



Extremwerte – Ganz verboten

Kurzfassung der gleichnamigen Dokumentation

Mag. Rainer Schmid-Zartner

BAKI Wien X
Ettenreichgasse 45c
1100 Wien
Tel.: ++43 1 604 81 54

Im Rahmen der Schulmathematik werden Extremwertaufgaben üblicherweise als Anwendungsinstanzen bestimmter Techniken der Differenzialrechnung abgehandelt. Mit dieser oft praktizierten Ausschließlichkeit begibt man sich aber eines beträchtlichen Teils des didaktischen Potenzials dieses Problemtyps. Wenn Reflexion von Mathematik und mit Mathematik als wichtiges Bildungsziel von Mathematikunterricht angenommen wird (und von dieser Prämisse wird hier ausgegangen), dann müssen die im Unterricht behandelten mathematischen Inhalte und Probleme auch die Möglichkeit für derartige Reflexion bieten.

Extremwertaufgaben bieten Gelegenheit zum Reflektieren auf zumindest zwei Ebenen. Einerseits kann die Mathematik in ihrem Systemcharakter mit ihren Möglichkeiten und Grenzen erlebt werden, andererseits können viele Extremwertaufgaben als Übungsfeld für echtes mathematisches Problemlösen genutzt werden und im Zusammenhang mit den dabei gemachten Erfahrungen kann auf natürliche Weise metakognitive Kompetenz aufgebaut werden.

Eine alternative „Extremwertdidaktik“ könnte etwa folgendermaßen aussehen:

- Extremwertaufgaben als intellektuelle Herausforderung erleben. Dabei geht es zunächst darum, verschiedenste Minimierungs- und Maximierungsprobleme zu (er)finden und zu explorieren. Im Vordergrund steht nicht die rasche Lösung mittels vorgegebener Methoden, sondern das Erleben eines an sich interessanten oder sogar spannenden Problems.
- Aufsetzen der „Extremwertbrille“. Wir suchen und sammeln (im Unterricht, aber auch und besonders im Alltag) möglichst viele und möglichst verschiedene Aspekte, die sich sinnvoll maximieren bzw. minimieren lassen. Wiederum steht nicht die Lösung oder Antwort im Vordergrund, sondern das Problem bzw. die Frage.
- Intellektuelle Grenzen erleben im Sinne von Erfolg und Scheitern. Nun geht es um eine Lösung ausgewählter Extremwertaufgaben. Ziel ist die Erarbeitung möglichst vieler Ansätze und Zugänge, um die Erprobung und Bewertung verschiedener Ideen und Strategien und auch um eine Bewertung von Lösungswegen und Ergebnissen.
- Bedürfnis nach Algorithmen bzw. nichtalgorithmischen Prozeduren zur „Reduktion der Problemstufe“. Denkökonomische Überlegungen motivieren die Suche nach Lösungsstrategien für gewisse Problemtypen. Damit muss nicht mehr jedes einzelne Problem vom Anfang bis zum Ende neu durchdacht werden und aus bestimmten Problemklassen werden nun „Übungsaufgaben“.

Drei „Methoden“ zur Bearbeitung von Extremwertaufgaben haben sich in der Praxis als besonders fruchtbar erwiesen:

(1) Die graphische Lösung:

Man zeichnet die „Zielfunktion“ und liest aus dieser Darstellung das Maximum bzw. Minimum ab.

(2) Die nichtalgorithmisch-prozedurale Lösung:

Damit ist das Lösungsverfahren gemeint, das mit Hilfe der ersten Ableitung der Zielfunktion den Extremwert liefert.

(3) Die „geniale“ Lösung:

Viele Extremwertaufgaben lassen sich durch eine „gute Idee“ lösen – manchmal mit minimalem Rechenaufwand.

Mit den Schüler/-innen wurden alle drei Zugänge erarbeitet, erprobt und evaluiert. Jede der Methoden hat ihre Vorteile, aber auch ihre spezifischen Nachteile. Die Reflexion der verschiedenen Lösungswege kann zu wichtigen Einsichten über Möglichkeiten und Grenzen der Mathematik, aber auch über das eigene mathematische Problemlösen führen.

In dieser Arbeit werden die Ergebnisse des Versuchs vorgestellt, Extremwertprobleme mit Schüler/-innen im Sinne der oben skizzierten „Philosophie“ als interessante Denkaufgaben und nicht nur als Routineanwendung vorgegebener Lösungsschemata zu erarbeiten. Manche der vorgestellten Aufgaben wurden vom Lehrer eingebracht, andere von Schüler/-innen erfunden und gefunden. Alle aber wurden (oft in Kleingruppen- oder Partnerarbeit) gründlich exploriert und diskutiert und schließlich meist auf mehrere wesentlich verschiedene Arten gelöst. Für Schüler/-innen und für den beobachtenden und begleitenden Lehrer gleichermaßen war die immer wieder erlebte subjektive Befriedigung, ein derartiges Problem letztlich (und nicht selten durch einen originellen Einfall) selbstständig gemeistert zu haben vielleicht das wertvollste Ergebnis dieses Unternehmens.