



**IMST – Innovationen machen Schulen Top**

Kompetenzen im mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht

# **DAS EISBERGMODELL DER REALISTISCHEN MATHEMATIK NACH FREUDENTHAL ZUM THEMA „GEOMETRISCHE KÖRPER“**

**Kurzfassung**

**ID 382**

**Anna Peer**

**Elisabeth Gortan, Rosina Haider, Christine Painer**

**Hauptschule Anger**

**Anger, Juli 2011**

## **EINLEITUNG**

Das Projektteam, bestehend aus vier Lehrerinnen der Hauptschule Anger, ist schon seit vielen Jahren bemüht, durch einen ansprechenden und innovativen Mathematikunterricht die SchülerInnen beim forschend-entdeckenden Arbeiten zu begleiten. Durch reichhaltige Lernumgebungen, die individuelle Fähigkeiten berücksichtigen, sollen die Lernenden zu eigenverantwortlichem und selbstständigem Lernen animiert und motiviert werden.

Um einen derartigen Unterricht zu gewährleisten, sind Lehrende gefordert, entsprechende Vorbereitungsarbeit zu leisten. Das Eisbergmodell der „Realistischen Mathematik nach Freudenthal“, das wir in einem Seminar mit VertreterInnen des Freudenthalinstitutes der Universität Utrecht kennen gelernt haben, ist eine hilfreiche Unterstützungsmöglichkeit, diese Vorbereitungsarbeit effizient und ökonomisch zu gestalten.

An diesem Projekt nahmen Kinder der 5. und 7. Schulstufe teil. In der 7. Schulstufe wurden zu Beginn dieses Schuljahres die SchülerInnen der 1. Leistungsgruppe in monoedukative Gruppen eingeteilt, weil wir mit dem Unterricht in Buben- und Mädchengruppen schon in vergangenen Jahren gute Erfahrungen gemacht haben. So gibt es heuer eine Mädchengruppe mit 17 Schülerinnen, eine Buben-Gruppe mit 23 Schülern und eine koedukative Gruppe mit 15 Schülern und Schülerinnen der 2. und 3. Leistungsgruppe.

## **PROJEKTZIELE**

Wir haben das didaktische Modell des Eisbergs beim Thema „Geometrische Körper“ erprobt, da dieses Thema lehrplanmäßig in der 5. und 7. Schulstufe behandelt wird.

Nach dem Eisbergmodell erfolgt Lernen immer auf drei Ebenen: der informalen oder Handlungsebene, der präformalen oder symbolischen Ebene und der formalen Ebene.

Aufgabe von uns Lehrerinnen war es, Beispiele nach diesen drei Ebenen des Eisbergmodells zu kategorisieren und entsprechende Lernumgebungen auszuwählen und zu gestalten, die in allen Leistungsniveaus eingesetzt werden konnten. Damit einher ging und geht auch die Individualisierung des Unterrichts: Leistungsschwache sollen ihrem Niveau entsprechend gefördert und nicht zu früh mit einem Formalismus überfordert werden, Leistungsstarke sollen durch entsprechende Aufgabenstellungen gefordert werden.

Auf SchülerInnenebene setzten wir uns das Ziel, ein solides Basiswissen zu vermitteln, das ein verständnisvolles Lösen von Aufgaben zu geometrischen Körpern ermöglicht und eine gute Grundlage für das Erreichen der formalen Ebene schafft.

## **PROJEKTDURCHFÜHRUNG**

Wir haben das Thema „Geometrische Körper“ in drei Inhaltsbereiche gegliedert, nämlich Eigenschaften, Oberflächeninhalt und Rauminhalt. Zu jedem dieser Bereiche haben wir ein „Eisbergmodell“ erstellt, um deutlich zu machen, welche Anforderungen bzw. Aufgabenstellungen den drei Ebenen des Modells entsprechen.

Im Unterricht haben wir mit entsprechendem Material und Arbeitsaufträgen Gelegenheiten zum Problemlösen auf der informalen und der präformalen Ebene geschaffen. Sowohl in der 5. als auch in der 7. Schulstufe wurden durch das Betrachten und Hantieren mit Körpermodellen und zeichnerischen Darstellungen die Eigenschaften der Körper erarbeitet. In der 7. Schulstufe haben viele Kinder herausgefunden, wie die Anzahl der Ecken, Kanten und Begrenzungsflächen von Prismen mit der Form der Grundfläche zusammenhängt. Sie konnten sogar eine Formel zur Berechnung der Anzahl

von Kanten, Ecken und Flächen beliebiger Prismen erarbeiten und haben somit die formale Ebene erreicht. Das Ausschneiden, Falten und Zeichnen von Prismennetzen war eine wichtige Vorbereitung für das Berechnen des Oberflächeninhalts. Mit eher offen gehaltenen Arbeitsaufträgen wurde das selbstständige Denken gefördert: „Stelle selbst eine Schachtel her“ (Arbeitsauftrag in der 5. Schulstufe) oder „Stelle eine Verpackung für drei Tennisbälle her“ (7. Schulstufe). Um das Vorstellungsvermögen zu trainieren wurden auch interaktive Übungen am Computer eingesetzt.

In der 5. Schulstufe konnten nur einige SchülerInnen die Oberflächenformel verstehen und anwenden. Für uns war das Ziel erreicht, wenn sie die Oberfläche als Summe von einzelnen Flächen berechnen konnten und in einer Problemstellung erkannten, ob die Oberfläche oder der Rauminhalt zu berechnen ist. Eine wichtige Erkenntnis aus der Beschäftigung mit dem „Eisbergmodell“ war für uns, Kindern nicht zu früh einen Algorithmus anzubieten.

In der 7. Schulstufe hat ein Großteil der Lernenden durch die intensive forschend-entdeckende Arbeit auf der informalen und präformalen Stufe die Oberflächenformel  $O = 2G + M$  und die Formel für die Berechnung des Mantels  $M = u_g \cdot h$  verständnisvoll anwenden können.

Auch für die Berechnung des Rauminhaltes haben wir viele Arbeitsaufträge auf der Handlungsebene gestellt: Befüllen von Gegenständen, Auslegen mit Einheitswürfeln, Bauen von Würfelkörpern. Die Formel für die Volumsberechnung ist zwar für Kinder leichter verständlich, als die für die Oberflächenberechnung, für eine verständnisvolle Anwendung sind auch dafür Übungen auf der informalen und präformalen Ebene unerlässlich.

## ERGEBNISSE

Zur Überprüfung, ob wir unsere Projektziele erreicht haben, wurde für die 5. und 7. Schulstufe jeweils ein Fragebogen entwickelt, der die kognitiven Fähigkeiten beim Berechnen von geometrischen Körpern messen sollte. Die Ergebnisse haben unseren Erwartungen entsprochen. Auffällig ist allerdings die große Anzahl von Kindern, die auf der formalen und somit höchsten Ebene nach dem Eisbergmodell die maximale Punktzahl erreicht haben. Eine Erklärung für dieses Ergebnis könnte sein, dass die Zuordnung der Testbeispiele zu den drei Ebenen des Eisbergmodells nicht richtig war. Ein anderer Grund könnte darin liegen, dass die Kinder einen Algorithmus zum Lösen von Aufgaben gelernt haben, den sie auch bei der Testung noch anwenden konnten.

In der 7. Schulstufe zeigte sich bei einem Vergleich der Leistungen der Mädchen und Buben der 1. Leistungsgruppe, dass ein höherer Prozentsatz der Mädchen die maximale Punkteanzahl pro Ebene des Eisbergmodells erreicht hat, als Buben.

Für die 7. Schulstufe wurde ein weiterer Fragebogen erstellt, der die Auswirkungen auf das Wohlbefinden der SchülerInnen durch die geänderte Gruppensituation im Mathematikunterricht erhoben hat. Die Ergebnisse dieser Untersuchung haben gezeigt, dass sich alle SchülerInnen in diesem Schuljahr wohler fühlen als im vergangenen Jahr. Bestätigt wurden wir in unserer Annahme, dass mono-educative Gruppen besonders bei Mädchen sehr geschätzt werden. Als Begründung führten die Mädchen an, dass sie in der reinen Mädchengruppe länger Zeit zum Nachdenken haben, sich besser konzentrieren können und sich mehr zu sagen trauen. Das kann auch ein Grund für bessere Leistungen sein, wie oben schon angesprochen.

Wir Lehrerinnen sehen uns durch die intensive Auseinandersetzung mit dem Eisbergmodell befähigt, einen Transfer dieses Modells auf andere mathematische Themenbereiche leichter zu bewältigen. Die Prinzipien des Eisbergmodells werden auch bei der Zusammenstellung und Beurteilung von Schularbeiten und anderen Formen der Leistungsfeststellung angewendet.