ANWENDUNG VON OFFENEM LERNEN BEI DER ERARBEITUNG NEUER STOFFGEBIETE

Maria Scharizer

Schule der Kreuzschwestern LINZ

Linz, 2002

INHALTSVERZEICHNIS

ABSTRACT

Aus Befragungen über den Mathematikunterricht im Schuljahr 2000/01 ging hervor, dass die Schülerinnen Offenes Lernen als sehr positiv erlebt haben. Ich wollte daher in diesem Schuljahr diese Unterrichtsform beim Erarbeiten und Festigen eines Stoffkapitels einsetzen. Mir war wichtig, Offenes Lernen beim Erarbeiten eines neuen Stoffes einzusetzen, da ich dabei in der Unterstufe nicht so gute Erfahrungen gemacht habe. Ich stellte fest, dass ein Großteil der Schülerinnen damit überfordert war.

Um ein genaueres Bild über die Schwierigkeiten beim eigenständigen Arbeiten zu erhalten, setzte ich in der ersten Phase Tonbänder ein. Nach Abschluss dieser und einer zweiten Phase des Offenen Lernens führte ich außerdem eine schriftliche Befragung der Schülerinnen durch. Diese Form des Arbeitens haben die Schülerinnen als sehr positiv beurteilt; sie hatten das Gefühl durch das eigenständige Tun den Stoff besser zu verstehen.Die Konsequenz aus diesen Erfahrungen ist für mich, Offenes Lernen auch im nächsten Schuljahr zumindest bei einem Stoffkapitel einzusetzen.

1 EINSATZ VON OFFENEM LERNEN IN DER TRIGONOMETRIE

1.1 Ausgangspunkte

Im Rahmen des S3-Projektes im Schuljahr 2000/01 sind in meiner damaligen 5.Klasse Gymnasium zwei Fragebogenaktionen und Interviews mit Schülerinnen durchgeführt worden. In diesem Zusammenhang hat sich gezeigt, dass die Schülerinnen Offenes Lernen besonders anspricht. Bei den Interviews mit zwei Schülerinnen haben sich auf die Frage, was ihnen im Mathematikunterricht entgegenkommt, folgende Aussagen ergeben: „Das Offene Lernen find I voll super“ oder: “Ich mags halt voll gern, wenn ma z.B. Offenes Lernen machen mit verschiedenen Stationen, so dass ma sich selber immer testen kann, ob man den Stoff schon richtig verstanden hat. Ich glaub, dass es den meisten auch mehr Spaß macht, wenn Mathematik mit Spielen verbunden ist, wie wenn es nur an der Tafel zu rechnen ist. Ich glaub, dass man auch aktiver ist, weil man selber arbeiten muss.“ Aus einem der Fragebögen ist auch hervorgegangen, dass es den Schülerinnen beim selbständigen Erarbeiten wichtig gewesen ist, dass sie zuerst über die Lösung nachdenken und bei Bedarf den Lehrer fragen können.

Diese Erkenntnisse sind für mich bei der Überlegung über die Weiterarbeit im S3-Projekt Anstoß gewesen, im Schuljahr 2001/02 ein Stoffkapitel in Form von Offenem Lernen durchzuführen. Offnes Lernen sollte dabei nicht nur in der Übungs- und Festigungsphase, sondern auch beim Erarbeiten eines neuen Stoffgebietes eingesetzt werden. Ich habe in dieser Klasse bereits in der Unterstufe versucht Offenes Lernen beim Erarbeiten von Neuem einzusetzen; z.B. bei der Herleitung der Formel $(a + b)^3$, wobei das verwendete Arbeitsblatt bereits von einer Kollegin, die ihre Unterlagen auf einem Seminar für Offenes Lernen zur Verfügung gestellt hatte, erprobt gewesen ist. Die Beobachtung hat jedoch gezeigt, dass ein Großteil der Schülerinnen, trotz genauer Arbeitsanweisungen, überfordert gewesen ist. Da die Einstellung meiner Schülerinnen zum Offenen Lernen positiv gewesen ist und ich neugierig gewesen bin, worin die Probleme beim Erarbeiten liegen, wollte ich es noch einmal versuchen. Mir ist es daher wichtig gewesen, auch Erkenntnisse über die Schwierigkeiten beim eigenständigen Erarbeiten zu gewinnen. Ursprünglich hatte vor, die Schülerinnen ein Kapitel in dieser Form erarbeiten zu lassen; habe aber dann vier verschiedene Stoffkapiteln in dieser Form gestaltet.

1.2 Durchführung

Die zentralen Ideen des Offenen Lernens sind, die Selbständigkeit, das Lernen aus eigener Verantwortung, die Selbsttätigkeit zu fördern und individuelle Entwicklungsziele zuzulassen. Es ermöglicht aktives Lernen- „learning by doing“- in wechselnden Sozial- und Arbeitsformen. Die Schülerinnen entnehmen einem Arbeitsplan Arbeitsaufträge, die Pflichtaufgaben und eventuell freiwillige Zusatzaufgaben umfassen. Die Arbeitsaufträge können der Erarbeitung von Neuem, der Erweiterung, der Wiederholung und der Übung dienen. Die verwendeten Materialien ermöglichen es den Schülerinnen weitgehend, ihre Arbeitsergebnisse selbst zu überprüfen.

So schreibt Zimmermann zur Arbeitssituation beim Offenen Lernen:„Da die Aufgaben eigenständig und mit der Möglichkeit zur Selbstkontrolle bearbeitet werden, verhindert man eine Über- bzw. Unterforderung; der Lehrer hat zudem mehr Zeit, als Ratgeber, Helfer und Partner zur Verfügung zu stehen.“ (Zimmermann,G., S.6)

Als Stoffkapitel habe ich die Trigonometrie gewählt, da ich hier gute Möglichkeiten für den Einsatz von Offenem Lernen gesehen habe. Das Erarbeiten war mit Hilfe von Arbeitsblättern möglich und das Festigen bzw. Üben war mit Karteikarten machbar. Zu beiden hatte ich teilweise Unterlagen.

1.2.1 Offenes Lernen bei der Erarbeitung der Definition der Winkelfunktionen

Die Schülerinnen haben in Zweiergruppen gearbeitet, die von mir nach dem Prinzip „gleichwertige mathematische Fähigkeiten“ bestimmt geworden sind. Ich wollte dadurch erreichen, dass schlechtere Schülerinnen nicht demotiviert werden bzw. sich eine schwächere Schülerin nicht an eine bessere „anhängt“. Durch einen Arbeitsplan (siehe Anhang S.11) waren die einzelnen Aufgabenstellungen und Arbeitsschritte, die Form des Arbeitens und die Art der Kontrolle vorgegeben gewesen. Entsprechende Arbeitsblätter (siehe Anhang S.12-16), die zum Teil aus „Kopiervorlagen Mathematik 10“ stammten, sollten die Schülerinnen zur Definition der Winkelfunktionen führen, wobei die beiden ersten Blätter der Wiederholung bereits bekannter Grundbegriffe gedient haben. Die Begriffe Seitenverhältnis, ähnliche Dreiecke, sowie Ankathete, Gegenkathete und Hypotenuse wurden bereits in der Unterstufe durchgenommen. Ich wollte durch die ersten beiden Blätter diese Begriffe den Schülerinnen ins Gedächtnis rufen, da sie das Fundament darstellten, auf dem ich aufbauen wollte.

Die Kontrolle der Arbeitsblätter ist durch die Lehrerin erfolgt, im Arbeitsplan durch LK gekennzeichnet. Daran anschließend mussten die Schülerinnen ihr Wissen bei frei wählbaren Beispielen auf Karteikarten (siehe Anhang S.17-18) bzw. im Lehrbuch anwenden. Die Kontrolle ist hierbei durch die Schülerinnen selbst erfolgt, im Arbeitsplan durch SK gekennzeichnet. Meine Aufgabe hat sich hier drauf beschränkt, Hilfestellung zu geben, falls diese erforderlich gewesen ist. Der Zeitrahmen für diese erste Phase hat etwa 3 Stunden betragen, wobei von Vorteil gewesen ist, dass ich eine Doppelstunde zur Verfügung gehabt habe.

1.2.2 Berechnungen an rechtwinkeligen Dreiecken

Ein zweites Mal setzte ich Offenes Lernen bei Berechnungen am rechtwinkeligen Dreieck ein. Die Sozialform des Arbeitens ist von den Schülerinnen frei wählbar gewesen, alle haben sich dabei für das Arbeiten mit einer Partnerin entschieden. Nach der Bearbeitung von vorgerechneten Musterbeispielen (siehe Anhang S.19-20) ist von den Schülerinnen eine bestimmte Anzahl von Textbeispielen auf Karteikarten mit Lösungen (siehe Anhang S.21), die ich aus „Lotte Logo’s Aufgabensammlung Winkelfunktionen“ entnommen habe, zu rechnen gewesen. Dabei mussten sie sowohl Beispiele mit der Berechnung von Längen als auch von Winkeln wählen. Die Kontrolle ist hier wieder durch die Schülerinnen selbst erfolgt; die vorgegebene Anzahl von Beispielen ist von allen Schülerinnen innerhalb von zwei Stunden gelöst worden.

1.2.3 Weiterer Einsatz von Offenem Lernen

Nach den positiven Erfahrungen mit dieser Form des Arbeitens (siehe Kapitel 1.3) habe ich Offenes Lernen auch bei der Erarbeitung des Sinussatzes eingesetzt. Da bei vorangegangenen Arbeitsblättern die Formulierungen und Anweisungen nicht immer für die Schülerinnen nicht eindeutig erkennbar gewesen sind (siehe Kapitel 1.3.2), habe ich mich bemüht die Blätter so zu gestalten, dass jeder Schritt eindeutig formuliert gewesen ist und ein vollkommen eigenständiges Erarbeiten möglich gewesen sein sollte. Erfreulicherweise waren alle Schülerinnen ohne Hilfe von meiner Seite in der Lage den Sinussatz zu formulieren und anschließend die Beispiele aus dem Lehrbuch zu rechnen. Text und Aufgabenstellung sind für alle verständlich gewesen. Der Zeitaufwand hat dafür eine Stunde betragen, was mich positiv überrascht hat, da ich mit einem etwas längeren Zeitausmaß gerechnet habe.

Die Mädchen hatten sich in der Zwischenzeit schon so sehr an diese Form des Arbeitens gewöhnt, dass Ihre Enttäuschung groß war, als ich den Kosinussatz mit ihnen in herkömmlicher Weise erarbeitet habe. Einstimmiger Ausruf: „Keine Arbeitsblätter“? Ein viertes Mal habe ich Offenes Lernen beim Lösen von Vermessungsaufgaben eingesetzt. Die Vermessungsaufgaben sind frei aus einer Anzahl von Karteikarten (siehe Anhang S.22) zu wählen gewesen. Die Schülerinnen haben in von ihnen frei bestimmten Zweiergruppen gearbeitet, die Überprüfung der Ergebnisse ist durch Selbstkontrolle erfolgt, wobei die durchgerechneten Lösungen am Lehrertisch deponiert gewesen sind.

1.3 Auswertung und Ergebnisse

Um einen besseren Einblick zu bekommen, habe ich 3 Schülerinnengruppen beim Erarbeitung der Definitionen der Winkelfunktionen (siehe Kapitel 1.2.1) auf Tonband aufgenommen. Leider ist nur eine einzige Aufzeichnung vollständig auswertbar gewesen; bei den beiden anderen sind nur Teile für die Auswertung brauchbar gewesen. Außerdem habe ich von den Schülerinnen nach Abschluss der Berechnungen an rechtwinkeligen Dreiecken schriftliche Rückmeldungen bekommen. Sie sollten sich dazu äußern, wie sie das Offene Lernen empfunden haben und sowohl positive als auch negative Aspekte formulieren.

1.3.1 Tonband –und Rückmeldungsanalyse

Die Auswertung der schriftlichen Rückmeldungen hat für mich ein sehr klares Ergebnis gebracht: Diese Form des Arbeitens hat die Schülerinnen sehr angesprochen, sie haben es sehr positiv erlebt. Eine Schülerin hätte in der ersten Arbeitsphase eher eine Dreiergruppe bevorzugt, der Grund dürfte ein unterschiedliches Arbeitstempo in dieser Zweiergruppe gewesen sein. Eine einzige Schülerin würde das gemeinsame Erarbeiten mit mir bevorzugen. Es hat z.B. folgende Aussagen zu lesen gegeben: "Ich finde Offnes Lernen sehr gut, weil ich in meinem Tempo arbeiten kann." „Beim Offenen Lernen brauche ich etwas länger, aber ich habe es dann auch wirklich verstanden." „Mir gefällt Offenes Lernen, da ich bei Schwierigkeiten Hilfe bekomme, ohne vor der ganzen Klasse fragen zu müssen." „Offenes Lernen macht mehr Spaß."

Das Abhören der Tonbänder ist für mich sehr aufschlussreich gewesen, da ich dadurch die spontanen Äußerungen und Überlegungen mitbekommen habe. Für alle Gruppen ist am Beginn eine Gewöhnung an diese Form des Arbeitens notwendig gewesen; es hat doch einiger Hilfen von mir bedurft, dies hat sich aber im Laufe des Arbeitens zunehmend gebessert und die Eigenständigkeit ist immer größer geworden. Beim Arbeitsblatt Tangens hat es bereits beim ersten Satz, der zu vervollständigen gewesen ist, Probleme gegeben. So habe ich bei einer Gruppe folgende Aussagen gehört: „"Schreib ma spitz oder vielleicht supplementär; was haßt des supplementär gschwind? Na, des kann net stimmen, des haßt sie san zusammen 180°." Nach einem Hilferuf nach mir und meiner Frage nach der Größe der drei Winkel, ist von den Schülerinnen sofort die richtige Antwort gekommen. Bei dieser Gruppe sind beim Arbeitsblatt Tangens noch weitere kleine Hilfen notwendig gewesen, die wesentlichen Dinge hat sie jedoch selbst erkannt.

Bei der zweiten Gruppe, die ich mit Tonband aufgenommen habe, hat es beim Arbeitsblatt Tangens größere Probleme gegeben. Es ist für sie schwierig gewesen, aus dem Text zu erkennen, was zu tun ist. Ihre erste Reaktion war ein Hilferuf nach mir und die Frage: „Was sollen wir hier tun?" Mein Hinweis hat darauf gelautet: „Genau lesen". Mit kleinen Hilfestellungen wie: „Was habt ihr im oberen Teil des Blattes festgestellt, was bedeutet es, dass die Seitenverhältnisse gleich sind", sind aber auch sie in der Lage gewesen, die richtigen Lösungen zu finden.

Die dritte mit Tonband aufgenommenen Gruppe hat relativ große Anlaufschwierigkeiten gehabt, eine Schülerin war durch das Tonband sehr gehemmt. Ihre Aussage: „I kann net arbeiten, wenn des Bandl rennt!". Die Antwort der zweiten: „Vergiss des jetzt und fang ma zu arbeiten an." Diese Gruppe hat am Beginn etwas mehr Unterstützung benötigt; sie hat sehr langsam gearbeitet. Die Schülerinnen sind aber in der Lage gewesen die Zusammenhänge zu erkennen, was bei beiden große Motivation ausgelöst hat. Der freudige Ausruf einer der beiden: „I glaubs net, I hab des kapiert!“

Auch das Arbeiten in Zweiergruppen hat sich als günstig erwiesen, da jede Schülerin ihre Überlegungen einbringt, die dann zu einer gemeinsamen Lösung führen. Oder wenn eine Schülerin etwas nicht verstanden hat, konnte es ihr die zweite erklären. Ein Beispiel: Die Gruppe ist bei dem Satz „Alle rechtwinkeligen Dreiecke mit gleichem Winkel α sind ......“ angelangt; eine der beiden sagte sofort den Begriff ähnlich. Der Kommentar der anderen: „Ma, du bist gscheit, I check des net!“. Erste Schülerin: „Schau her! Tangens ist das Verhältnis a durch b, des haßt das ist der Quotient aus Gegenkathete und Ankathtete, und der is bei allen drei Dreiecken gleich und der Winkel α is a bei allen Dreiecken gleich groß“. Durch diese Erklärung war auch der zweiten Schülerin die Fortsetzung des Satzes klar.

1.3.2 Resümee

Die Tonbänder haben mir auch gezeigt, dass manche Schülerinnen viel stärker aus sich herausgegangen sind und mehr zu Lösungen beigetragen haben, als sie es sonst beim gemeinsamen Erarbeiten in der Klasse getan haben. Außerdem haben bei dieser Form des Arbeitens auch schwächere Schülerinnen Erfolgserlebnisse und werden dadurch motiviert. Das eigenständige Erarbeiten mit Hilfe von Arbeitsblättern muss geübt werden; haben sich die Schülerinnen an diese Form des Arbeitens gewöhnt, so stellt es für sie keine besondere Schwierigkeit dar. Die Arbeitsblätter Tangens, Kosinus und Sinus habe ich aus Unterlagen von einem Seminar über Offenes Lernen entnommen. Die Gestaltung dieser Blätter ist nicht ganz zufriedenstellend gewesen. Das Arbeitsblatt Tangens kann im wesentlichen in dieser Form belassen werden; bei der Berechnung der Seitenverhältnisse wäre der Hinweis auf eine Dezimale zu runden günstig, da sich sonst durch die Messungen kleine Unterschiede ergeben. Das Arbeitsblatt Sinus bedarf einer Überarbeitung, da die Aufgabenstellungen nicht immer klar zu erkennen gewesen sind. Dies bezieht sich auf die Beschriftung der oberen Figur und auf den Punkt a.); hier war den Schülerinnen nicht klar, was sie berechnen sollten; besonders irritiert hat sie dabei der Buchstabe a, da im Text eine Aussage über die Höhe h gefragt war. Die Schülerinnen sind aber bereits mit weniger Fragen an mich herangetreten. Das Arbeitsblatt Kosinus war eindeutig formuliert und ist von fast allen Gruppen ohne meine Hilfe gelöst worden.

Auch die anschließenden Beispiele sind ohne Schwierigkeiten selbstständig gelöst worden. Die Arbeitsblätter zur Erarbeitung des Sinussatzes können in dieser Form belassen werden. Ich bin sehr positiv überrascht gewesen, dass die Mädchen so hochkonzentriert und in der ersten Phase eine Doppelstunde durchgehend gearbeitet haben, was für sie sicherlich auch anstrengend gewesen ist. In den weiteren Phasen des Offenen Lernens hat die Selbständigkeit der Schülerinnen noch weiter zugenommen. Sie haben in von ihnen gewählten Zweiergruppen, ohne mich viel beizuziehen, gearbeitet und die Kontrolle ist großteils durch die Schülerinnen selbst erfolgt. Für mich ist es auch sehr aufschlussreich gewesen, die verschiedenen Gruppen beim Arbeiten zu beobachten und die unterschiedlichen Fertigkeiten und auch das teilweise sehr unterschiedliche Arbeitstempo festzustellen. Ich habe auch den Eindruck gehabt, dass immer beide Schülerinnen zum Ergebnis beigetragen haben.

1.3.3 Vorstellung dieser Unterrichtsform

Die Vorstellung dieser Arbeit mit Schülerinnen ist auch im Rahmen einer schulinternen ARGE-Sitzung der Mathematiker erfolgt. Die KollegInnen zeigten sich daran interessiert, und die Kolleginnen der nächstjährigen 6.Klassen werden vielleicht meine Unterlagen in ihren Klassen einsetzen und mir ihre Erfahrungen mitteilen. Dadurch könnten Mängel besser erkannt werden und eine Optimierung der Unterlagen erreicht werden. Meine Arbeit im S3-Projekt wurde von der Direktion sehr begrüßt, es erfolgte auch eine Information des Schulgemeinschaftsausschusses über die Mitarbeit an diesem Projekt. Weiters bin ich in einer Dreiergruppe von Mathematiklehrern an unserer Schule, die gegenseitige Unterrichtsbesuche mit Vor- und Nachbesprechungen durchgeführt haben.

1.4 Ausblick

Da der Wunsch der Schülerinnen nach Offenem Lernen weiterhin aufrecht ist, werde ich auch im nächsten Schuljahr diese Form des Arbeitens bei mindestens einem Stoffkapitel einsetzen. Nach meinen Vorstellungen bietet sich das Kapitel Differentialrechnung an, wobei ich das Arbeiten der einzelnen Gruppen wieder mit Tonbändern aufzeichnen möchte. Unterrichtsbesuche meiner KollegInnen sollen auch im nächsten Schuljahr weitergeführt werden. Mir ist es dabei wichtig, dass diese Besuche in einer Phase des Offenen Lernens in meiner Klasse erfolgen, um von meinen KollegInnen darüber Rückmeldungen und auch Anregungen zu erhalten.

2 LITERATUR

ZIMMERMANN, G.: Das ist Freiarbeit. Auer Verlag: Donauwörth 1994

DÜRRHEIM, F.: Kopiervorlagen Mathematik 10. Auer Verlag: Donauwörth 1990

SCHMIDT, H.J.: Lotte Logo's Aufgabensammlung Körperberechnung und Winkelfunktionen. Verlag an der Ruhr: Mai 1991

3 ANHANG

3.1 Arbeitsplan

Winkelfunktionen im rechtwinkelige Dreieck **ARBEITSPLAN** Name:

Bemerkungen	Material	Sozialform	Kontrolle	
Beginne mit	Arbeitsblätter Trigonometrie	alleine	LK	
diesen Blättern	Seite1			
	Seite2			
Setze mit diesen Blättern in der	Arbeitsblatt Tangens	alleine oder zu zweit	LK	
angegebenen	Arbeitsblatt Sinus		LK	
Reihenfolge fort	Arbeitsblatt Cosinus		LK	
2	Karteikarten grün	alleine oder zu zweit	SK	
3	Karteikarten gelb	alleine oder zu zweit	SK	
2	Buch Nr. 2.02a,b,c,d	alleine oder zu zweit	SK	
Hausübung 1	Nr. 2.03			
2	Ermittle anhand eines rechtwinkeligen Dreiecks mit der Ankathetenlänge 10 cm (1) den Sinus (2) den Cosinus (3) den Tangens für die Winkel 50° bzw. 70°			

ARBPLANTrig

3.2 Arbeitsblätter Trigonometrie

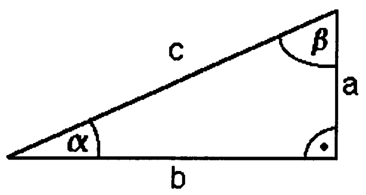
Trigonometrie

Was ist ein Seitenverhältnis

In einem Dreieck (Viereck, Fünfeck, ...) kann man zwei Seiten ins Verhältnis setzten. Das heißt nichts anderes, als daß man die beiden Seiten dividiert. Beispiel:

Beispiel

Gegeben sei folgendes Dreieck:



Dann kann man folgende sechs Seitenverhältnisse bilden:

(1) $\frac{a}{c}$ (2) $\frac{b}{c}$ (3) $\frac{a}{b}$ (4) $\frac{b}{a}$ (5) $\frac{c}{a}$ (6) $\frac{c}{b}$

Seitenverhältnisse im rechtwinkeligen Dreieck

Die Seiten im rechtwinkeligen Dreieck haben besondere Namen : Hypotenuse, Ankathete und Gegenkathete.

Deshalb bezeichnet man z.B. das Verhältnis $\frac{a}{c}$ mit $\frac{\textit{Gegenkathete von } \alpha}{\textit{Hypotenuse}}$ oder mit $\frac{\textit{Ankathete von } \beta}{\textit{Hypotenuse}}$.

Übung

Gegeben sei das Dreieck oben; es sollen die Verhältnisse $\frac{b}{c}$ und $\frac{a}{b}$ gebildet werden :

$\frac{b}{c} = \frac{\textit{Ankathete von } \text{--------}}{} = \frac{\textit{Gegenkathete von } \text{-----------}}{}$

$\frac{a}{b} = \frac{\textit{Gegenkathete von } \text{--------}}{} = \frac{\textit{Ankathete von } \text{----------}}{}$

Ähnliche Dreiecke

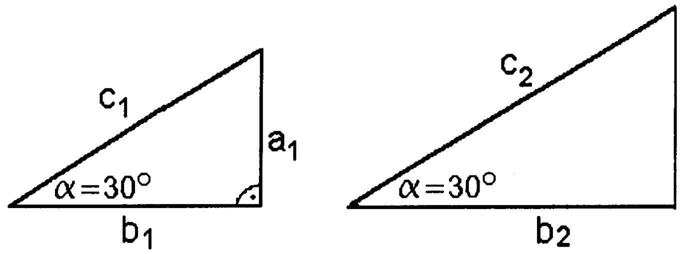
Ähnliche Dreiecke haben eine wichtige Eigenschaft:

■ Satz

Zwei "ähnliche Dreiecke" haben gleiche Seitenverhältnisse.

■ Erklärung des Satzes

Zuerst zeichnen wir zwei ähnliche Dreiecke, also zwei Dreiecke mit gleichen Winkeln. Im Beispiel zeichen wir zwei 30°/90°/60° Dreiecke:



Exemplarisch überprüfen wir eines der sechs möglichen Seitenverhältnisse, z.B. das Verhältnis Gegenkathete α / Hypotenuse. Im Beispiel entspricht dies dem Verhältnis a/c:

$$\frac{a_1}{c_1} = \frac{\quad cm}{\quad cm} =$$

$$\frac{a_2}{c_2} = \frac{\quad cm}{\quad cm} =$$

Man sieht: Bei den beiden zueinander ähnlichen Dreiecken ist das Seitenverhältnis "Gegenkathete α / Hypotenuse" konstant.

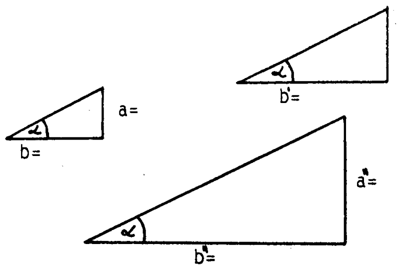
Der Satz sagt weiter, daß auch die anderen Seitenverhältnisse konstant sind:

Ankathete von α / Hypotenuse	(im Bild: b/c)
Gegenkathete von α / Ankathete von α	(im Bild: a/b)
Ankathete von α / Gegenkathete von α	(im Bild: b/a)

3.3 Arbeitsblatt Tangens

Trigonometrie: TANGENS

Gib die Längen der Katheten der abgebildeten Dreiecke an und berechne jeweils ihr Verhältnis: $\frac{a}{b}$, $\frac{a'}{b'}$, $\frac{a''}{b''}$.



Aufgrund der Strahlensätze gilt für diese Dreiecke die Beziehung

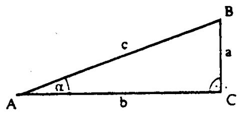
$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} = \frac{a''}{b''} =$

Dieses Verhältnis bezeichnet man als Tangens von α , kurz tan α .

Der Winkel α in allen drei rechtwinkligen Dreiecken ist ________ ________: ____°.

Der Quotient aus Gegenkathete und Ankathete eines Winkels α im rechtwinkligen Dreieck heißt ________________; man schreibt ____________.

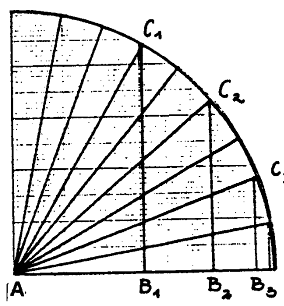
$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$



1. Dreieck:	2. Dreieck:	3. Dreieck:
tan α =	tan α =	tan α =
tan α =	tan α =	tan α =
tan α = ________;	tan α = ________;	tan α = ________;

Alle rechtwinkligen Dreiecke mit gleichem Winkel α sind ____________________.
Deswegen hat tan α bei ____________ Winkel α auch den ____________________ ______________.

Abhängigkeit der tan-Werte vom Winkel



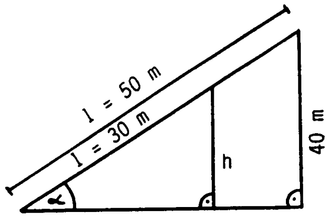
Aus den drei rechtwinkligen Dreiecken AB_1C_1, AB_2C_2 und AB_3C_3 ergeben sich (Näherungswerte):

α	20°	40°	60°
tan α			

____
____
____
____

3.4 Arbeitsblatt Sinus

Trigonometrie: SINUS



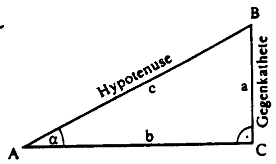
Ein Drachen steht bei ruhigem Wind 40 m hoch; die 50 m lange Schnur ist straff gespannt.

a) Die Schnur wird auf l = 30 m eingeholt. Wie ändert sich die Höhe h, wenn der Winkel α dabei gleich bleibt?

b) Ändert sich dabei auch der Quotient aus der Höhe des Drachens und der Länge der Schnur l?

Der Quotient aus Gegenkathete eines Winkels α und Hypotenuse im rechtwinkligen Dreieck heißt Sinus α ; man schreibt: sin α .

$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$



a) sin α = ____________

sin α = ____ → a = ____________

sin α = ____ a = ____________

sin α = ____ ; a = ____________ ;

____

____

____

b) 1. Beispiel:

$\sin\alpha = \frac{a}{c}$

$\sin\alpha = \frac{40\ m}{50\ m}$

$\sin\alpha = 0{,}8$;

2. Beispiel:

sin α = ____

sin α = ____

sin α = ____ ;

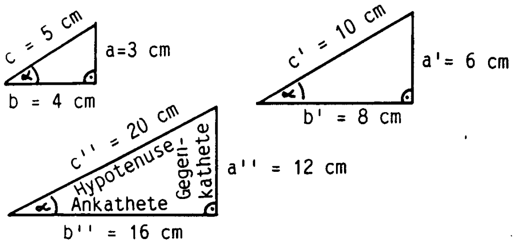
____

Alle rechtwinkligen Dreiecke mit gleichen Winkeln α sind ____________.

Deswegen hat sin α bei ____________ Winkel α auch den ____________ ____________.

3.5 Arbeitsblatt Cosinus

Trigonometrie: KOSINUS



Aufgrund der Strahlensätze gilt für diese Dreiecke die Beziehung

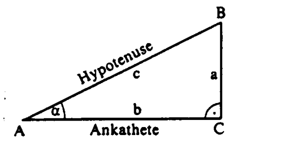
$\frac{a}{c}$ = =

Dieses Verhältnis bezeichnet man als ___________.

Berechne nun den Quotienten aus Ankathete und Hypotenuse!

Der Quotient aus Ankathete eines Winkels α und Hypotenuse im rechtwinkligen Dreieck heißt *Kosinus α*. Man schreibt: *cos α*.

$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$

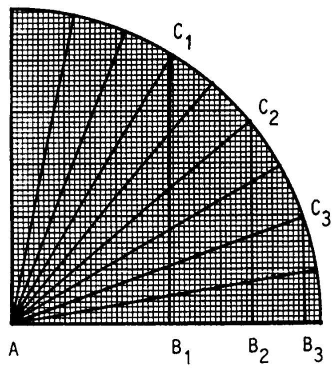


1. Dreieck:	2. Dreieck:	3. Dreieck:
$\cos\alpha$ =	$\cos\alpha$ =	$\cos\alpha$ =
$\cos\alpha$ =	$\cos\alpha$ =	$\cos\alpha$ =
$\cos\alpha$ = _______;	$\cos\alpha$ = _______;	$\cos\alpha$ = _______;

Der Quotient ändert sich nicht.
Alle rechtwinkligen Dreiecke mit gleichen Winkeln α sind _______________.
Deswegen hat cos α bei ____________ Winkel α auch den ________________ _______________.

Abhängigkeit der sin- und cos-Werte vom Winkel

Näherungswerte für sin α und cos α kann man zeichnerisch bestimmen.



Aus den drei rechtwinkligen Dreiecken AB_1C_1, AB_2C_2 und AB_3C_3 ergeben sich (Näherungswerte):

α	20°	40°	60°
sin			
cos			

Die Sinus-Werte ____________ zwischen 0° und 90° mit wachsendem Winkel ____, die Cosinus-Werte _______________ ________.

3.6 Karteikarten gelb

1

Miss aus einem geeigneten rechtwinkeligen Dreieck den Winkel α :

$\sin\alpha = \frac{2}{3}$

2

Miss aus einem geeigneten rechtwinkeligen Dreieck den Winkel α :

$\sin\alpha = \frac{4}{7}$

3

Miss aus einem geeigneten rechtwinkeligen Dreieck den Winkel α :

$\cos\alpha = \frac{3}{4}$

4

Miss aus einem geeigneten rechtwinkeligen Dreieck den Winkel α :

$\tan\alpha = \frac{4}{3}$

5

Miss aus einem geeigneten rechtwinkeligen Dreieck den Winkel α :

$\tan\alpha = 3$

3.7 Karteikarten grün

Ermittle anhand eines rechtwinkeligen Dreiecks mit der Hypotenusenlänge 10cm (1) den Sinus (2) den Kosinus, (3) den Tangens von $\alpha = 30°$.

Ermittle anhand eines rechtwinkeligen Dreiecks mit der Hypotenusenlänge 10cm (1) den Sinus (2) den Kosinus, (3) den Tangens von $\alpha = 45°$.

Ermittle anhand eines rechtwinkeligen Dreiecks mit der Hypotenusenlänge 10cm (1) den Sinus (2) den Kosinus, (3) den Tangens von $\alpha = 60°$.

Ermittle anhand eines rechtwinkeligen Dreiecks mit der Hypotenusenlänge 10cm (1) den Sinus (2) den Kosinus, (3) den Tangens von $\alpha = 75°$.

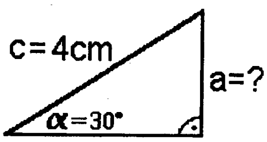
3.8 Berechnungen an rechtwinkeligen Dreiecken

Berechnungen an rechtwinkeligen Dreiecken

Sinus , Cosinus und Tangens gestatten die rechnerische „Auflösung" jedes rechtwinkeligen Dreiecks. Darunter versteht man die Ermittlung der fehlenden *Umfangsstücke* (= Seitenlängen und Winkelgrößen) des Dreiecks aus zwei gegebenen.

■ Seitenberechung am rechtwinkligen Dreieck

Als Einführung wollen wir mit Hilfe der Sinus-Tabelle die Seite a im folgenden rechtwinkligen Dreieck berechnen, in dem die Seite c und der Winkel α bekannt sind:



Man bildet dazu den Sinus α, also das Seitenverhältnis Gegenkathete von α zur Hypotenuse:

$$\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$$

Diese Formel stellt man nach der unbekannten Seite a um, und setzt die gegebenen Werte ein (wobei sin30° durch die Tabelle gegeben ist).

$$a = \sin\alpha \cdot c = \sin 30° \cdot 4cm = 0{,}5 \cdot 4cm =$$

Lösung: Die Seite a ist somit 2cm lang.

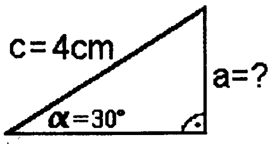
■ Anmerkung: Pythagoras contra Sinustabelle

Wir haben soeben mit der Sinustabelle zur Seitenberechnung benutzt. In diesem Zusammenhang erinnern wir uns, daß man auch mit dem Satz des Pythagoras die Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks berechnen kann.

Beim Satz des Pythagoras müssen aber zwei Seiten bekannt sein, um die dritte zu berechnen. Andererseites hat der Satz des Pythagoras den Vorteil, daß keiner der spitzen Winkel bekannt sein muß.

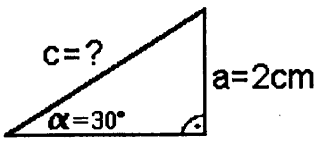
Rückblick auf die Vorseite

Auf der Vorseite haben wir die Gegenkathete von α (Seite a) berechnet, wobei die Hypotenuse (Seite c) und der Winkel α bekannt waren:



Die Variante

Eine kleine Variante zu dieser Aufgabe ist die folgende:
Gegeben sind der Winkel α und die Gegenkathete des Winkels α. (Seite a). Gesucht ist die Hypotenuse (Seite c):



Die Rechnung

Wir bilden wieder den Sinus α, also das Seitenverhältnis der Gegenkathete von α zur Hypotenuse:

$$\sin\alpha = \frac{\text{Gegenkathete von }\alpha}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$$

Diese Formel stellt man nach der unbekannten Seite c um:

$$\sin\alpha \cdot c = a$$

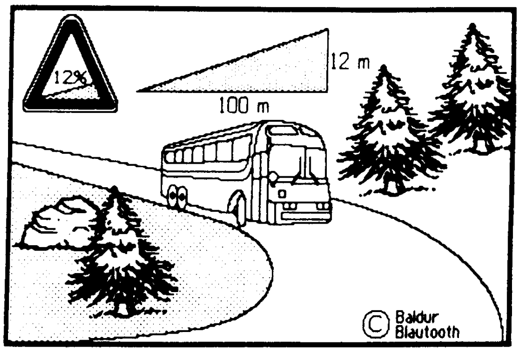
$$c = \frac{a}{\sin\alpha}$$

Jetzt setzt man die Werte ein, und erhält die Lösung:

$$c = \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{a}{\sin 30^\circ} = \frac{2\text{cm}}{0.5}$$

$$\underline{\underline{c = 4\text{cm}}}$$

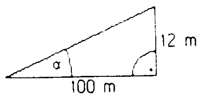
3.9 Karteikarten zu 3.8



Eine geradlinig ansteigende Straße hat eine Steigung von 12 %. Wie groß ist der Winkel, mit dem die Straße ansteigt bzw. abfällt?

13 Ausrechnung:

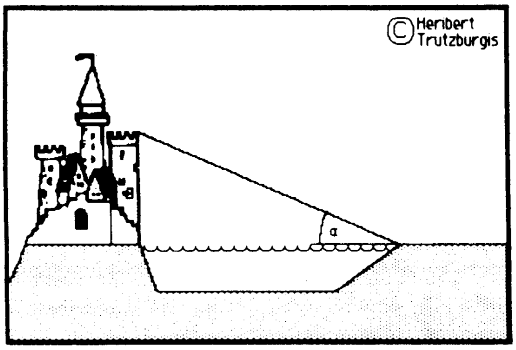
13



$$\tan \alpha = \frac{12}{100}$$

$$\tan \alpha = 0{,}12$$

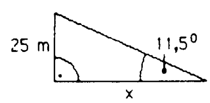
$$\alpha = 6{,}843^\circ$$



Vom Rande des mit Wasser gefüllten Burggrabens erblickt man den 25 m hohen Burgturm unter einem Winkel von 11,5°. Wie breit ist an dieser Stelle der Graben?

14 Ausrechnung:

14

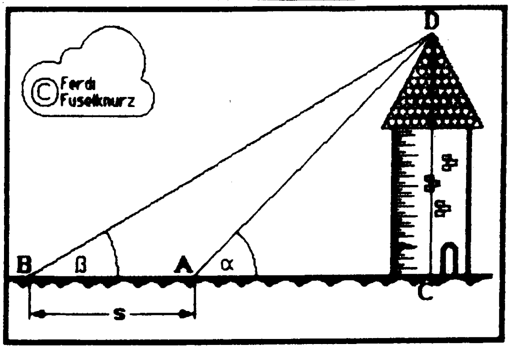


$$\tan 11{,}5^\circ = \frac{25}{x}$$

$$x = \frac{25}{\tan 11{,}5^\circ}$$

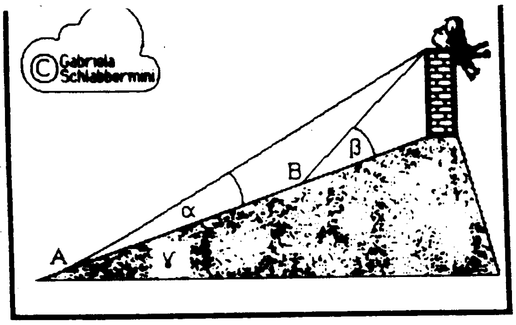
$$x = 122{,}88 \text{ m}$$

3.10 Karteikarten zu Vermessungsaufgaben



6

Wenn man die Höhe eines Turmes bestimmen will, kann man von einem Punkt A aus eine sogenannte Standlinie s (waagerecht), die in Richtung auf den Turm verlauft, bis Punkt B abmessen und die Hohenwinkel α und ß bestimmen.
Wie hoch ist der Turm, wenn s = 32 m, α = 22° und ß = 15° gemessen werden?



7

»RappleMcUnzle, RappleMcUnzle, laß dein Haar herunter!« Aber RappleMcUnzle dachte nicht daran. Erst wollte sie wissen, wie hoch der Turm war, in dem sie gefangengehalten wurde. Ja, wie hoch war er eigentlich, wenn die Strecke $\overline{AB}$ mit 52 m gemessen wird und der Hohenwinkel α zur Turmspitze 29,4°, der Hohenwinkel ß 59,6° betrug? Der Neigungswinkel des Berges maß γ = 13,2°.