinder der Experimentalgruppe bei Aufgaben mit Problemlösecharakter abstraktere Strategien als die leistungsstarken Kinder der Kontrollgruppe. Dies erhöhte aber auch die Fehlerquote bezüglich richtiger Lösungen in der Experimentalgruppe. Es bleibt offen, ob es besser ist, Lösungsstrategien auf konkreter Basis zu forcieren, um zu richtigen Ergebnissen zu kommen oder abstrakte Lösungsstrategien zuzulassen mit der Hoffnung, dass die Fehllösungen bei fortschreitender gedanklichen Durchdringung sich verringern. Inwieweit sich die vermehrte Fehlerhäufigkeit negativ auswirkt, kann im Nachfolgeprojekt evaluiert werden.

Gesamt gesehen entwickelten die Kinder während dieses Schuljahres einen eigenständigeren Weg zur Mathematik mit abstrakteren Lösungsstrategien.

Leistungsstarke Kinder, die im Klassenverband offene Aufgabenformate weitgehend allein bearbeiten, arbeiten im Team, entwickeln einen eigenständigeren Weg zur Mathematik, verwenden abstraktere Lösungsstrategien, haben aber weniger richtige Lösungen.

Inwieweit haben die Studierenden von der Arbeit mit den Kindern profitiert?

Die Studierenden erstellten, betreut von der Klassenlehrerin, recht gehaltvolle Karteikarten. Sie konnten sehr gut die Lernschritte sequenzieren und die Kinder konnten mühelos allein damit arbeiten. Die Interviews beinhalten informative Aussagen der Kinder bezüglich Organisation, wie das Vorgehen beim Arbeiten oder die bevorzugten Aufgabenformate. Das Heben der Denk- und Lösungsstrategien gestaltete sich schwieriger. Nachdem die Aufgabenformate auch für die Studierenden neu waren und sie sich diese mehr oder weniger im Vorfeld erarbeiten mussten, blieb für ein gehaltvolles Gespräch bezüglich Denk- und Lösungsstrategien trotz vorbereiteter Leitfragen weniger Substanz übrig.

Gesamt waren die Studierenden positiv überrascht über das Wissen und die Strategien der leistungsstarken Kinder. Die Erfahrungen mit leistungsstarken Kindern vergrößerten die Dimensionen in der Sicht bezüglich des einzelnen Individuums. Nach wie vor erhalten im normalen Schulbetrieb diese Kinder kaum Aufmerksamkeit. Die Studierenden, die an diesem Projekt teilnahmen, sind sicherlich begeisterte Vertreterinnen in der Profession bezüglich Begabungsförderung.

Während in das Begabungsförderungsprojekt ungefähr 40 Studierende eingebunden waren, erfassten den Lernstand der Kinder insgesamt ungefähr 100 Studierende. Das Erfassen des Lernstandes verlief für alle Beteiligten sowohl im Winter- als auch im Sommersemester sehr erfolgreich. Die Studierenden schafften es, keine Prüfungssituation entstehen zu lassen. Die Kinder und die Studierenden verstanden sich gegenseitig als voneinander Lernende. Die Kinder gaben bereitwillig Auskunft über ihren Wissensstand. Die Studierenden konnten auch recht kompetent Strategien erfragen. Die Autorinnen führen dies darauf zurück, dass im Gegensatz zu den Aufgabenformaten, wo der Inhalt neu war, die additiven Rechenoperationen im Zahlenraum 100 tradierter Lehrstoff der Volksschule ist. So hatten die Studierenden, auch durch das zusätzliche Literaturstudium, sämtliche kognitive Strukturen parat, um gezielte Fragen oder Impulse zu stellen.

Erklärtes Ziel in der Lehrerbildung war eine Steigerung der Kompetenz bezüglich Förderdiagnostik, einerseits in der kognitionsanalytischen Begleitung der Kinder, andrerseits in der Einstellung der zukünftigen Lehrerinnen und Lehrer, individualisierende Unterrichtsformen zu bevorzugen.

In den Reflexionsrunden, die nach dem Erfassen des Lernstandes stattfanden, und auch in den schriftlichen Ausführungen erstaunten viele Beiträge, wie eingehend und tiefschürfend sich die Studierenden mit dem Denken der Kinder auseinandersetzten.

Einen Einblick gewährt der Abschnitt 5.2 *Ein Blick „hinter die Kulissen" - Vorstellungen über Zahlen und Rechenoperationen.*

In der Stellungnahme zum eigenen Lernprozess heben die Studierenden besonders hervor, dass der Blick des Lehrers oder der Lehrerin viel stärker sich auf das Denken der Kinder und darauf, wie Kinder Probleme lösen, richten sollte. Kinder denken anders. Man sollte sich auf das unterschiedliche Denken einlassen und es beobachten, ohne es gleich korrigieren und verändern zu wollen. Es ist eher eine Einstellungssache, dass man Kindern gegenüber eine gewisse Toleranz auch im Denken und im Lösen von Rechenaufgaben entgegenbringt.

Der pädagogische Drang, sofort eingreifen zu müssen, ist ziemlich schlecht, weil man den Kindern die Möglichkeit nimmt, Situationen selbst zu untersuchen, dabei Entdeckungen zu machen und sie damit selbst zu verstehen.

Studierende, die sich intensiver mit den individuellen Denkprozessen der Kinder auseinandersetzen, bestätigen, dass der allgemeine didaktische Grundsatz des Lehrplans „Individualisieren, Differenzieren und Fördern" unabdingbar ist, sehen den Fehler im Mathematikunterricht als Chance und nicht als Misserfolg und ziehen mannigfach auf das Kind abgestimmte Konsequenzen für den Unterricht.

Die Annahme, dass den Studierenden die großen Unterschiede im Leistungsstand einer Klasse mehr bewusst werden, kann bestätigt werden. Inwieweit die zukünftigen Lehrerinnen und Lehrer die Gleichschrittigkeit des Unterrichts hinterfragen und nachhaltigere Maßnahmen zur Differenzierung aufgreifen, bleibt offen und könnte nur bei den Junglehrerinnnen und -lehrern in ein paar Jahren evaluiert werden.

7 AUSBLICK

Das Projektteam plant, die Förderung mathematisch leistungsstarker Kinder auch in der Grundstufe 2 durchzuführen. Das Projekt für die nächste (3.) Schulstufe ist zum Zeitpunkt des Verfassens des Endberichts bereits genehmigt. Der gleichzeitige Blick auf die förderdiagnostische Kompetenz der Studierenden soll im Nachfolgeprojekt noch mehr Gewicht erhalten. Vor allem sollen mehr die Kognitionen der Studierenden beim Erfassen der Lernstände miteinbezogen werden. Datenmaterial steht schon jetzt zur Verfügung, allein die Zeit der Auswertung fehlte bei diesem Projekt.

Der in dieser Arbeit nur kurz angerissene Blick in die Gender-Perspektive wäre eine eingehendere Auseinandersetzung wert. Interessant wäre es, der vom Projektteam vorsichtig formulierten Vermutung, dass sich Mädchen in diesem frühen Schulalter weniger zutrauen, genauer nachzugehen.

8 LITERATUR

Begehr, Astrid (2003). „Wer nicht fragt, bleibt dumm!“ - Eine Analyse von TIMSS-Video-Daten zu Qualität und Quantität verbaler Schülerpartizipationen. In: Henn, Hans-Wolfgang (2003). Beiträge zum Mathematikunterricht. S. 93 - 96. Hildesheim, Berlin: Franzbecker

Birnstengel-Höft, Ute & Feldhaus, Anne (2003). Gute Aufgaben in der Lehrerausbildung und -weiterbildung. In: Ruwisch, Silke & Peter-Koop, Andrea (Hrsg., 2003). Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule. S. 196 - 210. Offenburg: Mildenberger

Bortz, Jürgen & Döring, Nicola (2002/3). Forschungsmethoden und Evaluation. Berlin, Heidelberg: Springer

Bortz, Jürgen & Lienert, Gustav A. (2003/2). Kurzgefasste Statistik für die klinische Forschung. Berlin, Heidelberg, New York, Hongkong, London, Mailand, Paris, Tokio: Springer

Dehaene, Stanislas (1999). Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können. (The Number Sense - How the Mind Creates Mathematics. 1997) Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser

Eidt, Henner (1996). Mauern, Häuser und Türme zum Rechnen und Denken. In: Grundschule, 28. Jg., Heft 4, S. 42ff

Hussy, Walter (1998/2). Denken und Problemlösen. Stuttgart, Berlin, Köln: Kohlhammer

Käpnick, Friedhelm (1998). Mathematisch begabte Kinder. Frankfurt, Berlin, Bern, New York, Paris, Wien: Peter Lang

Käpnick, Friedhelm (2003). Aufgabenformate für die Förderung mathematisch interessierter und begabter Grundschulkinder. In: Ruwisch, Silke & Peter-Koop, Andrea (Hrsg., 2003). Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule. S. 169 -181. Offenburg: Mildenberger

Krauthausen, Günter (1998). Lernen – lehren – Lehren lernen. Zur mathematik-didaktischen Lehrerbildung am Beispiel der Primarstufe. Leipzig, Stuttgart, Düsseldorf: Ernst Klett Schulbuchverlag

Kretschmann, Rudolf (2003). Erfordernisse und Elemente einer Diagnostik-Ausbildung für Lehrerinnen und Lehrer. In: Journal für Lehrerinnen- und Lehrerbildung, 3. Jg., Heft 2, S. 9 - 19

Lehrplan der Volksschule (2000/9). Koordiniert durch Wilhelm Wolf. Wien: Österreichischer Bundesverlag, Hölder-Pichler-Tempsky

Maak, Angela (2003). So geht's: Zusammen über Mathe sprechen. Mülheim: Verlag an der Ruhr

O. V. (Winter 2003/2004). Ein dynamisches Konzept für mathematisch-naturwissenschaftliche Grundbildung (Handreichung für die Praxis). IMST² Innovations in Mathematics, Science and Technology Teaching, Sonderteil Grundbildung, 2. Jg., Ausgabe 8

Oser, Fritz K. (1997a): Standards in der Lehrerbildung. Teil 1: Berufliche Kompetenzen, die hohen Qualitätsmerkmalen entsprechen. In: Beiträge zur Lehrerbildung, 15. Jg., Heft 1, S. 26 - 37

Oser, Fritz K. (1997b): Standards in der Lehrerbildung. Teil 2: Wie werden Standards in der schweizerischen Lehrerbildung erworben? Erste empirische Ergebnisse. In: Beiträge zur Lehrerbildung, 15. Jg., Heft 2, S. 210 - 228

Oser, Fritz K. & Oelkers, Jürgen (Hrsg., 2001). Die Wirksamkeit der Lehrerbildungssysteme. Von der Allrounderbildung zur Ausbildung professioneller Standards. Zürich: Rüegger Verlag.

Padberg, Friedhelm (2005/3). Didaktik der Arithmetik für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung. München: Elsevier, Spektrum Akademischer Verlag

Reusser, Kurt & Messner, Helmut (2002). Das Curriculum der Lehrerinnen- und Lehrerbildung – ein vernachlässigtes Thema. In: Beiträge zur Lehrerbildung, 20. Jg., Heft 3, S. 282 – 299

Ruwisch, Silke (2003). Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule - Einführung. In: Ruwisch, Silke & Peter-Koop, Andrea (Hrsg., 2003). Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule. S. 5 -14. Offenburg: Mildenberger

Scherer, Petra (1996). Zahlenketten. Entdeckendes Lernen im 1. Schuljahr. In: Die Grundschulzeitschrift, Heft 96, S. 20 – 23

Selter, Christoph & Spiegel, Hartmut (1997). Wie Kinder rechnen. Leipzig, Stuttgart, Düsseldorf: Ernst Klett Schulbuchverlag

Terhart, Ewald (2002). Standards für die Lehrerbildung. Eine Expertise für die Kultusministerkonferenz. Münster: Zentrale Koordination Lehrerausbildung

Werning, Rolf & Willenbring, Monika (2005). Dialogische Diagnostik für den pädagogischen Alltag. In: Lernchancen, 8. Jg., Heft 43, S. 4 - 8

Winter, Heinrich (1987). Mathematik entdecken. Frankfurt: Scriptor

Winter, Heinrich (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik, Nr. 61, S. 37 - 46