



**MNI-Fonds für Unterrichts- und Schulentwicklung  
S2 „Grundbildung und Standards“**

---

# **ENTWICKLUNG UND VERLAUF INDIVIDUELLER RECHENSTRATEGIEN BEI VOLKSSCHULKINDERN**

**Kurzfassung**

**Mag. Maria Fast**

**Kirchliche Pädagogische Hochschule in Wien/Krems**

Wien, Juli 2008

Dieses Projekt ist kein unmittelbares Unterrichtsprojekt, sondern analysiert Daten aus drei Unterrichtsprojekten, die in den vorhergegangenen Jahren bei IMST durchgeführt wurden.

Der vorliegende Beitrag beschreibt, mit welchen Rechentypen (Kopfrechnen, schriftliches Rechnen, ziffernweise mündliches Rechnen) und mit welchem Erfolg Schülerinnen und Schüler zweier Klassen Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Zahlenraum 100 und 1000 bearbeiteten. Zusätzlich wird der Frage nachgegangen, ob es Unterschiede zwischen Buben und Mädchen gibt. Die Aufgaben wurden von Beginn der zweiten Schulstufe bis zum Ende der vierten Schulstufe sechsmal gestellt.

Ziel des Projekts ist, auf Basis der gewonnenen Erkenntnisse Empfehlungen für den Mathematikunterricht abzuleiten, die ein Zahl- und Operationsverständnis sichern.

Ausgehend von den vier in der mathematikdidaktischen Literatur angeführten Rechentypen *Kopfrechnen*, *Halbschriftliches Rechnen*, *Rechnen mit dem Taschenrechner*, *Schriftliches Rechnen* ergibt sich aus der Arbeit mit den eigenen Daten ein fünfter Rechentyp, nämlich *ziffernweise mündliches Rechnen*. Beim *ziffernweise mündlichen Rechnen* werden die Ziffern nicht normiert wie bei den schriftlichen Rechenverfahren, sondern individuell, entsprechend den Rechengesetzen verknüpft. Es hat daher keinen algorithmischen Charakter, sondern ändert sich je nach Aufgabenstellung. Ziffernweise mündliches Rechnen ist kein im Unterricht thematisiertes Rechenverfahren, sondern wird informell von den Kindern durchgeführt.

Schriftliche Rechenverfahren vereinfachen in der Regel das Rechnen und erhöhen die Rechensicherheit. Die Schülerinnen und Schüler verwenden sie ab dem Zeitpunkt der Einführung sukzessiv häufiger. Ein erheblicher Anstieg ist bei dieser Untersuchung nochmals am Ende der vierten Schulstufe zu verzeichnen. Erst zu diesem Zeitpunkt wird das Verfahren umfassend eingesetzt. Allerdings nicht nur bei den Rechnungen, die in der Komplexität ausladend sind, sondern auch bei Aufgaben, die durchaus mittels Kopfrechnen zu lösen wären. Der Anteil des Kopfrechnens bleibt ab Einführung der schriftlichen Rechenverfahren relativ stabil.

Schülerinnen und Schüler zeigen ein unterschiedliches Wahlverhalten bei Rechentypen im Längsschnitt und bezüglich Zahlenraum 100 und Zahlenraum 1000, aber nicht zwischen Addition und Subtraktion und nicht zwischen einzelnen Rechnungen. Kinder haben einen bevorzugten Rechentyp, den sie bei gewissen Aufgabenstellungen einsetzen. Individuelle Adaptierungen, um geschickte Zahlbeziehungen auszunützen, werden nicht verwendet.

Das bedeutet für den Mathematikunterricht, dass Schülerinnen und Schüler durch entsprechende Maßnahmen befähigt und auch dazu angeleitet werden müssen, selbst zu entscheiden, ob schriftliches Rechnen oder Kopfrechnen für eine Aufgabe günstiger ist. Wichtig ist, dass zwischen den „neuen“ Rechnungen und den bereits bekannten eine Verbindung hergestellt werden kann. Nicht jede Aufgabe hat einen speziellen Lösungsweg, sondern verstandene Rechentypen bzw. Lösungswege müssen auf neue Aufgaben übertragen werden. Dazu bedarf es passender Anlässe im Unterricht.

Bemerkenswert ist, dass ca. drei Viertel der Aufgaben korrekt gelöst wurden. Dabei fiel den Schülerinnen und Schülern die Lösung der Plusaufgaben - wie erwartet - leichter als die der verwendeten Minusaufgaben. Unterschiede zeigen sich auch in der Erfolgsquote der einzelnen Rechentypen. Das Verfahren mit der höchsten Er-

folgsquote ist schriftliches Rechnen, gefolgt von Zahlenrechnen. Am niedrigsten ist die Erfolgsquote beim ziffernweise mündlichen Rechnen. Extrem niedrig ist die Erfolgsrate bei der Kombination Subtraktion mit ziffernweise mündlichem Rechnen. Während beim Zahlenrechnen (Kopf, halbschriftlich) sich die Lösungsrate bei Addition und Subtraktion nicht unterscheidet, gibt es deutliche Abweichungen beim ziffernweise mündlichen Rechnen, vermutlich verursacht durch fehlende mathematische Strukturen oder durch die Komplexität der Anforderungen.

Wenn auch im Schulbuch nur ein Weg vorgegeben ist, beschreiten Kinder ganz unterschiedliche Wege. Dies können durchaus brauchbare Methoden auf dem Gebiet des ziffernweise mündlichen Rechnens sein. Manche Methoden sind allerdings weit weg von einem fundierten Zahlenverständnis und führen eher in eine Sackgasse. Wenn Kinder von einer Konzeption, in der sie die Ziffer als Einerzahl in den Stellenwerten interpretieren, in automatisierte schriftliche Algorithmen gleiten, ohne jemals umfassend das System der Bündelung verstanden zu haben, erweist es sich als äußerst schwierig, einen über die natürlichen Zahlen hinausgehenden Zahlbegriff zu erlangen. Solche Kinder verstehen Zahlen als durch Ziffern definierte einzelne für sich stehende Bedeutungen, können aber wenig Beziehungen ineinander denken.

Dies bedeutet für den Mathematikunterricht, dass im weitesten Sinn auf das Verstehen fundamentaler Strukturen mehr Wert gelegt werden soll. Das System des Stellenwerts und der Bündelung bzw. der Ordnung im Zahlenraum sind Themen, die jedes Kind verstehen muss. Die vordergründige verlorene Zeit, die für das Üben von Rechenverfahren nicht aufgewendet wird, kann später durch das allumfassende Verstehen der Zahlen und Operationen kompensiert werden.

Vergleicht man das Wahlverhalten und die Korrektheit der Lösung bei Buben und Mädchen, unterscheiden sich die Erfolgsquoten allgemein nicht, von der Tendenz her hatten die Buben etwas bessere Leistungen. Unterschiedlich ist das Resultat in der Kombination ziffernweise mündliches Rechnen, gepaart mit der Subtraktion. Hier ist ein deutlicher Unterschied zu Gunsten der Buben zu sehen.

Dies kann als Hinweis verstanden werden, dass kognitive Potentiale bei den Mädchen in geringerem Grad in mathematische Kompetenz umgesetzt werden können. Mädchen in dieser Stichprobe gehen an Rechenoperationen vorsichtig abwägend heran, in dem sie oft mit den Ziffern in den Stellenwerten rechnen. Allgemeingültiges, die Zahlvorstellungen förderliches Vorgehen tritt weniger auf. Mädchen zeigen weniger Mut, das Ganze zu sehen. Vielleicht können individuelle Beurteilungsformen Bewusstseinsänderungen herbeiführen.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass zielführendes mathematisches Vorgehen bei Plus- und Minusaufgaben mit einem fundierten Zahlen- und Operationsverständnis gekoppelt ist, das sich vor allem im Rechnen mit Zahlganzen zeigt. Jonglieren Kinder mit Ziffern in den Stellenwerten, dann sinkt die Korrektheit der Lösungen, insbesondere bei den Minusrechnungen. „Retten“ können sie nur automatisierte schriftliche Rechenverfahren, die zwar kurzzeitig bei Addition und Subtraktion Erfolge zeigen, aber langfristig nicht das mangelnde Zahlenverständnis ausgleichen können.