



**Fonds für Unterrichts- und Schulentwicklung  
(IMST-Fonds)**

**S1 „Lehren und Lernen mit neuen Medien“**

---

**MODULARES ARBEITEN UND  
BLACK BOXES IM RAHMEN  
EINES MATHEMATIKUNTERRICHTS  
DER AHS-OBERSTUFE  
MIT MATHEMATICA**

**Kurzfassung**

**ID 740**

**Markus Binder**

**BG/BRG Waidhofen an der Thaya**

Waidhofen an der Thaya, im Juli 2007

Ein durchgängiger Einsatz des Computers verändert den Mathematikunterricht wesentlich. Die vielfältigen grafischen und symbolischen Möglichkeiten des Computers eröffnen ein weites Betätigungsfeld für kreativen Umgang mit Mathematik, gleichzeitig erhalten operative Tätigkeiten einen immer geringeren Stellenwert, da diese der Computer übernehmen kann. Es kommt zu einer Verlagerung des unterrichtlichen Schwerpunkts hin zu beschreibenden, interpretativen, begründenden und argumentativen Tätigkeiten. Diese Erkenntnisse sind natürlich nicht neu.

Eine Frage, der ich in diesem Projekt nachgehen möchte, ist die folgende: Wie kann man damit umgehen, dass der Computer Tätigkeiten übernimmt, für die im traditionellen Unterricht sehr viel Zeit und sehr viele Bemühungen aufgewendet werden? Und daraus folgend: Soll beispielsweise das Lösen eines Gleichungssystems nicht mehr erlernt werden? Ist das routinierte Beherrschen von Differentiations- und Integrationsregeln unwichtig geworden? Muss man jede allgemeine quadratische Gleichung auch händisch lösen können?

Man kann noch einen Schritt weitergehen und fragen: Sollen Schülerinnen und Schüler z. B. eine anzuwendende Differentiationsregel an bestimmter Stelle auch begründen und erklären können, oder genügt das oben angesprochene „routinierte Anwenden“? Wenn das sichere Verwenden ausreichend ist, können Lehrende dann davon ausgehen, dass die Schülerinnen und Schüler auch verstehen, was sie an bestimmter Stelle tun? Der Computer verschärft diese Situation noch: So muss man etwa bei „Solve“ nicht mehr darüber nachdenken, welche Äquivalenzumformungen in welcher Reihenfolge stattfinden sollen – was soll also hier noch begründet oder erklärt werden?

Tatsache ist allerdings, dass auch im traditionellen Unterricht an vielen Stellen das „Verstehen“ eliminiert wird (die Lösungsformel für quadratische Gleichungen ist ein gutes Beispiel). Das vielleicht Überraschende dabei: Die Mathematik intendiert genau diese Elimination. Für bestimmte Probleme mit entsprechenden umständlichen Lösungsverfahren hat sie Abkürzungen entwickelt (etwa das Multiplizieren an Stelle eines mehrmaligen Addierens, die Formel  $A = a \cdot b$  anstelle des Auslegens einer Rechtecksfläche mit Einheitsquadraten usw.), und diese Abkürzungen enthalten im Grunde genommen das ganze Verfahren in komprimierter Weise. Man kann also entweder Transparenz oder aber Kompaktheit (oder eine Mischung aus beidem) von einem Verfahren fordern. Das Wesentliche dabei ist, dass man bei der kompakten Version nicht mehr nachdenken und begründen *muss*, wie das umständliche Verfahren funktioniert. Diese *Auslagerung* ist immer schon ein wesentlicher Bestandteil von Mathematik gewesen.

In diesem Sinn nimmt auch der Computer dem Mathematikunterricht nichts weg – im Gegenteil, er fügt etwas hinzu. Die genannten Auslagerungen treten sowohl im traditionellen als auch im computergestützten Unterricht auf, wenn auch in verschiedener Form. So kann man etwa viele Inhalte als abgeschlossene Einheiten sehen und daher Unterprogramme oder Makros für ihre Ausführung implementieren. Hier hat die Informatik ähnliche Intentionen wie die Mathematik: Tätigkeiten, die in Algorithmen gefasst werden können, werden „vom Ganzen“ abgekapselt und bei Bedarf wieder benutzt. Dadurch wird zusätzlich zum traditionellen Strategiewissen viel neues Strategiewissen notwendig.

Welche didaktischen Möglichkeiten bestehen aber hinsichtlich einer solchen Modularisierung? Auch dieser Frage möchte ich im Rahmen meiner Arbeit

nachgehen, es ergeben sich hier einige offensichtliche Möglichkeiten: Man könnte mathematische Inhalte modularisieren, sie gegenüber anderen Inhalten abgrenzen, um etwa flexiblen Umgang im Zeitmanagement zu ermöglichen. Man könnte auch abgeschlossene Bausteine, etwa  $\text{binobau}(a,b,n)=(a+b)^n$ , erstellen, um diese dann detailliert zu erforschen und mit anderen Bausteinen zu kombinieren. Eine weitere Möglichkeit: Modularisierung im Sinn des Findens der kleinsten Bausteine einer mathematischen Aufgabe (etwa „Aufstellen des Normalvektors“).

In der Unterrichtsarbeit mit *Mathematica* habe ich keine dieser zuletzt angesprochenen Möglichkeiten verwendet. Ein Hauptgrund dafür ist, dass *Mathematica* auf Grund seiner Konzeption (und damit seiner Benutzerschnittstelle) eine Art von Arbeitsweise fördert, die einen differenzierten Umgang mit Auslagerung erlaubt. Wenn Schülerinnen und Schüler mit dem Programm Mathematik betreiben, dann passiert dies nicht mit dem Computer als *Hilfsmittel*, sondern vielmehr mit dem Computer als *Medium*, welches die Art, wie mathematische Überlegungen „dingfest“ gemacht („materialisiert“) werden, wesentlich beeinflusst. Die Modularität liegt nun primär darin, dass *Mathematica* das Wiederverwenden und Adaptieren früherer Eingaben in verschiedener Form zulässt: Es kann im Rahmen der *Mathematica*-Sprache, aber auch durch einfaches Kopieren mit Tastatur oder Maus erfolgen. Grundlage dafür ist, dass es im Programm keine Trennung in Objekt- und Meta-Ebene gibt (die Langfassung des Projektberichts enthält hierzu eine ausführlichere Darstellung).

Wesentlich ist nun, dass Schülerinnen und Schüler sehr differenziert mit dem Programm umgehen können und es immer wieder zur *Notwendigkeit relativen, nicht absoluten Verstehens* kommt. Wenn z. B. einzelne Teile von Ausarbeitungen wieder verwendet und adaptiert werden, müssen Schülerinnen und Schüler eine Reihe mathematischer Überlegungen anstellen (etwa: Welche Teile müssen adaptiert werden? Welche Parameter müssen angepasst werden? Kann man eine kürzere Formulierung erzielen?), die zum Teil eine relative Sichtweise auf bereits Bestehendes erfordern. In diesem Sinne sind auch Auslagerungen in „Black Boxes“, deren Inhalt die Schülerinnen und Schüler nicht kennen, keine andersartige Herausforderung. Wie man mit solchen Black Boxes im Unterricht umgehen könnte, möchte ich ebenfalls an Hand einiger Beispiele im Projektbericht aufzeigen.