



**MNI-Fonds für Unterrichts- und Schulentwicklung
S1 „Lernen und Lehren mit Neuen Medien“**

DER EINSATZ VON *MATHEMATICA* IM MATHEMATIKUNTERRICHT DER AHS-OBERSTUFE

Kurzfassung

Martin Dangl, Markus Binder

BG/BRG Waidhofen an der Thaya

Waidhofen an der Thaya, im Juli 2006

Wir möchten in der vorliegenden Arbeit (Kurztitel: „Mathematik lernen mit *Mathematica*“) einige grundlegende Aspekte des Computereinsatzes im Unterricht darstellen und diskutieren.

Über vermeintliche Vor- und Nachteile eines computergestützten Unterrichtes ist bereits viel geschrieben worden. Wir werden hier diese allgemeine Diskussion nicht mehr explizit aufgreifen. Wir werden auch nur am Rande auf die von uns entwickelten Unterrichtskonzepte eingehen können, und möchten auch gleich zu Beginn betonen, dass wir hier kein spezielles Computeralgebrasystem präsentieren möchten; wenn im Folgenden (nur) von *Mathematica* die Rede ist, dann einfach deshalb, weil wir nach langjähriger Erfahrung mit anderen Systemen schließlich die Vorzüge dieses Programms schätzen und zu nutzen gelernt haben. Jede vergleichende Wertung wäre naturgemäß sehr subjektiv.

Wir sehen uns vielmehr – im Zuge unserer Arbeit geradezu zwangsläufig – vor einige sehr prinzipielle, tiefer gehende Fragen gestellt, die uns sehr wichtig geworden sind und in dieser Arbeit im Mittelpunkt stehen. Unsere Sichtweise ist zugegebenermaßen nicht mehr unvoreingenommen; wir haben dort, wo wir dies für notwendig hielten, längst Stellung bezogen.

Ein durchgängiger Einsatz von Computeralgebrasystemen ändert mathematisches Arbeiten im Unterricht grundlegend und nachhaltig. So wird etwa das routinemäßige Abarbeiten von Rechenschritten als mathematische Tätigkeit der Schülerinnen und Schüler immer unwichtiger; die grafischen Möglichkeiten des Computers liefern andererseits viele Anreize zu kreativer Betätigung. In jedem Fall kommt es in mehreren Hinsichten zu gewissen Schwerpunktverlagerungen: das Operieren tritt zugunsten anderer mathematischer Tätigkeiten wie Darstellen, Argumentieren, Interpretieren und Begründen in den Hintergrund. Bei vielen mathematischen Problemlösungen eröffnet der Computer einen größeren Handlungsspielraum; so muss etwa zwischen verschiedenen Lösungswegen, grafischen Darstellungsformen, möglichen Arten der Dokumentation etc. entschieden und damit auch darüber entsprechend reflektiert werden. Darüber hinaus verschiebt sich mit dem Computereinsatz auch der Stellenwert und praktische Nutzen einzelner mathematischer Theorien und Begriffe; viele Konzepte, die traditionell gar nicht zum „eigentlichen Bereich der Mathematik“ gezählt wurden, gewinnen nun an Bedeutung. Daran kann auch die Schulmathematik nicht vorbeigehen.

Es mag, zumindest innerhalb der „CAS-Community“, in den angesprochenen Punkten weitgehend Konsens geben; der Blickwinkel, von dem aus der Einsatz des Computers betrachtet wird, ist dagegen meist noch immer ein traditioneller. Die vermeintlichen Defizite seitens der CAS-Schülerinnen und -Schüler sind in diesem gewohnten, „altbewährten“ Rahmen leicht zu benennen; der „Gewinn“ lässt sich dagegen nicht so einfach verkaufen. Der „Mehrwert“ des Neuen wird nur allzu oft an traditionellen Kriterien gemessen, was das CAS-Projekt insgesamt in die Defensive drängt. Man misst den angeblich hohen Aufwand, die „Bedienung des Gerätes“ (Programms) zu erlernen, am oft zu gering eingeschätzten „Nutzen“. Viel Zeit gehe dabei für den Unterricht der „eigentlichen Mathematik“ verloren.

Dahinter steht die Ansicht, dass der Computer als reines *Hilfsmittel* zum Einsatz kommt, und dass das Arbeiten mit dem Programm als rein mechanisches Drücken von bestimmten Tasten eben erlernt werden muss, aber mit der damit betriebenen Mathematik kaum etwas zu tun hat.

Unsere These dazu ist einfach, und bildet in unserem Projekt einen ersten inhaltlichen Schwerpunkt: „Informatik ist (ein Teil von) Mathematik“. Beim Arbeiten mit dem *Mathematica*-Programm kommt man – stärker als bei üblicher Mathematik-Software – mit vielen Techniken und Konzepten aus der Informatik in Berührung: Umgang mit Variablen (verschiedene Arten der Speicherung, Übergabe von Variablen, Gültigkeitsbereiche), Umgang mit Zeichenketten, Listen, modulares Arbeiten, Erstellen kleiner Programme etc. Es gibt sicher benutzerfreundlichere Programme; mit *Mathematica* erlernt man jedoch eine sehr klar strukturierte Sprache, in der sich mathematische und informatische Konzepte überschneiden und einander ergänzen; in der konkreten Situation sind diese dann nicht mehr zu unterscheiden.

Das Arbeiten am Computer ist ein integraler Bestandteil mathematischen Tuns; das Erlernen des Programms ist zugleich auch Erlernen von Mathematik. Dem Einwand, mathematisches Denken werde dabei in die Maschine „ausgelagert“, ist nichts entgegenzuhalten: Im Sinne von Roland Fischers *Materialisierungsthese* ist dieser Auslagerungsprozess *immer schon* ein wesentlicher Teil von Mathematik.

In einem zweiten Schwerpunkt versuchen wir in den Blick zu bekommen, wie grundlegend sich mathematisches Arbeiten am Computer verändert, und fassen dies unter dem Titel „modulares Arbeiten“ zusammen. Oberflächlich betrachtet kann man darunter das Wiederverwerten bereits vorliegender Arbeitsschritte verstehen. Es steckt aber viel mehr dahinter. Im Vergleich zur „Bleistift-Papier-Mathematik“ ist hier in der zeitlichen Abfolge von Arbeitsschritten nicht mehr zwingend vorgegeben. Meist wird die Erstversion der Ausarbeitung nach entsprechender Korrektur der Fehler weiter bearbeitet, einzelne Schritte werden zusammengezogen, einzelne Teile werden zu einer etwaigen späteren Verwendung entsprechend adaptiert, man versucht, das Speichern überflüssiger Variablen zu vermeiden und wichtige Zwischenergebnisse in geeigneter Form abzuspeichern (einfache oder indizierte Variable, Term, Funktion, Gleichung etc.). Speziell bei Grafiken wird man Details erst in einem zweiten oder dritten Arbeitsdurchgang berücksichtigen, wobei dann meist weitere Daten zu berechnen sind und damit die Ausarbeitung erneut modifiziert werden muss.

Insgesamt kommt es zu einer „globaleren“ Sicht des gesamten Lösungsweges, was zwangsläufig auch eine *prinzipielle* Änderung des Arbeitsstils nach sich zieht. Es ist dem Malen eines Bildes ähnlich: Da mag es viele Farbschichten geben, die schließlich im fertigen Bild nicht mehr sichtbar sind, aber trotzdem wesentliche Stufen hin zur Vollendung des Kunstwerkes darstellen. Bei der Betrachtung des Bildes kommt es auf das *gleichzeitige* Erfassen aller seiner Teile an. Und wenn auch manchmal der Blick im Bild umherwandert, so ist er doch nicht an einen bestimmten Weg gebunden.

Unsere beiden „Hauptthesen“, das Zusammenwirken mathematisch-informatischer Konzepte und das modulare Arbeiten, werden schließlich an entsprechenden Aufgabenanalysen aus der analytischen Geometrie und der Statistik und Datenanalyse erläutert.

Die externe Evaluation der Projektarbeit durch HR Dr. Helmut Heugl war sehr ausführlich und dementsprechend differenziert auch seine Rückmeldung. Ein Ergebnis war für uns jedoch besonders erfreulich: Die Schülerinnen und Schüler unserer Projektklassen betreiben Mathematik gerne mit dem Computer, und einige von ihnen haben erst auf diesem Weg ihren Zugang zur Mathematik gefunden.