



Grundvorstellungen bei der Einführung der Begriffe Differenzenquotient und Differentialquotient

Kurzfassung der gleichnamigen Dokumentation

Dr. Bernhard Salzger

Don Bosco-Gymnasium
Don Bosco-Straße 20
2442 Ebreichsdorf-Unterwaltersdorf
Tel.: ++43 (0)2254 723 13 - 38

Grundvorstellungen im Mathematikunterricht? Vielleicht denkt man beim Lesen dieses Begriffs zunächst einmal an Veranschaulichungen der Grundrechenarten oder an einfache geometrische Aufgaben, die das Vorstellungsvermögen der Lernenden fördern sollen. Grundvorstellungen können aber auch auf bereits vorhandenes Wissen zurückgreifen und dieses in einen neu koordinierten Lösungsprozess einbinden; sie wären demnach notwendiger Bestandteil der Allgemeinbildung.¹ Wie ist diese Bezeichnung „Grundvorstellungen“ nun etwa bei der Einführung der Differentialrechnung zu verstehen?

Hierzu können im Unterricht Bezugspunkte gewählt werden, die die Alltäglichkeit fremd klingender mathematischer Ausdrücke in den Vordergrund rücken.

In elf Unterrichtseinheiten wurden die Begriffe Differenzenquotient und Differentialquotient in einer siebenten Klasse AHS des Don Bosco-Gymnasiums Ebreichsdorf-Unterwaltersdorf über den Zugang mittels Grundvorstellungen zu den beiden Begriffen gelehrt. Unter Berücksichtigung von inhaltsbezogenen und methodischen Leitlinien wurde die Klasse mit Hilfe des Grafikrechners TI-82 unterrichtet. Grundlage des Unterrichts war ein Konzept zum Thema Grundvorstellungen von Univ. Prof. Dr. Günther Malle mit dem Titel: „Differenzenquotient und Differentialquotient. Ein Lehrgang zur Grundbildung“. Für die Schülerinnen und Schüler waren es keine „Projekt-Unterrichtsstunden“, sondern „normaler“ Unterricht, bei dem auf Grundvorstellungen, Deutungen und Begriffsinterpretationen etwas mehr Wert gelegt wurde, als vielleicht von ihnen erwartet. Den Schülerinnen und Schülern war jedoch bewusst, dass es sich hierbei um eine besondere Art der Einführung in ein neues Kapitel handelte und dass dies im Rahmen eines Projekts verwirklicht werden sollte.

Ziele dieses Projekts waren u. a. das Deuten-, das Interpretieren- und das Umgehen-Können mit den mathematischen Inhalten, die hinter den beiden Begriffen stehen. Abschlusstests am Ende der Unterrichtssequenzen brachten sehr interessante Ergebnisse, die in der künftigen Unterrichtsarbeit berücksichtigt werden sollen.

Da viele Schülerinnen und Schüler den Mathematikunterricht als notwendiges Übel ansehen und nach acht Jahren Gymnasium einige Formeln auswendig aufsagen können, ohne einen mathematischen Inhalt dahinter zu sehen, scheint es mitunter folgerichtig, diesem Umstand entgegenwirken zu wollen. Schülerinnen und Schüler sollten verstehen, was sie im Mathematikunterricht anwenden, und mit diversen mathematischen Inhalten Vorstellungen verbinden können. Aus diesem Grund ist ein

¹ Vgl. www.uni-klu.ac.at/gdm-ak/ProtokollStandards.htm (27. April 2004)

Zugang mit Grundvorstellungen zu mathematischen Begriffen und Inhalten unentbehrlich.

Als jemand, der schon seit Jahren versucht, Schülerinnen und Schülern Mathematik unter den Gesichtspunkten des Begründens, des Interpretierens und des kritischen Reflektierens zu vermitteln, erscheint es als logische Folge, diese Art des Unterrichtens im Rahmen eines Projektes noch bewusster als bisher zu praktizieren. Der gezielte Einsatz der Sprache im Mathematikunterricht ist in diesem Zusammenhang als weiteres Motivationskriterium zu nennen. Die Sprache der Mathematik als eine solche anzuerkennen und tatsächlich bewusst von dieser in die Alltagssprache zu übersetzen und umgekehrt ist folglich ein weiterer Punkt, der als zusätzlicher Motivations Schub anzuführen wäre. Denn durch den Zugang mittels Grundvorstellungen wird dieser Bereich des Erfassens neuer Inhalte, Fähigkeiten und Fertigkeiten gefördert.

Bei der Auswahl der Aufgaben, die im Unterricht bzw. als Hausübung zu bearbeiten waren, standen einerseits Überlegungen im Vordergrund, die Alltagsbezüge und wenn möglich Veranschaulichungen beinhalten sollten, andererseits sollte die Abfolge der Aufgaben auch abwechslungsreich sein. Weiters sollte das Interpretieren von Graphen, das Deuten von Begriffen, das Begründen von Lösungsansätzen, das Reflektieren über die mathematischen Inhalte sowie die sprachliche Seite bei Erklärungen und Kommentierungen von Bezeichnungen und Rechengängen gefördert werden.

Ein glücklicher Zufall führte dazu, dass die didaktische Einführung in die Differentialrechnung im Wintersemester 2003/04 das Thema einer Vorlesung von Univ. Prof. Dr. Günther Malle am Institut für Mathematik der Universität Wien war. Einem vorher angekündigten Besuch dieser Vorlesung von Schülerinnen und Schülern der 7G des Don Bosco-Gymnasiums Ebreichsdorf-Unterwaltersdorf stand Prof. Malle sehr positiv gegenüber. Es sollte dies einerseits eine Ergänzung zum Unterricht, andererseits auch ein erstes Kennen lernen des Universitätsbetriebs mit anschließendem Gespräch mit Prof. Malle sein.

Bei dieser Exkursion waren fast alle Schülerinnen und Schüler dieser Klasse dabei. Das gerade im Mathematikunterricht behandelte Thema konnte so von einer etwas anderen Perspektive erfahren werden. Der Zufall wollte es so, dass die Unterrichtssequenzen des Projekts zeitlich mit dem Inhalt der besuchten Vorlesung thematisch ziemlich exakt übereinstimmten. Das Projekt wurde infolgedessen für die Schülerinnen und Schüler „hautnah“. Deren verstärkte Einbindung sollte der Motivation dienen, auch bei den Abschlusstests ernsthaft mitzumachen.

Die Reaktionen der Schülerinnen und Schüler hinsichtlich des Besuchs einer Vorlesung an der Universität waren zum größten Teil positiv.

Den Abschluss des Projekts bildeten nun zwei Tests, der eine zum Thema „Differenzenquotient“, der andere zum Thema „Differentialquotient“. Die anschließende Evaluation fand durch Mag. Angela Schuster (Fachkoordinatorin für Mathematik der Abteilung S1-Grundbildung) nach einem Auswertungsschema von Univ. Prof. Dr. Günther Malle statt:

Definitionen und einfache Rechenaufgaben stellten für den Großteil der Klasse keine Schwierigkeiten dar. Das Angeben von Termdarstellungen mit konkreten Zahlen war etwas schwieriger, mit Variablen war das Problem noch größer. Bei Fragen zu Deutungen wurde oft nur eine Deutung angegeben. Dies deutet darauf hin, dass sich die Schülerinnen und Schüler oft nur eine Version eingeprägt haben, mit der sie arbei-

ten. Zudem fällt auf, dass Aufgaben, die aus viel Text bestanden, von vielen ganz ausgelassen wurden.

Bezüglich der Grundvorstellungen der beiden Begriffe Differenzenquotient und Differentialquotient lässt sich erkennen, dass die Schülerinnen und Schüler zum Großteil zumindest eine Vorstellung zu den beiden Termini zur Verfügung haben, die ihnen als Grundlage für weitere Überlegungen dient. Den meisten Schülerinnen und Schülern mehrere Deutungen nachhaltig zu vermitteln, konnte nur ansatzweise erreicht werden. Außerdem ist festzustellen, dass längere Angabetexte abschreckend wirkten. Diese Scheu vor dem Einlesen in eine Aufgabe muss noch genommen werden. Ansonsten kann resümiert werden, dass diese genaue Beschäftigung mit den Grundlagen der Differentialrechnung im Endeffekt von großem Vorteil war, da hierdurch weiterführende Unterkapitel in diesem Stoffgebiet (z. B. Funktionsanalysen, Extremwertaufgaben) schneller behandelt werden konnten als üblich.

Abschließend kann konstatiert werden, dass der Zugang zu diesem Kapitel mittels Grundvorstellungen von den meisten Schülerinnen und Schülern als durchaus positiv aufgefasst wird.

Durch das Anknüpfen an bereits vorhandenes Wissen aus dem Alltag und aus der Mathematik findet eine Vernetzung statt, die als Resultat das Kennen der beiden Begriffe und das Umgehen-Können mit ihnen nach sich zieht.

Grundvorstellungen können auf jeden Fall als Fundament der Grundbildung bezeichnet werden, das Zugänge zu neuen Begriffen erheblich erleichtert.

Die Zeit, die man sich als Lehrperson für das Erarbeiten von Grundvorstellungen nehmen muss, fehlt zwar mitunter beim Festigen von Rechenfertigkeiten; da zu den Begriffen aber eine Vorstellung mit einem mathematischen Inhalt verbunden wird, profitiert davon jedoch die Allgemeinbildung.