Schuljahr 2001/2002

Variationen über ein mathematisches Thema

Ein Thema – 5 Variationen

Trigonometrie und Vermessung

Schule: BG/BRG Kapfenberg

LehrerInnenteam: Anna Weißenbacher

Betreuer/in: Helga Jungwirth

ABSTRACT:

Ausgangspunkt – Ziele

Um den Mathematikunterricht in der 6.A-Klasse des Realgymnasiums (1 Mädchen, 6 Knaben) attraktiv zu gestalten und die Teamfähigkeit und Kreativität der Schüler zu fördern, plante ich im Schuljahr 2001/02 ein Vermessungsprojekt unter der Leitung eines diplomierten Geometers durchzuführen. Die Schüler sollten auch erkennen, dass Mathematik und Geometrie im Alltag wichtig sind und sie sollten durch das praktische Projekt für den theoretischen Unterricht motiviert werden. Beim Eröffnungsseminar des IMST²-Schwerpunktprogramms „Lehr- und Lernprozesse“ zu Beginn des laufenden Schuljahres empfahl mir die Betreuerin, Frau Helga Jungwirth, dieses Vermessungsprojekt mit zwei sogenannten concept mappings zu begleiten. Diese Herausforderung nahm ich an. Mit Hilfe eines concept mappings können interne Wissensstrukturen von Personen nachvollzogen werden. Sie erhalten die Aufgabe, auf Kärtchen vorgegebene Begriffe aus ihrer Sicht passend miteinander zu verbinden und eventuell mit noch dazugehörenden zu ergänzen.

Die Durchführung des Projekts

Das Stoffgebiet Trigonometrie wurde nun den Schülern in 5 Variationen näher gebracht. Zuerst lernten sie die herkömmliche Schultrigonometrie kennen und darauf folgte das erste concept mapping. Eingangs wurden vier umfassende Beispiele in Einzelinterviews an der Tafel gerechnet. Die Beispiele bezogen sich auf schon länger Bekanntes (Sinussatz, Polarkoordinaten), enthielten aber auch Neues (Steigung, trigonometrische Flächenformel). Danach bekamen die Schüler für das concept mapping 22 Kärtchen mit verschiedenen Begriffen, die aus den Aufgaben resultierten. Nachfolgende Interviews dienten einer zusätzlichen Erläuterung ihres Denkens. Die dritte Auseinandersetzung mit der Trigonometrie hatte die Theorie der Vermessungstechnik zum Inhalt. Sie war wegen der neuen Formeln und Begriffe ein harter Brocken für die Schüler. Dafür wurde der darauffolgende praktische Teil etwas angenehmer. Es gab drei Projekttage, an denen die Schüler intensiv zusammen arbeiten mussten. Sie lernten das Vermessungsbüro kennen, durften mit einem Theodolit den

Turnsaal der Schule vermessen und zeichneten mit Auto Cad einen Plan. Komplizierte Skizzen waren zu entwerfen. Die Daten des Vermessungsgerätes mussten ebenfalls mit den gelernten Formeln überprüft werden. Beim darauffolgenden zweiten concept mapping ging es um Begriffe aus der Vermessungskunde.

Erkenntnisse und Ergebnisse

Alle maps sind sehr unterschiedlich ausgefallen, da es so viele Kombinationen gab. Gewisse Vorgangsweisen waren für manche Schüler bezeichnend. Die mathematisch begabten Schüler waren jedes Mal den Anforderungen bestens gewachsen. Sie stellten kaum falsche Verbindungen her und sie konnten alt Bekanntes auf kurz vorher Gelerntes gut anwenden. Schwächere Schüler haben beim ersten concept mapping einiges falsch gemacht und ein paar Begriffe nicht vernetzen können. Bei den nachfolgenden Interviews haben sie noch viel dazugelernt. Sie konnten im Gespräch ihre Fehler sofort erkennen und richtig stellen.

Beim zweiten concept mapping hat sich herausgestellt, dass die Schüler etwas schneller waren als beim ersten Mal und die Begriffsvernetzungen enthielten im Allgemeinen nur mehr wenige Fehler. Obwohl die Vermessungstechnik schwierigere Formeln aufweist als die herkömmliche Trigonometrie, konnten die Schüler ganz gut mit diesen umgehen. Die Ziele des Projekts wurden fast zur Gänze erreicht. Nur meine Erwartungen, dass sich die Schüler von selber Informationen zum Thema suchen würden, haben sich nicht erfüllt.

Präsentation des Projekts

Das Projekt wurde auf einem Elternabend vorgestellt. Die Schüler präsentierten unsere Arbeit, ich referierte über die TIMS-Studie, das Projekt IMST2 und meinen Einstieg in das Schwerpunktprogramm3. Die maps der beiden didaktischen Untersuchungen wurden wie auf einer Vernissage ausgestellt.

Resümee

Die Studie ist nun fast über ein ganzes Jahr gelaufen und hat mehr Zeit in Anspruch genommen als ich ursprünglich geglaubt habe. Je mehr ich mich mit dieser neuen Didaktik des concept mappings auseinander gesetzt habe, desto interessanter wurde das Ganze und desto neugieriger wurde ich auf die Ergebnisse. Da in dieser Gruppe nur sieben Schüler sind, die ich schon vier Jahre lang unterrichte, war es mir möglich, eine solche genaue Studie zu erstellen. Das Feedback (auch von Eltern- und Kollegenseite) war durchaus positiv und ich kann mir vorstellen, solche Untersuchungen anhand eines praktischen Projekts wieder zu machen, wenn die Rahmenbedingungen passen.

INHALTSVERZEICHNIS

ABSTRACT

Ein Vermessungsprojekt eignet sich dazu, den Schülern die Trigonometrie neben der üblichen Schulmethode auf eine zweite, andere Art näher zu bringen. Hier wird ein solches Projekt vorgestellt. Inwieweit und in welcher Weise die Schüler die zusätzliche Theorie und die Erkenntnisse aus der praktischen Arbeit in ihr Wissen integrieren konnten, wurde mit der Methode des concept mapping überprüft. Die Ergebnisse ebenso wie die Erfahrungen mit diesem Unterricht sind sehr ermutigend.

1 TRIGONOMETRIE UND VERMESSUNG

Innovation am BG/BRG Kapfenberg

Lehrerin: Anna WEISSENBACHER

Betreuerin: Helga JUNGWIRTH

1.1 Das concept-mapping - mitten in Variation 2

„Cool gmocht. Alles was hier steht, wurde in der Stunde vorher erklärt.“

„Zählt Doppelpunkt als zu oder durch?“

Gelächter.

Die Videoaufnahme beweist, dass es sonst keine Zwischenbemerkung gibt und dass sich die Schüler einer 6.Klasse des Realgymnasiums (1 Mädchen, 6 Knaben) 40 Minuten lang völlig auf ihre Arbeit konzentrieren. Mit „hier“ in Zeile 1 sind 22 Kärtchen gemeint, auf denen Begriffe der „herkömmlichen“ Schultrigonometrie festgehalten sind (siehe Seite 7). Der Arbeitsauftrag besteht darin, diese Kärtchen auf einem unlinierten A3-Blatt zu positionieren und die zusammengehörenden Begriffe mit Linien zu verbinden. Drei Linienarten (durchzogene Linie [—] für notwendige Bedingung, strichlierte Linie [- - -] für lose Verbindung und Pfeil [→] für „braucht man für“) und einige leere Kärtchen für zusätzliche Ergänzungen stehen zur Verfügung. Die Begriffe (verbal, formal, grafisch dargestellt) sagen teils dasselbe aus oder sind einander ähnlich, teils sind sie mehrmals und verschieden anwendbar. Manche Begriffe passen nicht ins Gefüge. Einige davon können allerdings durch passende Ergänzungen brauchbar gemacht werden oder sie bleiben über. Erkennt man, dass eine Reihe von Begriffen zu einem bestimmten Kapitel des Stoffgebiets gehört, dann kann man diese mit einer geschlossenen Linie umrahmen, auf diese Art eine Gruppierung vornehmen und eventuell auf das Kapitel oder Beispiel namentlich verweisen.

Dieses Untersuchungsdesign, das die internen Wissensstrukturen der Schüler grafisch sichtbar macht, heißt „concept mapping“ (Hasemann/Mangel 1999).

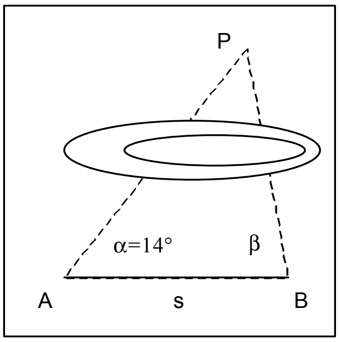
1.2 Nach der Variation 1- der Einführung in das Thema – ein kleines Vorspiel

Ist die Variation 1 gut gelungen, dann wird auch Variation 2 ein Erfolg sein. Die Variation 1, bei der oft Probephasen nötig sind, führt in das Thema ein, denn sie ist die Bekanntmachung mit der Trigonometrie und vermittelt deren Grundkenntnisse, die zu beherrschen sind. Dann folgt eine längere Pause, und die Variation 2 beginnt mit einem Vorspiel. Vier umfangreiche Aufgabenstellungen (siehe Anhang, Seite 18 und Seite 19) aus unterschiedlichen Teilgebieten der Trigonometrie werden den Schülern vorgelegt. Nicht alle Fragestellungen sind mit den bis dato bekannten Grundkenntnissen zu beantworten, sie führen bewusst in ein Neuland, in das ich meine Sprösslinge begleite. In Einzelinterviews zu den Aufgaben (sozusagen eine solistische Teilnahme mit zeitweiliger Begleitung durch den Chor), zu denen sich die Schüler freiwillig melden dürfen, lasse ich alt Bekanntes (Anwendung des Sinus- und Cosinussatzes, Rechnen mit Polarkoordinaten) Revue passieren und erarbeite in einer lockeren Atmosphäre neue Formeln und Zusammenhänge (trigonometrische Flächenformel, Steigung), auf die es im concept mapping ankommen wird. Die Schüler ahnen dies natürlich nicht und sind teilweise ob der Beispielfülle und der zeitlichen Inanspruchnahme unkonzentriert und überfordert, da sie vieles schon vergessen haben.

1.2.1 Analyse der Variation 2 – Erste Erkenntnisse

Im Kärtchenwald des concept mappings stehen insgesamt 22 alt bekannte oder aus den Beispielen neu ableitbare Begriffe, erstellt nach dem vorher (in 1.1) erwähnten Modus. Zwei Kärtchen zeigen Grafiken und sind daher etwas größer als die anderen. Eine Abbildung symbolisiert eine dreieckige Verkehrstafel mit einer Prozentangabe (14%), die andere zeigt die Skizze einer Vermessungsaufgabe, in der ausgehend von einer Standlinie s = AB ein neuer Punkt P unter einem Winkel von $\alpha = 14°$ angepeilt wird. Die Zahl 14 erscheint auch noch im Zusammenhang mit den trigonometrischen Funktionen und in der Polarkoordinatenschreibweise (siehe Abbildung 1).

1. concept mapping



Höhenwinkel

cos 14°

Cosinuswert kleiner Winkel

Sinuswert kleiner Winkel

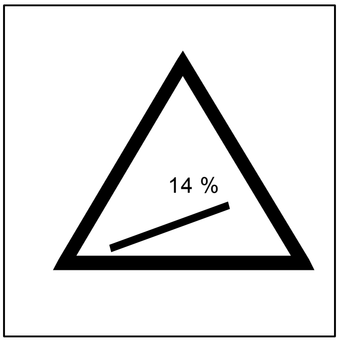
1/2.(s.PB).sin β

Vorwärtsein-schneiden nach einem Punkt

½PA.PB.sin(α+β)

tan 14°

sin(180° - α - β)



(1 ; 14 °)

sin β : AP

sin 14°

sin (α + β)

(eigene Ergänzung)

PB : sinα

sin (α+β) : s

(s . AP . sin α) : 2

sin α : sin β

tan α

Tangenswert kleiner Winkel

Steigungswinkel α

(eigene Ergänzung)

Arbeitsauftrag: Lege diese Kärtchen auf einem Blatt auf und verbinde zusammengehörende Begriffe mit Linien.
Durchzogene Linie : notwendige Bedingung (——) Strichlierte Linie : lose Verbindung (-----)
Pfeil : braucht man für (⟶) In leere Kärtchen kannst du etwas einfügen

Abbildung 1

Diese und andere Vorgaben (diverse Proportionen von Sinussätzen und verschiedene Flächenformeln) bieten viel Spielraum zur Entfaltung der eigenen Gedanken (siehe Seite 5). Das spiegelt sich in den unterschiedlichen Strukturen der maps wider (map-Beispiele im Anhang, Seite 21 und Seite 22). Die Lernenden besitzen ein individuelles Vorwissen und setzen die Gedankengänge verschieden um.

- Es ist zu erkennen, dass mathematisch begabte und interessierte Schüler den Anforderungen sehr gut gewachsen sind. Sie stellen kaum falsche Beziehungen zwischen den Begriffen her. Ihr Standardwissen ist so gefestigt, dass sie vor allem auch das kurz vorher Gelernte exakt umsetzen können, wenngleich sie bei der Erarbeitung der Beispiele davor den Eindruck von Nichtinteresse oder doch Langeweile erweckten. Diese Schüler finden passende Zusammenhänge ziemlich schnell und sie kreieren auch mögliche Verbindungen, an die ich bei der Erstellung der Kärtchen nicht gedacht habe. Ihr Zugang zur Materie ist eben nicht so vorprogrammiert wie meiner und in den nachfolgenden Interviews muss ich eingestehen, dass aus der Sichtweise der Schüler noch weitere Kombinationen möglich sind. Es gibt kaum falsche Verbindungen, sondern nur Alternativen. Mir wäre zum Beispiel sofort eingefallen, „tan 14°" notwendigerweise als Quotient aus den Ausdrücken „sin 14°" und „cos 14°" darzustellen und als Zusatzkärtchen das „Divisionszeichen" einzuführen. Diesen Zusammenhang wählt kein Schüler. Die angegebene Polarkoordinatendarstellung (1;14°) führt in der kartesischen Koordinatendarstellung auf (cos 14°,sin 14°). Solch ähnliche Überlegungen stellen nur zwei von sieben Schülern an. Die anderen flüchten in die Alternative, diese Begriffe mit „Tangenswert kleiner Winkel", „Sinuswert kleiner Winkel" und „Cosinuswert kleiner Winkel" in eine lose Beziehung zu bringen. 14° ist für die Schüler eben ein kleiner Winkel. Die mehrfache Verwendung von „14" in diesem concept mapping wird auch einem guten Schüler zum Verhängnis. Zitat aus dem anschließenden Interview auf die Frage, warum er „tan 14°" übrig lässt: *„Ich war mir nicht sicher, ob es mit der „Verkehrstafel" zusammenhängt oder nicht."*

- Schüler, die gelegentlich den Unterricht ohne merkliches Interesse an sich vorbeigehen lassen, können mit Begriffen, die schon längere Zeit nicht wiederholt wurden, nichts anfangen. Trotz Kurzwiederholung haben sie zu wenig aufgeschnappt, um den gestellten Fallen zu entgehen. So fügen zwei Schüler zum Beispiel die Proportionen beim Sinussatz falsch zusammen. Sie lassen auch, obwohl der zeitliche Spielraum meines Erachtens groß genug ist, manche Kärtchen links liegen.

- Der eine oder andere Schüler verwendet die Methode, ihm gut bekannte Formeln oder Strukturen auf die leeren Kärtchen zu schreiben und diese gezielt mit vorgegebenen Kärtchen zu koordinieren.

- Schüler, die bei der Erarbeitung der vorangehenden Aufgabenstellungen bei den Einzelinterviews direkt angesprochen und gefordert sind, finden die begrifflichen Zusammenhänge, die aus diesen Beispielen resultieren, eher als Schüler, die nicht immer bei der Sache sind.

- Falsch hergestellte begriffliche Beziehungen, auf die in den Interviews nach dem concept mapping hingewiesen wird, werden von den Schülern als nicht richtig erkannt, können aber nicht von allen ohne Schwierigkeiten ausgebessert werden. Gewisse Denkmuster sind also in den Köpfen der Schüler fest verankert. Obwohl es die Spielregel erlaubt, dass ein Kärtchen mehrmals verwendet werden kann und soll, hat diese Möglichkeit keiner der Schüler genützt. Wie im Unterricht sind sie mit einer Lösungsvariante für ein Beispiel zufrieden und erwägen keine weiteren Möglichkeiten.

1.3 Überleitung zum Hauptthema, dem praktischen Teil – Variation 3

In einem Theorieblock rund um die Vermessungstechnik müssen neue Begriffe und Formeln erarbeitet werden, damit der praktische Teil verstanden werden kann. Dies erfordert ein Umdenken für die Schüler. Jahrelang Gepauktes hat seine Gültigkeit verloren. Man muss sich an eine neue Gradeinteilung, an ein neues Koordinatensystem, an eine andere Koordinatenschreibweise und einige andere Methoden in der Formelerstellung und Formulierung gewöhnen. Neue Winkelbegriffe werden eingeführt (Vermessungskunde 2000).

1.4 Praktischer Teil als Hauptthema – große Erwartungen - Variation 4

In drei anstrengenden, arbeitsreichen Tagen wurde das praktische Projekt unter der Leitung des engagierten Geometers DI Karl Neuper durchgeführt. Der Turnsaal der Schule inklusive Tribüne wurde vermessen und in einem professionellen Plan im Vermessungsbüro dargestellt. Komplizierte Skizzen mussten entworfen werden und das richtige Auswählen der wichtigsten Vermessungspunkte (ca. 100 solche waren anzuvisieren) ließ die Köpfe der Beteiligten rauchen. Das Ausarbeiten war nicht weniger schwierig, denn die elektronischen Messergebnisse des Theodolits mussten unter Anwendung der gelernten Formeln bestätigt werden. Ein intensives Zusammenarbeiten war nun nötig. Jeder einzelne Schüler übernahm eine gewisse Aufgabe und konnte sich in einem Spezialgebiet entfalten (Skizzen zeichnen, Aussuchen und Aufsuchen passender Messpunkte, genaues Anpeilen und Vermessen mit dem Theodolit, Festhalten der Arbeit auf Video, formelmäßige Zusammenhänge und Programme erstellen, Protokoll schreiben). Nur so konnte ein gutes Produkt entstehen, mit dem die Schüler den Direktor überraschten. Weitere Erwartungen (siehe Abbildung 2) sollten ebenfalls erfüllt werden.

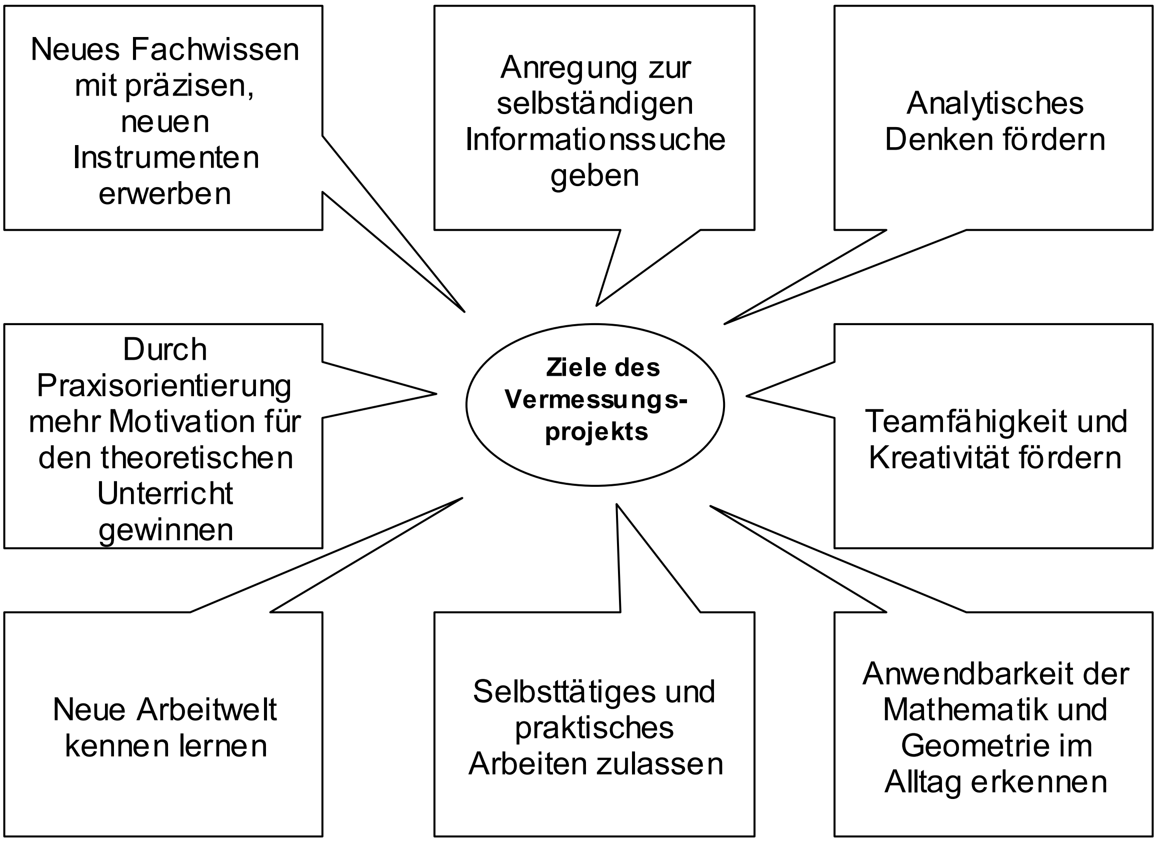


Abbildung 2

1.5 Variation 5 als Variation 2 in einer anderen Tonart - da capo

„Wann machen wir wieder ein concept mapping?“

Dieses Finale wird nun von einigen Schülern schon sehnsüchtig erwartet. Sie sind motiviert und wollen ihr Bestes geben. Konzentriert versuchen sie von der wieder vorangehenden Erarbeitung grundlegender Aufgaben aus der Vermessungsgeometrie, (siehe Anhang, Seite 20) die dem „Gedankenstrukturentest“ vorausgeht, möglichst viel aufzusaugen. Sie wissen andererseits auch, dass das Ergebnis der maps nicht beurteilt wird, sondern nur in meiner Studie Platz findet.

Die Begriffe auf den 22 Kärtchen (siehe Seite 9) leiten sich diesmal aus der Trigonometrie der Vermessungstechnik ab, zu der die Schüler nun ja einen praktischen und theoretischen Zugang haben. Eines der Kärtchen ist eine grafische Darstellung und deshalb größer als die anderen. In einem geodätischen Koordinatensystem erscheint ein Dreieck, dessen Eckpunkte in einer allgemeinen Koordinatenschreibweise angegeben sind. Die Formeln sind recht kompliziert, können aber mit ein bisschen Geschick gut zusammengefügt werden, wenn das

2. concept mapping (aus Platzgründen sind die qadratischen Formen verändert)

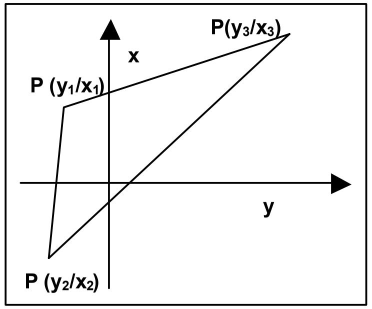
Arbeitsauftrag: Lege diese Kärtchen auf dem Karton auf und verbinde zusammengehörende Begriffe mit Linien.

Durchzogenen Linie (—) : Notwendige Bedingung
Strichlierte Linie (- - -) : Lose Verbindung
Pfeil (→) : braucht man für
Leere Kärtchen, in die du etwas einfügen kannst, dürfen auch verwendet werden

$P_1 (x_1 / y_1)$, $P_2 (x_2 / y_2)$, Abstand $P_1 P_2$

$[(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2]^{½}$

$½ . P_1P_2 . P_3P_2 . \sin \angle P_1P_2P_3$



$\Sigma x_i . (y_{i+1} - y_{i-1}) . ½$ $i \in \{1,2,3\}$	Cosinuswert des Vertikalwinkels (Ver. R)	$\sin (\beta^g - \alpha^g)$	$\cos (\alpha^g)$	$\sin (400^g - \alpha^g + \beta^g)$	y-Koordinate des Punktes P
Horizontaldistanz D. hor	Gauß-Krügerkoordinaten	x-Koordinate des Punktes P	Schrägdistanz D. sch	$\sin (100^g - \alpha^g)$	$\Sigma y_{i+1} . (x_i - x_{i+2}) . 0.5$ $i \in \{1,2,3\}$
$\sin (200^g - \alpha^g)$	GPS	OP . $\cos \alpha^g$ α : Horizontalwinkel	$\sin (- \alpha^g)$	Sinuswert des Vertikalwinkels (Ver. R)	$\sin \alpha^g$

Basiswissen über die Vermessungskunde gefestigt ist. Dies nehme ich an, da sich die Schüler ja mit Begeisterung beim praktischen Projekt ins Neuland stürzten und ihre Aufgaben wunderbar erfüllten.

1.5.1 Erkenntnisse aus dem Projekt - Ergebnisse sind individuell und für jeden einzelnen Schüler bezeichnend

Die Motivation ist auch bei mir vorhanden, denn die zweite Serie der maps auf farbigen Kartons sind ästhetisch besonders ansprechende Kreationen, mit denen sich die Schüler identifizieren (map-Beispiele im Anhang, Seite 23 und Seite 24). Fast ein Unterrichtsjahr lang habe ich an dem Projekt gearbeitet und beobachtet, wie die Schüler an Neues herangehen und wie sie sich mit einem Stoffgebiet vor und nach einem praktischen Projekt auseinandersetzen. Nun ist jede Person für mich gut beschreibbar. Da es nur sieben Schüler sind, kann ich ohne großen Aufwand erkennen, dass keine map der anderen gleicht. Gedankenstrukturen lassen auf die Persönlichkeit der einzelnen Schüler schließen und die Zuordnung der namenlosen maps zu den einzelnen „Künstlern" gelingt auf Grund des Typs auch dem Klassenvorstand. Mich bringen die erfolgreichen Ergebnisse ins Schwärmen.

Schüler A:

Er ist der Herausforderung, jedem Kärtchen einen passenden Partner bereit zu stellen, sehr gut gewachsen und mit einigen Ergänzungen schafft er interessante Interpretationen und drei übersichtliche günstige Gruppierungen. Beim Herstellen der Zusammenhänge ist er sehr schnell. Seine übersichtliche Darstellung präsentiert sich Weiß auf Schwarz. Der Schüler erweckt den Eindruck – er ist ein guter Denker - den totalen Überblick über die Formeln zu haben (es gibt nur eine kleine Verwechslung bei den neuen Koordinaten). Für mich ist dieser Typ der „<u>zukünftige Vermessungstechniker</u>", denn beim Praktikum war er überaus engagiert und ist auch dort auf Neues (Beherrschen des Vermessungsgeräts und Zeichnen des Planes auf Auto Cad) sofort zugegangen.

Schüler B:

In einer regelmäßigen Verteilung über die gesamte map, die aussieht wie eine Streuwiese (Unterlage ist grün), ist es dem Schüler gelungen, gut verästelte, richtige Verbindungslinien zwischen den Begriffen herzustellen und die Kärtchen hintereinander aufzufädeln. Er überlegt sich die Formeln gut und als „<u>alles in Betracht Ziehender</u>" ergänzt er die verbalen Ausdrücke durch formale und umgekehrt.

Schüler C:

Als „<u>Ordnungsliebenden</u>" fordern ihn die Reduktionsformeln dazu auf, eine passende, symmetrische Anordnung mit mehrmaligen Zusammenhängen und einem Hinweis auf den „Einheitskreis" herzustellen. Das „ Kärtchen mit dem Dreieck" ist für ihn ein Zentrum, von dem sich strahlenförmig sieben weitere richtige Begriffe ableiten lassen, die zum Teil untereinander noch in äquivalenten Beziehungen stehen. Diese Kreation der gelben Kärtchen auf dem blauen Hintergrund ist wohl durchdacht und gut überschaubar.

Schüler D:

Dieser Schüler ist ziemlich konzentriert an die Arbeit herangegangen und hat beim Rechnen der Übungsbeispiele sehr gut aufgepasst, damit ihm bei diesem concept mapping nicht so viele Kärtchen überbleiben wie beim letzen Mal. Dies ist ihm auch gelungen, denn der „Gewissenhafte“ hat in Anbetracht seines Fleißes beim Projekt nun einen ordentlichen Überblick über die Vermessung bekommen. Ordentlich bezieht sich sowohl auf die saubere map als auch auf die Begriffszusammenführung. Eigenständige richtige Begriffsergänzungen bestätigen dies.

Schüler E:

Dieser Kandidat ist hauptsächlich auf eine Paarbildung der Kärtchen fixiert und da er als „skeptischer Analytiker“ nicht allen meinen Vorgaben (Pärchen lassen sich auch ohne Zufügungen bilden) traut, nimmt er einige eigene, ausgezeichnete Ergänzungen bei den Formeln am Einheitskreis vor. Zu manchen Begriffen findet er kein passendes Kärtchen. Das „Dreieckskärtchen“ ergänzt er auf einer Seite mit zwei Flächenformeln zu einer Dreierbeziehung und auf der anderen Seite kreiert er eine eben solche Beziehung mit dem Abstand. Dazu gibt er eine neue Abstandsformel in der „Wurzelschreibweise“ an, da ihm die gegebene Potenzschreibweise womöglich suspekt erscheint. Übereinstimmend mit seinem eigenen Gefühl ist es dem Schüler gut gegangen und er hat mit seinen übersichtlichen Zuordnungen eine großartige map geschaffen.

Schüler F:

Dieser Schüler gibt sich bei dieser Arbeit als „guter Überleger“ zu erkennen, der die Formelzusammenhänge durch zusätzliche, skizzenhafte Ergänzungen ausreichend und fast immer richtig interpretiert. Während ihm beim letzten Mal mangels nötigen Überblicks viele Kärtchen übrig blieben, gibt es jetzt nur ein einziges. Die Freude am Projekt könnte eine andere Einstellung zur Mathematik hervorgerufen haben. Zitat der Mutter: *„Ich merke, dass mein Sohn jetzt anders an die Mathematik herangeht. Er sieht einen Sinn im Mathematikunterricht“.*

Schüler G:

Die Herausforderung für diesen Schüler beim praktischen Projekt, Programme für sämtliche Berechnungen am TI92 zu erstellen, hat sich auf die Entstehung der map sehr positiv ausgewirkt. Er ist sehr schnell, da ihm die Formeln und die begrifflichen Zusammenhänge wie immer sehr klar sind. Viele richtige Kärtchenergänzungen weisen darauf hin, dass mit den von mir angegebenen Begriffen das Wissenskontingent des „Formelgenies“ noch lange nicht erschöpft ist und ein concept mapping noch größeren Umfangs für ihn leicht zu bewältigen gewesen wäre.

1.5.2 Die Ziele des Projekts: fast zur Gänze erfüllt

Einiges spiegelt sich im concept mapping wider.

- Mit Freude haben die Schüler die neue Arbeitswelt kennen gelernt. Auch wenn das praktische Projekt anstrengend war, wären sie lieber noch einige Tage im Büro geblieben als wieder die Schulbank zu drücken.
- Die Schüler sind nach diesem Projekt ein zusammengeschweißtes Team, das stolz auf seine Gesamtarbeit ist. Sie sind die ersten, die überhaupt einen Plan von diesem Turnsaal in einem Vermessungsbüro gezeichnet haben.
- Sie haben erkannt (auch durch den theoretischen Unterricht des diplomierten Geometers), welche wichtige Rolle die Vermessung im Leben spielt (Grundbuch, Haus- und Tunnelbau).
- Durch die intensive Beschäftigung mit der zusätzlichen Theorie, welche die Praxisanwendung erfordert, haben sie bewiesen, dass auch ein Umdefinieren mancher Begriffe dem Verständnis nicht abträglich ist. Es bereitete den Schülern fast keine Schwierigkeiten, dass in der Vermessungskunde die Koordinatenachsen anders angeordnet sind als in der allgemeinen Geometrie und daher daraus andere Zusammenhänge für die Koordinatenbestimmung resultieren. Auch an die Angabe der Winkel in Neugraden (rechter Winkel entspricht 100 Gon) und die Verwendung der neuen Begriffe wie Horizontaldistanz, Schrägdistanz, vertikale und horizontale Richtung konnten sich die Schüler bald gewöhnen.
- Bei der praktischen Arbeit waren sie durchaus selbständig und arbeiteten gut zusammen.
- Meine Erwartungen, die Schüler würden von selber Informationen zum Thema suchen, erfüllten sich nicht. Vielleicht mussten sie doch ein bisschen zu viel an zusätzlicher Theorie lernen.

1.5.3 Das concept mapping aus der Sicht der Lehrerin und der Schülerin

In einem Zitat tut meine Schülerin auch die Meinungen ihrer Kollegen kund:

„Die Durchführung eines concept mappings ist eine gute Idee, da man aus den vorgegebenen Kärtchen Gesetze und Zusammenschlüsse schließen kann“.

Und so sehe ich diese Methode:

Das concept mapping erscheint mir wie ein Kartenlegespiel (Variationen über ein bestimmtes Thema), das individuell zulässt, dass jeder einzelne seinen Trumpf (den am besten bekannten Begriff) selbst auswählen kann und mit diesem verwandte Karten (andere Begriffe) an sich bindet. Da beliebig viele Wunschkarten zulässig sind (eigene Kärtchen erstellen), kann man die Chancen, möglichst schnell ein fertiges Bild zu haben, ziemlich vergrößern, wenn nur genügend geistige Ressourcen aus dem betreffenden Stoffgebiet vorhanden sind. Auch Schwindeln ist erlaubt, denn eine Karte darf und sollte auch mehrmals verwendet werden. Unbrauchbare Karten könnte man unter den Tisch fallen lassen. Es scheint mir jedoch rationeller zu sein, diesen

Störenfrieden geeignete Partner durch Zufügen neuer Kärtchen, die strukturell in die Reihe passen, zukommen zu lassen. Den Kombinationen sind also keine Grenzen gesetzt und so kann man seine individuellen Gedankenstrukturen bildlich festhalten und sichtbar machen. Verlieren kann man dabei nichts, nur Neues lernen.

Wendet man das Spiel öfter an, dann könnte dies eine neue Unterrichtsmethode sein, den Schülern langsam neue Begriffe zu vermitteln. Bei Interviews zu den maps stellte sich nämlich heraus, dass die Schüler sofort erkannten, welche Zusammenhänge nicht möglich waren. Manche konnten dann ihre falschen Muster sofort ausbessern.

2 RUND UM DAS PROJEKT

2.1 Ausgangspunkt

Um den Mathematikunterricht in der 6. Klasse des Realgymnasiums attraktiv zu gestalten (weitere Ziele siehe Abb. 1), plante ich im Schuljahr 2001/02 das Stoffgebiet Trigonometrie mit einem Praxisteil zu verbinden. Ich engagierte einen diplomierten Geometer, der uns sein Büro als Arbeitsstätte zur Verfügung stellte und uns bei der Praxis (Vermessung des Turnsaals) in jeder Hinsicht unterstützte. Beim Eröffnungsseminar des IMST²-Schwerpunktprogramms „Lehr- und Lernprozesse" zu Beginn des Schuljahres 2001/02 lernte ich das sogenannte concept mapping kennen. Die Betreuerin, Frau Helga Jungwirth, riet mir, mein Vermessungsprojekt mit dieser für mich neuen Unterrichtsanalyse zu begleiten. Anfangs war ich skeptisch, doch bei der kleinen Anzahl der Schüler, die ich zu betreuen habe, sah ich eine große Gestaltungsfreiheit und nahm die Herausforderung an. Ich führte also zwei concept mappings (vor und nach der praktischen Arbeit) durch und ließ mir die maps in Interviews dann auch noch im Detail erläutern. Um das Besondere der praktischen Arbeit auch für später festhalten zu können, wurde diese Phase von den Schülern auf Videoband aufgenommen.

2.2 Ergebnisse und Erkenntnisse

Die Ergebnisse, die das Erlernen des Stoffgebietes brachten, sind im Projekt beschrieben. Sie waren durchaus positiv und wirkten sich auch auf eine weitere, gute Zusammenarbeit zwischen Lehrerin und Schülern aus. Durch das Projekt waren die Schüler sehr motiviert und nahmen Neues besser auf und konnten es gut anwenden (siehe 1.5.1 und 1.5.2).

2.3 Sichtbarmachen des Projekts in unserer Umgebung

Die Schüler zeigten auch Interesse daran, dieses Projekt anlässlich eines Elternabends zu präsentieren. Zwei Freiwillige erstellten teilweise in ihrer Freizeit eine umfassende Power Point Präsentation über das gesamte Geschehen. Andere dokumentierten unsere Arbeit in Form von Plakaten, Skizzen, einem Plan, Fotos und einer kurzen Videoanalyse. Ich referierte über die TIMS-Studie, über das IMST²-Projekt im Allgemeinen (IFF 2001) und meinen Einstieg ins S3-Projekt im Besonderen. Des Weiteren präsentierte ich die maps beider Untersuchungen wie bei einer Vernissage. Da jede map für sich allein etwas Besonderes aussagt, beschrieb ich jede und hängte meine Studie neben das Bild. Die Schüler führten die Eltern zu ihrem Werk und jeder Elternteil konnte die analysierten maps seines Kindes betrachten und studieren.

Die Eltern waren von unserer Arbeit begeistert und freuten sich, dass ihre Sprösslinge in einem derart praktischen Projekt lernen durften, das noch dazu von zwei solchen Studien (concept mappings) begleitet wurde. Die Schüler, sehr stolz auf die Ergebnisse, präsentierten sich in diesem Zusammenhang nochmals als Team. Sie erkannten, dass sich die harte praktische Arbeit beim Vermessen und das Lernen der Formeln für die Ausarbeitung doch gelohnt hat. Auch die anwesenden Kollegen schätzten unsere Arbeit und interessierten sich für die Ergebnisse. Ein ähnliches Projekt würden sie aber wegen des Zeitaufwandes und der Zusatzarbeit nicht durchführen.

Mit dem Elternabend – Musik in den Ohren der Beteiligten – erhielten wir den Applaus für unser „Stück“, die 5 Variationen über ein mathematisches Thema.

2.4 Resümee

Der gelungene Elternabend inspiriert mich, solche Untersuchungen anhand eines praktischen Projekts wieder zu machen, wenn die Rahmenbedingungen passen. Der Zeitaufwand muss aber gestrafft werden, da sonst zum Festigen des Unterrichtsertrags in anderen Stoffgebieten zu wenig Zeit bleibt. Diesmal hatte ich nur sieben Schüler, die ich schon vier Jahre lang unterrichte. Dies ließ eine genaue Studie für jeden einzelnen Schüler und seine Arbeit zu. Die Verwendung des TI92 in dieser Klasse machte stoffliche Rückstände wieder wett.

Die concept mappings mit so vielen Kärtchen hatte ich ursprünglich nicht geplant, doch um genügend Aufschluss über die Gedankenstrukturen bekommen zu können, musste ich schon einige Kombinationen zulassen. Je mehr ich mich in das Projekt vertiefte, desto interessanter wurde die Arbeit und desto neugieriger war ich auf die Ergebnisse.

Die Videoaufnahmen sind nicht professionell. Ich brauchte sie auch nicht unbedingt für die Studie, doch für die Schüler war das Filmen lustig. Die ursprünglichen Ziele, die Schüler durch das praktische Projekt zu motivieren und die Teamfähigkeit zu beweisen, habe ich erreicht. Es ist auch sehr erfreulich, dass die Schülerin (siehe Anhang, Abbildung 4), die nicht Deutsch als Muttersprache hat, von diesem Projekt so viel profitieren konnte und die praktische Arbeit nicht gescheut hat. Es zeigte sich wieder, dass sie in der Gruppe voll akzeptiert ist und in der Leistung den Buben in nichts nachsteht. Die Schüler zum Selbststudium anzuregen, ist mir nicht gelungen. Dies ist wahrscheinlich wegen der zeitlichen Ressourcen der Schüler und deren anderen Interessen schwer möglich.

In einer Konferenz und bei der ARGE-Sitzung habe ich auf mein Projekt hingewiesen und angeregt, andere Kolleginnen sollten sich auch an einem IMST²-Projekt beteiligen. Zum Abschluss des Schuljahres war aber noch offen, ob es dazu kommen wird.

3 LITERATUR

HASEMANN, K. / MANGEL, H. – P. : Individuelle Denkprozesse von Schülerinnen und Schülern bei der Einführung der Bruchrechnung im 6. Schuljahr. In: Journal für Mathematikdidaktik, Heft 2/3, 1999

EGGER, ETTL, GUGGENBERGER, LEXE: Vermessungskunde. VERITAS-VERLAG Linz; 2. Auflage (2000)

IFF (Hrsg.): Endbericht zum Projekt IMST" – Innovations in Mathematics, Science and Technology Teaching, Pilotjahr 2000/01. Im Auftrag des BMBWK. IFF: Klagenfurt 2001

4 ANHANG

4.1 Aus dem Geschehen

Abbildung 3 - Die am Projekt Beteiligten: (v.l.n.r) Markus, Fadila, Lukas, Mike, Christian, Stefan, Robert, Mag. Weißenbacher, DI Neuper

Abbildung 4 - Fadila interessiert sich für die Funktionsweise des Theodoliten

4.2 Aufgabenstellung vor dem concept mapping 1 - Trigonometrie

1) **„Vorwärtseinschneiden nach 2 Punkten P und Q “**

Die zu vermessende Figur liegt in einer horizontalen Ebene.

Um die Entfernung zweier unzugänglicher Punkte P und Q (Neupunkte) (siehe Abbildung 5, Skizze 1) bestimmen zu können, werden die Standlinie s = AB und die Horizontalwinkel von den Standpunkten A und B zu den Endpunkten P und Q gemessen.

$\alpha = \angle BAP = 114°10´$ $\beta = \angle BAQ = 32°48´$

$\chi = \angle ABQ = 106° 57´$ $\delta = \angle ABP = 37° 12´$

s = 245m

Berechne die Entfernung PQ! (Zuerst formal, dann erst nummerisch unter Verwendung des TI 92).

Erstelle eine Formel zur Berechnung der Fläche dieses Grundstückes! (Verwende zwei Dreiecksflächen) Bestimme die Maßzahl der Fläche in ha.

2) **Entfernungsbestimmung**

Die größte Entfernung des Mondes von der Erde beträgt 406 700 km, die kleinste 356 400 km. Der Mond erscheint von der Erdoberfläche aus gelegentlich unter einem Sehwinkel von 31´5,16´´. (siehe Abbildung 5, Skizze 2)

Berechne daraus den Abstand Erde-Mond (vom Mittelpunkt zum Mittelpunkt).

Monddurchmesser d = 3476km, Erdradius r = 6370km

3) **Steigung**

Die Steigung im Semmeringbahntunnel (Länge 1430m) beträgt höchstens 2,5% (durchschnittlich 2,2%). Berechne die Höhe, die ein Zug durchschnittlich überwinden muss, wenn er durch diesen Tunnel fährt.

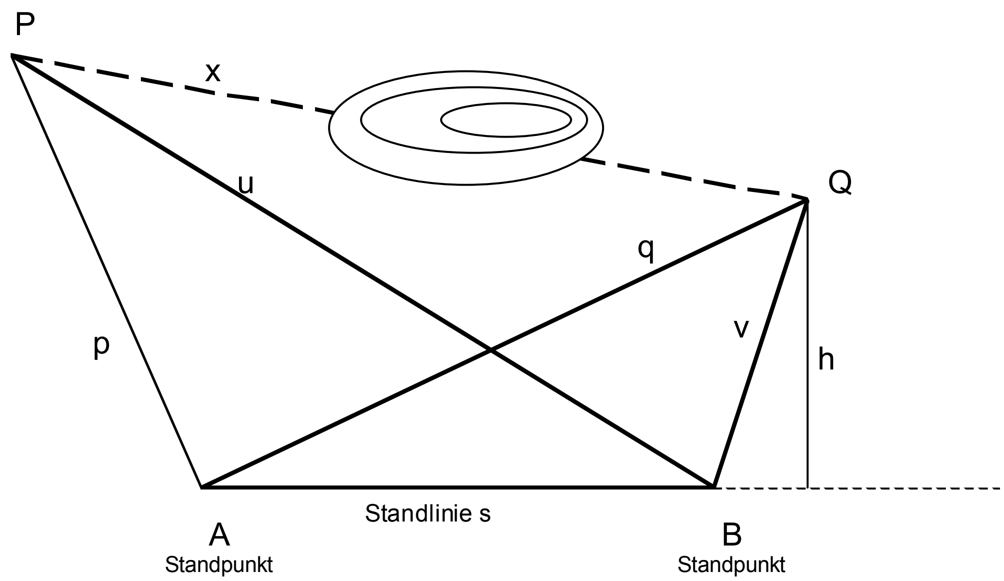
Verwende eine Skizze.

4) **Koordinaten**

Die Punkte A , B und C sind in kartesischen Koordinaten oder in Polarkoordinaten gegeben. Wandle jeweils in die andere Form um. Gib auch an, wie die Eingabe in den TI 92 zu machen ist.

A (1; 14°) B (1 / - 14) C (1; 1,4 rad)

Skizze 1: Vorwärtseinschneiden nach zwei Punkten P ud Q



Skizze 2: Entfernungsbestimmung

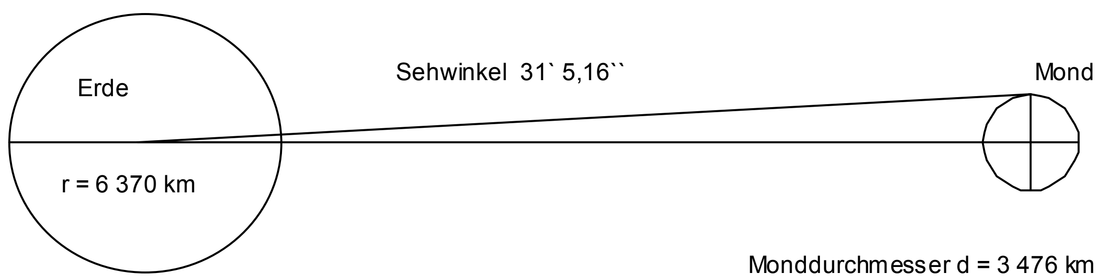


Abbildung 5

4.3 Aufgabenstellung vor dem concept mapping 2 - Vermessung

1) Vorwärtseinschneiden

(Statt der rechtwinkeligen Koordinaten der beiden „Altpunkte“ P1 und P2 kann auch die Seite zwischen ihnen gegeben sein. (Basis oder Grundlinie). Zur eindeutigen Lagebestimmung des „Neupunkts“ werden die gemessenen Winkel so an-