# Anhang 1: Beispiele von Schülerunterlagen

Kreiszylinder: $M = 2r\pi H$
$O = 2r\pi(r+H)$
$V = r^2\pi H$

Pyramide: $V = \frac{G\,H}{3}$
$O = G + M$

quad. Pyramide: $V = \frac{a^2 \cdot h}{3}$
$O = a^2 + 4 \cdot \frac{a\,h_a}{2}$

Kreiskegel $M = r\pi s$ $\quad s = \sqrt{r^2 + H^2}$
$O = r\pi(r+s)$
$V = \frac{r^2\pi H}{3}$

reziproke Gleichung 4. Grades:
$x + \frac{1}{x} = u \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = u^2 - 2$
$x - \frac{1}{x} = u \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = u^2 + 2$

Kugel: $O = 4r^2\pi$
$V = \frac{4r^3\pi}{3}$

$\frac{1}{4} = 4^{-1} \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{2-x} = 4^{-2+x}$ od. $\left(\frac{1}{7}\right)^{1-x} \Rightarrow 7^x$ Vieta: $(x - x_1)(x - x_2) = 0$

Log: $x \cdot y = \lg x + \lg y$
$\frac{x}{y} = \lg x - \lg y$
$x^y = y \lg x$
$\sqrt[n]{x} = \frac{1}{n} \cdot \lg x$

${}^a\lg b = x \Rightarrow a^x = b$

$5^x = 3 \Rightarrow x = \frac{\ln 5}{\ln 3}$

Potenzen: $x^a \cdot x^b = x^{a+b}$
$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$
$(x^a)^b = x^{ab}$
$\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$
$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$

Quadratische Funktion: immer 2 Lösungen
$b = 0 \Rightarrow 3x^2 - 8 = 0 \quad x = \pm\sqrt{\frac{8}{3}}$
$c = 0 \Rightarrow 8x^2 + 3x = 0 \quad x(8x+3) = 0$
$x_1 = 0$
$x_2 = -\frac{3}{8}$

$\Delta(b^2 - 4ac) = 0 \to$ 1 reelle Doppellösung
$> 0 \to$ 2 getrennte Lösungen
$< 0 \to$ keine reele Lösung (komplexe)

Exponentielles Wachstum: $N(t) = N_0 \cdot e^{ct}$ od. $N_0 \cdot a^t$
Verdopplungszeit: $t = \frac{\lg 2}{\lg a}$
exp. Zerfall: $N(t) = N_0 \cdot e^{-ct}$
Halbwertzeit: $t = \frac{\ln 2}{c}$

Wachstumsrate $p = 12{,}5\,\%$ $(+1)$
Wachstumsfunktion?

$N_0 \cdot 1{,}125^t = N_0\, e^{ct}$

$\ln 1{,}125 = c$
Wachstumskonst.

2b: 20 % zugenommen: $\frac{N_0 \cdot 120}{100}$
10 % abgenommen: $\frac{N_0 \cdot 90}{100}$
10 % d. ursprüngl. Gehaltes: $\frac{N_0 \cdot 10}{100}$

# Logarithmen:

- ${}^{a}\log 1 = 0$ $\qquad y = a^{x}$

  z.B.: ${}^{3}\log 81 = 3^{x} = 81 \quad x = 4$

  ${}^{3}\log x = 1{,}5 = 3^{-1{,}5} = x$

  ges.: y  potenzieren

  ges.: a  Wurzel ziehen $\sqrt[x]{y}$

  ges.: x  logarith. ${}^{a}\log y$

  SUMME / DIFFERENZ !

- <u>Näherungsweise berechnen:</u> z.B.: $3^{x} + 4^{2x} = 10\,000$

- QUADRATISCHE GL:

  1. a) $b = 0$ $\qquad$ z.B.: $x^{2} - 3 = 45 \qquad x^{2} = 48 \qquad x = \pm\sqrt{48}$

     <u>b</u>) $c = 0$ $\qquad$ in Faktoren zerlegen und dann 0 setzen!

     z.B.: $3x^{2} + 8x = 0 \qquad x \cdot (3x + 8) = 0 \quad x = 0$, $x = -\frac{8}{3}$

  2. a) $\Delta\ b^{2} - 4ac > 0$ $\quad$ 2 Lösungen

     b) $\Delta\ b^{2} - 4ac = 0$ $\quad$ 1 Doppellösung

     c) $\Delta\ b^{2} - 4ac < 0$ $\quad$ {} leere Menge

     $$\frac{-b \pm \sqrt{b^{2} - 4ac}}{2a}$$

  3. Wurzelgleichung + $\boxed{\text{PROBE}}$

     1 Wurzel isolieren

     $|^{2}$ doppeltes Produkt nicht vergessen!

     Wurzel des doppelten Produkts isolieren

     $|^{2}$ doppeltes Produkt nicht vergessen!

     [kürzen]

In die Funktion einsetzen: $a = \frac{1}{2}$ $b = 6$ $c = 20$

$$K = \frac{1}{2}x^2 + 6x + 20 = 0{,}5x^2 + 6x + 20$$

b) Fixkosten: Sind immer c

$$K_{(x=0)} = 20$$

c) Uns stehen 400 Geldeinheiten zur Verfügung. Welche Menge kann produziert werden?

$K = 400$

$x$ = Menge ?

$$400 = 0{,}5x^2 + 6x + 20$$

$$0 = 0{,}5x^2 + 6x - 380$$

$$x_{1/2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36+760}}{1}$$

$$x_{1/2} = \frac{-6 \pm \sqrt{796}}{1}$$

$$x_{1/2} = 22{,}2 \text{ ME}$$

**22,2 ME →**

nur (+) Wert, denn eine negative Menge gibt es nicht!!

d) Wie hoch sind die Durchschnittskosten bei der Produktionsmenge 35.

(= Kosten pro Stück = $\frac{K}{x}$)

ME = 35 (x)

$\boxed{x \text{ in Funktion einsetzen } / 35 (x)}$

$$\frac{K}{x}(x=35) = \frac{0{,}5 \cdot 35^2 + 6 \cdot 35 + 20}{35}$$

$$\frac{K}{x} = 24{,}07$$

$\frac{K}{x}$ = Berechnung für die Durchschnittskosten

# Rentenrechnung

nachschüssig: alle Zahlungen erfolgen am Ende der Rentenperioden

vorschüssig: alle Zahlungen erfolgen am ~~Ungefähr~~ Beginn der Rentenperioden

Barwert einer Rente:
Der Barwert einer Rente = Wert aller Renten bezogen auf den Beginn der ersten Rentenperiode (Formel)

Endwert einer Rente:
Der Endwert einer Rente = Wert aller Renten bezogen auf das Ende der letzten Rentenperiode (Formel)

Bezugspunkt mit d. 1. Zahlung = $B_{vor}$
— " — 1 Rentenperiode v. d. 1 Zahlung = $B_{nach}$
— " — mit der letzten Zahlung = $E_{nach}$
— " — 1 Rentenperiode nach d. letzten Zahlung = $E_{vor}$

R ... Rentenzahlung
n ... die Anzahl der Zahlungen
k ... eine Hilfsgröße $k = \frac{\text{Zinsperioden/Jahr}}{\text{Rentenperioden/Jahr}}$

# Auf posetive Hochzahlen bringen!

$$\sqrt[n]{a^{-m}} = \sqrt[n]{\frac{1}{a^m}} \qquad \left(\frac{2}{7}\right)^{-3} = \left(\frac{7}{2}\right)^3$$

1.) $(x-4y)^{-2} = \frac{1}{(x-4y)^2}$ 2.) $x-(4y)^{-2} = \frac{x-1}{4y^2} = x-\frac{1}{16y}$

3.) $$\left(\frac{2x^{-2}y^{-3}}{3a^{-1}b^{4}}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2a^{-2}b^{-3}}{3x^{-2}y^{3}}\right)^{3} =$$ alle nigativen Hochzahlen in Nenner oder Zähler

$$\left(\frac{2x^{2}a}{3b^{4}y^{3}}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2x^{2}}{3a^{2}b^{3}y^{3}}\right)^{3} =$$ $(\;)^{-2}$ = alles umdrehe (Kehrwert)

$$\left(\frac{3b^{4}y^{3}}{2x^{2}a}\right)^{2} \cdot \left(\frac{2x^{2}}{3a^{2}b^{3}y^{3}}\right)^{3} =$$ ausrechnen!!

$$\frac{\cancel{9}\cancel{b^8}y^6 \cdot 2\cancel{8x^6}\,2}{\cancel{4x^4}a^2 \cdot 3\cancel{27}a^6\cancel{b^9}\cancel{y^9}\,3} = \frac{2x^2}{3a^8by^3}$$ Kürzen nicht vergessen

$$\boxed{a^{f(x)} = b^{f(x)} \iff f(x) = \emptyset}$$

$4\cdot 2^{x-1}+2^{x}-3^{x} = 6\cdot 2^{x+1} - 13\cdot 3^{x-1} - 6\cdot 3^{x-2}$ / nach gleichen Potenz ordnen

$4\cdot 2^{x-1}+2^{x}-6\cdot 2^{x+1} = 3^{x} - 13\cdot 3^{x-1} - 6\cdot 3^{x-2}$

$2^{x-1}(4+2-6\cdot 2^{2}) = 3^{x-2}(3^{2}-13\cdot 3^{1}-6)$ das ist $3^1$ das übrig bleibt.

$2^{x-1}\cdot \cancel{18} = 3^{x-2}\cdot \cancel{36}\cdot 2 \quad |:2 \quad |:2$

$2^{x-1-1} = 3^{x-2}$

$2^{x-2} = 3^{x-2}$

$x-2 = 0$

$x = 2 \qquad L=\{2\}$