MNI-Fonds für Unterrichts- und Schulentwicklung
S 2 „Grundbildung und Standards“

MPH8

MATHEMATIK-PHYSIK IN DER 8. KLASSE REALGYMNASIUM KOORDINIERT UNTERRICHTEN

Gerhard Rath (Projektkoordination)
Waltraud Knechtl, Christa Preis

BRG Keplerstraße 1, 8020 Graz

Graz, 2008

INHALTSVERZEICHNIS

ABSTRACT

Mit diesem Projekt schlossen wir eine Serie von Koordinationen zwischen Mathematik und Physik für die Oberstufe ab. Zwei Themengebiete wurden parallel unterrichtet: Integralrechnung – Gravitationsfeld (Arbeit) und Differentialgleichungen – Radioaktiver Zerfall. Im zusammenfassenden Rückblick gestalteten wir gemeinsam mit Studierenden des Lehramts Physik ein fächerübergreifendes Maturatraining mit Aufgaben aus allen vier Jahren. Diese bezogen wir auf ein koordiniertes Kompetenzmodell, um über die Bildungsstandards einen Bezug zur Grundbildung herzustellen. Ein Beispiel der schriftlichen Reifeprüfung aus Mathematik mit physikalischem Inhalt beschloss die Zusammenarbeit.

Zur abschließenden Zusammenschau gehörte eine entsprechende Evaluation. Sie bezog sich zum Teil auf die genannten Aktivitäten in der 8. Klasse und der schriftlichen Reifeprüfung, weiters untersuchten wir die Wirkung der Koordination über die ganze Oberstufe. Die Befragungen ergaben Erfolge in Bezug auf das Bewusstsein der Brauchbarkeit und Anwendbarkeit beider Gegenstände, insbesondere der Mathematik. Sie zeigten jedoch auch Verbesserungswürdiges auf, etwa die Kommunikation der Zusammenarbeit gegenüber den Schülerinnen und Schülern.

Schulstufe:	12
Fächer:	Mathematik, Physik
Kontaktperson:	Dr. Gerhard Rath (gerhard.rath@brgkepler.at)
Kontaktadresse:	BRG Keplerstra*ße 1, 8020 Graz*
Webseiten	http://rath.brgkepler.at/imst/mph8

1 EINLEITUNG

Dieses Projekt bildete den Abschluss einer Serie entsprechender Koordinationen, die wir in den Klassen 5 bis 7 der AHS Oberstufe in den letzten Jahren durchgeführt haben. Wenig kreativ, aber praktisch, folgte auf MPh5 bis MPh7 der Titel MPh8, allesamt Projekte im Rahmen des MNI-Fonds. In dieser Entwicklung wurde das Spannungsfeld zwischen Grundbildung und Anspruchsniveau immer deutlicher spürbar, was sich mit der 8. Klasse noch verschärfen sollte. Immerhin waren zwei- und dreistündige Schularbeiten zu schreiben, aus Mathematik bestritten alle Schülerinnen und Schüler die schriftliche Reifeprüfung.

Gerade diese war für uns eine Herausforderung. Schaffen wir es, dort ein Beispiel mit physikalischem Kontext unterzubringen? Das klingt leichter, als es war, denn: Die drei 8. Klassen bekamen die gleiche schriftliche Reifeprüfung, hatten aber in Mathematik verschiedene Lehrkräfte – nicht alle nahmen am koordinierten Unterricht teil. Aus Physik waren die Klassen ohnehin in Gruppen geteilt, einige mit Schularbeiten aus diesem Fach, einige ohne, natürlich auch sie von verschiedenen Lehrkräften betreut.

Damit ist eine der Zielrichtungen skizziert: Koordinierte Aufgaben auf dem Niveau der 8. Klassen im Realgymnasium. Eine zweite betraf die „Erdung“ dieser hochfliegenden Anforderungen, die Orientierung an Ansprüchen der Grundbildung. Diesbezüglich wandten wir uns den Bildungsstandards zu und versuchten, einiges davon auf unsere Aufgaben anzuwenden. In einer Art Zusammenschau zogen wir Beispiele aus den vergangenen Jahren heran und versuchten diese vielfältiger und bildungsrelevanter umzugestalten.

Der dritte Schwerpunkt unseres Abschlussprojekts lag naturgemäß auf der Evaluation der gesamten Serie: Was hat das Ganze gebracht, was ist dabei herausgekommen?

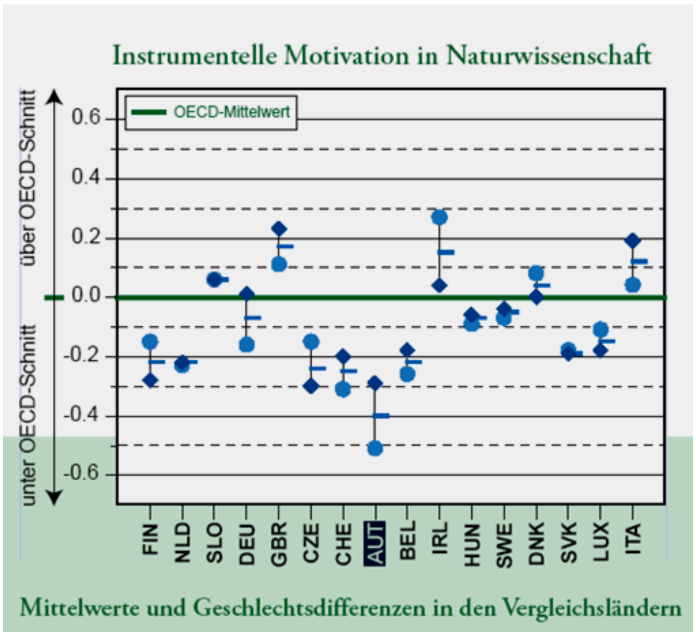
1.1 Ausgangslage

Wie die beiden vergangenen PISA-Studien zeigen, ist die sogenannte instrumentelle Motivation für Mathematik bzw. Naturwissenschaften von Seiten österreichischer Jugendlicher besorgniserregend gering.

> *Wie sehr glauben sie, dass sie das Gelernte für ihr späteres Leben brauchen können? Sind sie motiviert, eine naturwissenschaftliche Laufbahn einzuschlagen?*

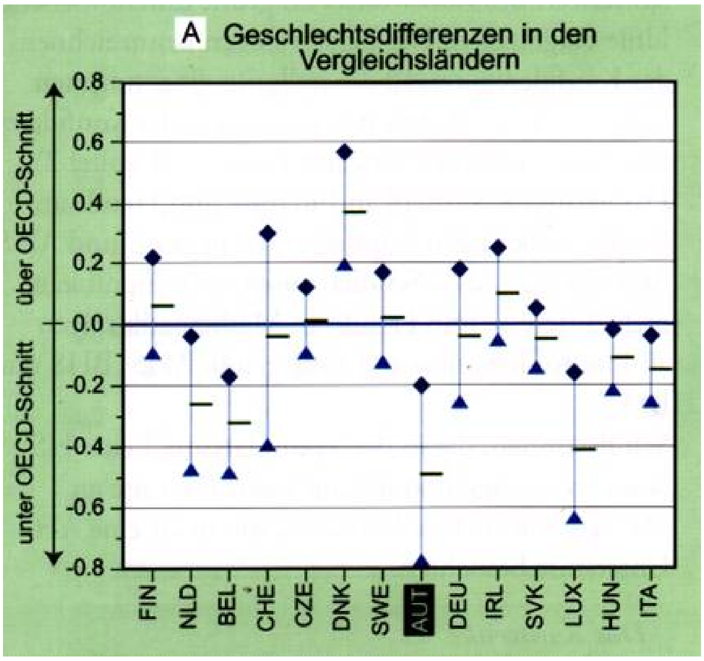
(*Erste Ergebnisse von PISA 2006 - Schreiner S. 34*)

Männliche und weibliche Schüler nehmen jeweils den letzten Platz vergleichbarer OECD-Länder ein – sie erachten die Naturwissenschaften nicht als wichtig für ihr späteres Leben. Erschreckend groß ist die Geschlechterdifferenz.



Schadenfreude von Seiten der Mathematik ist nicht angebracht. Werfen wir einen Blick auf die

Ergebnisse von PISA 2003, wo die entsprechende Frage zum Unterricht aus Mathematik gestellt wurde.



(*Haider, G., Reiter, C.: PISA 2003 – Nationaler Bericht. Leykam-Verlag, S. 124*)

Auch hier lagen die Burschen auf dem letzten Platz – noch krasser der Abfall der Mädchen, für welche die Skala nach unten beinahe nicht mehr ausreichte.

Ein Ausgangspunkt unserer Projekte war die Hypothese, dass eine der Ursachen solcher Resultate in der fehlenden Koordination zwischen den betroffenen Fächern liegt. Etwas überspitzt gesagt: Jedes Fach nimmt sich vom anderen das, was es gerade braucht. Im Physikunterricht taucht die Mathematik als Werkzeug auf, das ganz nach Bedarf hingebogen wird. Die Mathematik sieht Physik als einen Lieferanten für Anwendungen ihrer Kalküle. Nachdem keine Rücksicht auf Systematik oder spezifische Methoden des jeweils Anderen genommen wird, führt dies in den Köpfen der Unterrichteten zu einer Art von gegenseitiger Entwertung.

Unsere Intention war daher, die Differenzen der Fächer immer wieder zu überwinden, sie gegenseitig ernst zu nehmen. Nach der konstruktivistischen Lerntheorie sollten sich dadurch für die Schülerinnen und Schüler vielfältigere und sinnstiftende Kontexte eröffnen.

1.2 Ziele und Methoden

Was wollten wir im Abschlussprojekt erreichen?

- Planung und Durchführung koordinierter Sequenzen
- Einbezug von fächerübergreifenden Aufgaben in die schriftliche Reifeprüfung aus Mathematik
- Überarbeiten unserer Beispiele aus der Oberstufe in Bezug auf die Standards für Mathematik und Physik
- Abschließendes zusammenfassendes Training mit einigen der koordinierten Aufgaben aus der Oberstufe
- Evaluation der gesamten Koordination

Methoden

Die koordinierten Sequenzen wickelten wir nach dem bewährten Muster der vergangenen Projekte ab: Lehrplanvergleich – koordinierte Jahresplanung – Entscheiden punktueller fächerübergreifender Arbeit.

Mit dem Grundbildungskonzept setzten wir uns nicht mehr näher auseinander. Einige seiner Aspekte werden in unserer Projektarbeit natürlich umgesetzt, etwa durch das fächerübergreifende Element. Für Details sei hier auf die vergangenen Projektberichte verwiesen. Womit wir uns aber auseinandersetzten, waren die Bildungsstandards. Da solche für die Oberstufe in Österreich noch nicht verfügbar sind, nahmen wir jene der Sekundarstufe 1 – für Mathematik, für Physik (Diskussionspapier, noch in Entwicklung) sowie für Physik in Deutschland. Wir verglichen die Kompetenzmodelle und versuchten, diese auf einige koordinierte Aufgabenstellungen anzuwenden, um diese gegebenenfalls verbessern zu können. Verbessern meint hier eine stärkere Orientierung zu vielfältigen Kompetenzen, wie in Kapitel 2 dargestellt.

Die Evaluation sollte wie gesagt nicht nur auf dieses Unterrichtsjahr Bezug nehmen, sondern die gesamte Oberstufe umfassen. Dafür zogen wir drei Methoden heran: Fragebogen für alle Schülerinnen und Schüler unserer 8. Klassen, Interviews mit einigen ausgewählten, sowie eine Bewertung der Ergebnisse des koordinierten Beispiels der Reifeprüfung aus Mathematik. Wir zielten auf ein breites Spektrum, von fachlichem Wissen bis hin zur Akzeptanz unserer Koordination.

1.3 Inhaltliche Bereiche der Koordination

Ausgangspunkt der Planung war der Lehrplan (bm:bwk 2004; siehe Lehrplanvergleich im Anhang 7.1). Die Jahresplanung der Mathematik hatte Vorrang, da drei Klassen mit drei Lehrkräften vorhatten, parallel zu unterrichten und gemeinsame Schularbeiten zu geben, um am Ende eine gemeinsame schriftliche Reifeprüfung einreichen zu können. Die Physik richtete ihre Planung danach aus, allerdings nicht in allen Klassen.

Mathematik	Physik
Integralrechnung	Arbeit im Gravitationsfeld
Stochastik (geplant, nicht durchgeführt)	Statistische Beschreibung der Mikrowelt (geplant, nicht durchgeführt)
Differentialgleichungen	Radioaktiver Zerfall
Wiederholung, Maturatraining	Wiederholung der Oberstufe

Die koordinierte Jahresplanung findet sich im Anhang 7.2.

1.4 Ablauf des Projekts

Koordinierter Unterricht

Einige Themen boten sich in Folge des Vergleichs der Lehrpläne für fächerparalleles Abwickeln an, wiederum begünstigt durch den Lehrplan aus Physik, der inhaltlich über die 7. und 8. Klasse geht. In den Lehrbüchern für Mathematik fanden sich etliche Aufgaben mit physikalischen Bezügen, von daher also grünes Licht für Zusammenarbeit. Dem standen jedoch einige Probleme entgegen.

Wie wir bereits in den letzten Jahren erfahren haben, bedienen sich die Mathematikbücher physikalischer Kontexte in völlig unsystematischer Weise, meistens wird die Mechanik herangezogen (Bewegungsaufgaben!). Wir zogen nur Aufgaben heran, die zu den Themengebieten der Physik der 8. Klasse passten, was das Angebot stark reduzierte.

Eine organisatorische Problematik wurde schon erwähnt: Verschiedene Lehrkräfte und Gruppenteilungen.

	Mathematik	Physik (mit Schularbeiten)	DG-Gruppe
8a	*Knechtl*	*Rath*	
8b	*Geretschläger*	*Bintritsch*	*Rath*
8c	*Preis*	*Bintritsch/Rath*	

Die Lehrkräfte aus Mathematik gingen parallel vor, nicht jedoch aus Physik: Bintritsch verfolgte ihre eigene Planung, die nicht mit dem Rest koordiniert war. Daher erfuhren die Schülerinnen und Schüler verschiedene Grade der Koordination, je nachdem, in welcher Klasse bzw. Gruppe sie waren.

Von den oben genannten Themen koordinierten wir lediglich zwei in gewohnter Form: Integralrechnung – Arbeit im Gravitationsfeld sowie Differentialgleichungen - Radioaktiver Zerfall. Allerdings ergab sich aus der zweiten Thematik eine Aufgabe für die schriftliche Reifeprüfung aus Mathematik, das erste wurde in einer Physikschularbeit verwendet.

Koordinierte Wiederholung – Standards

Parallel zur konkreten Arbeit in der 8. Klasse nahmen wir uns die koordinierten Beispiele der vergangenen Projekte nochmals aus verschiedenen Gründen vor.

Lehrerfortbildung

Gerhard Rath hielt am Tag der Mathematik einen Vortrag über „*Mathematik und Physik koordiniert unterrichten*". Er musste bemerken, dass die Beispiele, wie wir sie im Unterricht durchgeführt hatten, für Lehrkräfte ohne Physik als Zweitfach zum Teil völlig unverständlich waren – ihnen fehlten die physikalischen Grundlagen. Da wir im kommenden Schuljahr bereits zu zwei Fortbildungstagen eingeladen sind (PH Burgenland, PH Steiermark), begannen wir die Beispiele zu überdenken und umzustrukturieren. Ein Gesichtspunkt war: Wie können wir die notwendige Physik minimieren und auch für Nicht-Physiker möglichst klar darstellen?

Maturatraining

Zum Ende der 8. Klasse wird in Mathematik traditionell der Stoff der gesamten Oberstufe wiederholt, um auf die schriftliche Reifeprüfung vorzubereiten. Die Physik schloss sich an und wiederholte einige der koordinierten Beispiele.

Standards und Aufgabenkultur

Um unsere Zielrichtung der Grundbildungsrelevanz nicht aus den Augen zu verlieren, befassten wir uns mit den Standards aus Mathematik und Physik (bzw. den Entwürfen, die in Diskussion waren). Wir analysierten unsere koordinierten Beispiele unter diesem Aspekt und überarbeiteten sie zum Teil. Unsere Absicht war, die Aufgaben im Hinblick auf erwünschte Kompetenzbereiche vielfältiger zu machen.

Evaluation

Zum Schluss wollten wir es natürlich noch einmal wissen. Parallel zu den abschließenden Wiederholungs- und Trainingsphasen konfrontierten wir unsere Schülerinnen und Schüler mit Fragebögen und Interviews, um etwas über den Erfolg unserer mehrjährigen Arbeit zu erfahren. Hier kam uns der unterschiedliche Unterricht entgegen, wir konnten Vergleiche anstellen zwischen intensiver Koordination und gar keiner.

2 GRUNDBILDUNG, STANDARDS UND KOMPETENZEN

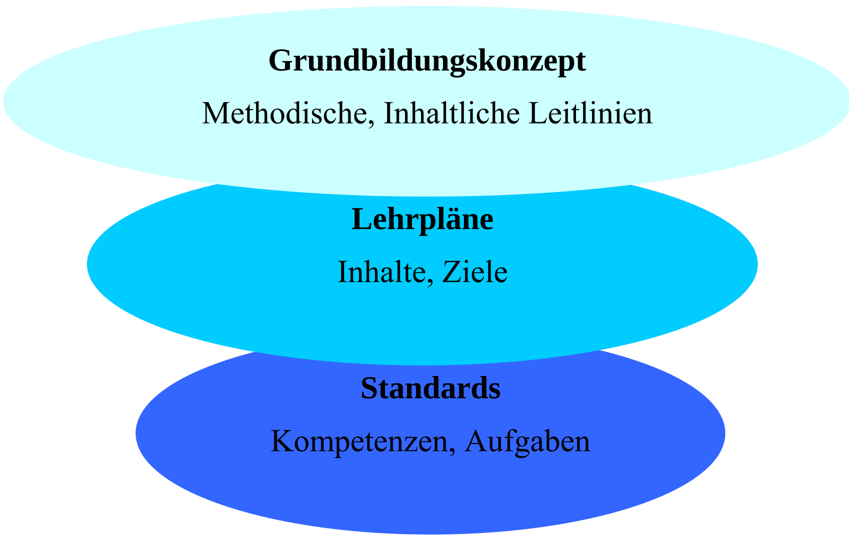
2.1 Von der Grundbildung zu den Standards

Grundbildungskonzept, Leitlinien, Regelstandards, Kompetenzmodelle… - die Vielfalt der didaktischen Begriffe kann einen schon etwas verwirren. Jedenfalls scheint die Implementierung der Bildungsstandards nicht aufzuhalten zu sein. Wir versuchten daher Begriffe zu klären, eine Ordnung zu erkennen und die aktuellen Konzepte auf unsere Projektarbeit anzuwenden.

Die allgemeinste Ebene nimmt das **Grundbildungskonzept** ein. Es definiert das Verständnis von Grundbildung und formuliert Aspekte davon in Form von Leitlinien. Diese dienen den konkreteren Ebenen als Orientierung. Hier ein Beispiel aus den Standards für Mathematik, in dem mehrere der Leitlinien implizit angesprochen werden:

> ***Mathematische Grundbildung*** *umfasst die Fähigkeit, die Rolle zu erkennen, die Mathematik in der Welt spielt, mathematisches Wissen funktional, flexibel und mit Einsicht zur Bearbeitung vielfältiger kontextbezogener Probleme einzusetzen und unter Zuhilfenahme von Mathematik begründete Urteile abzugeben. (Bildungsstandards 2004, S.19)*

Etwas konkreter werden **Lehrpläne**. Hier werden letztlich Inhalte unter dem Gesichtspunkt des oben umrissenen Bildungsbegriffs in die Form von Zielen gebracht. Auch diese Ebene ist aber so allgemein, dass sie im konkreten Unterrichtsgeschehen oft kaum wirksam wurde, insbesondere was die tatsächlichen Lernergebnisse der Schülerinnen und Schüler betraf.



Den entscheidenden Schritt hinein in die Schulen tätigen die **Bildungsstandards**. Sie wollen eine Vermittlungsfunktion zwischen abstrakten Bildungszielen und konkreten Aufgabenstellungen einnehmen.

> *„**Bildungsstandards** legen fest, welche Kompetenzen Schülerinnen und Schüler bis zu einer bestimmten Jahrgangsstufe nachhaltig erworben haben sollen. Sie konzentrieren sich auf die Kernbereiche des Unterrichtsgegenstandes und beschreiben erwartete Lernergebnisse.“ (bifie S. 3)*

Im Gegensatz zu den inhaltsorientierten Lehrplänen beschreiben sie die Lernergebnisse in Form von **Kompetenzen**. Es ist zu beachten, dass damit nicht die oft zitierten allgemeinen Schlüsselqualifikationen gemeint sind, vielmehr handelt es sich um fachbezogene Fähigkeiten, wie die üblicherweise zugrundegelegte Definition von Weinert (2001) zeigt:

> *"**Kompetenzen** sind verfügbare und situationsbezogen erweiterbare Fähigkeiten und Fertigkeiten, bestimmte Aufgabenstellungen erfolgreich zu bearbeiten, und die Motivation und*

die Bereitschaft, die gewonnenen Erkenntnisse in unterschiedlichen Situationen verantwortungsvoll zu nutzen."

Auf die allgemeinen Kompetenzen wird nicht ganz vergessen, wie wir in den Bildungsstandards für Mathematik lesen können (S. 19):

> *„Schülerinnen und Schüler sollen durch die Beschäftigung mit Mathematik auch personale und soziale Kompetenzen erwerben, indem sie zum Beispiel lernen*
> *• Verantwortung für das eigene Lernen zu übernehmen und bewusst Lernstrategien einzusetzen,*
> *• gemeinsam mit anderen mathematisches Wissen zu entwickeln und Probleme zu lösen.“*

Im Folgenden meinen wir aber immer die nach Weinert definierten sach- oder situationsbezogenen Fähigkeiten. Auch diese sind dem Gedanken der Grundbildung insoferne verpflichtet, als sie langfristig und nachhaltig angelegt sind.

> *„Diese Kompetenzen sollen ihnen **nachhaltig**, d.h. über die Schule hinaus, zur Verfügung stehen. Während der traditionelle Unterricht, insbesondere Prüfungen und Schularbeiten, sich häufig vorrangig an kurzfristig verfügbaren Kompetenzen orientiert, zielen Standards auf **langfristig verfügbare Kompetenzen** ab. (Bildungsstandards Mathematik Version 3.0, S. 14/15)“*

Es ist notwendig, die vielfältigen Kompetenzen zu systematisieren, einerseits zur adressatengerechten Formulierung, andererseits aber auch für Zwecke didaktischer Forschung. Dies geschieht in sogenannten **Kompetenzmodellen**, die sich grundsätzlich in zwei Aspekten unterscheiden lassen: (nach Schecker 2006, S. 47)

Strukturmodelle	**Entwicklungsmodelle**
Ordnen die Kompetenzen in Bereiche, Komponenten	Ordnen die Kompetenzen in aufeinanderfolgende Stufen

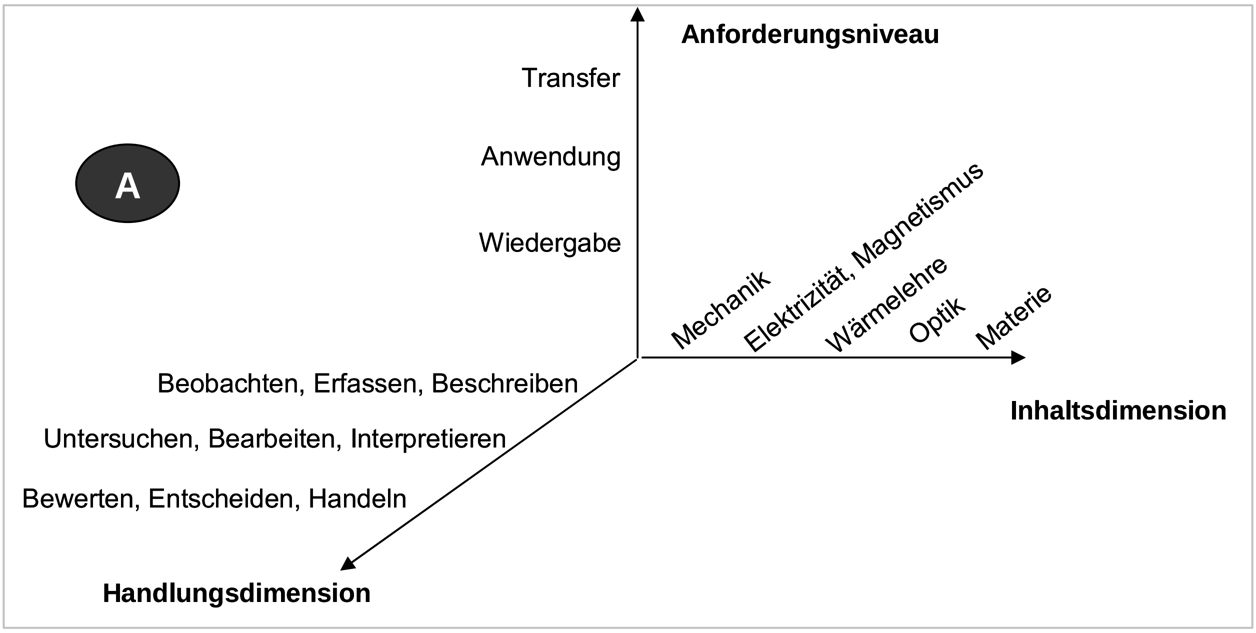
Normative Modelle	**Deskriptive Modelle**
Beschreibung von Soll-Zuständen	Beschreibung von Ist-Zuständen

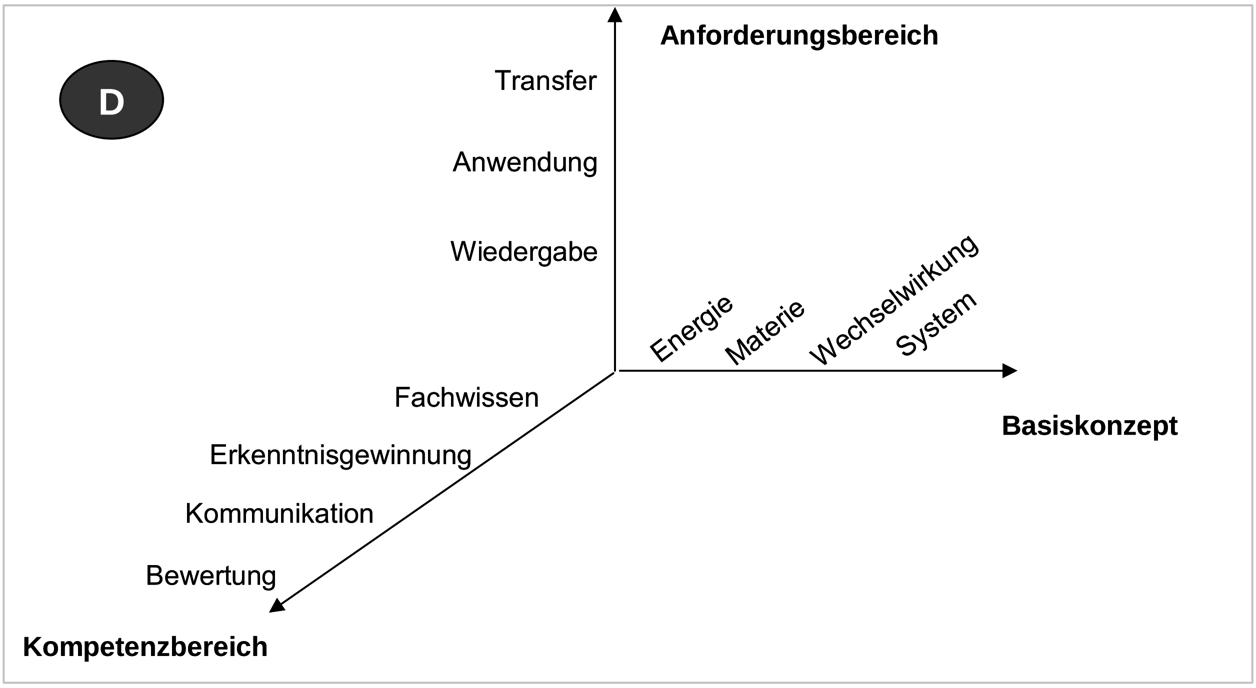
Da die nationalen Standards in Österreich und Deutschland auf normativen Kompetenzstrukturmodellen aufgebaut sind, verfolgen wir im Weiteren nur mehr diesen Aspekt.

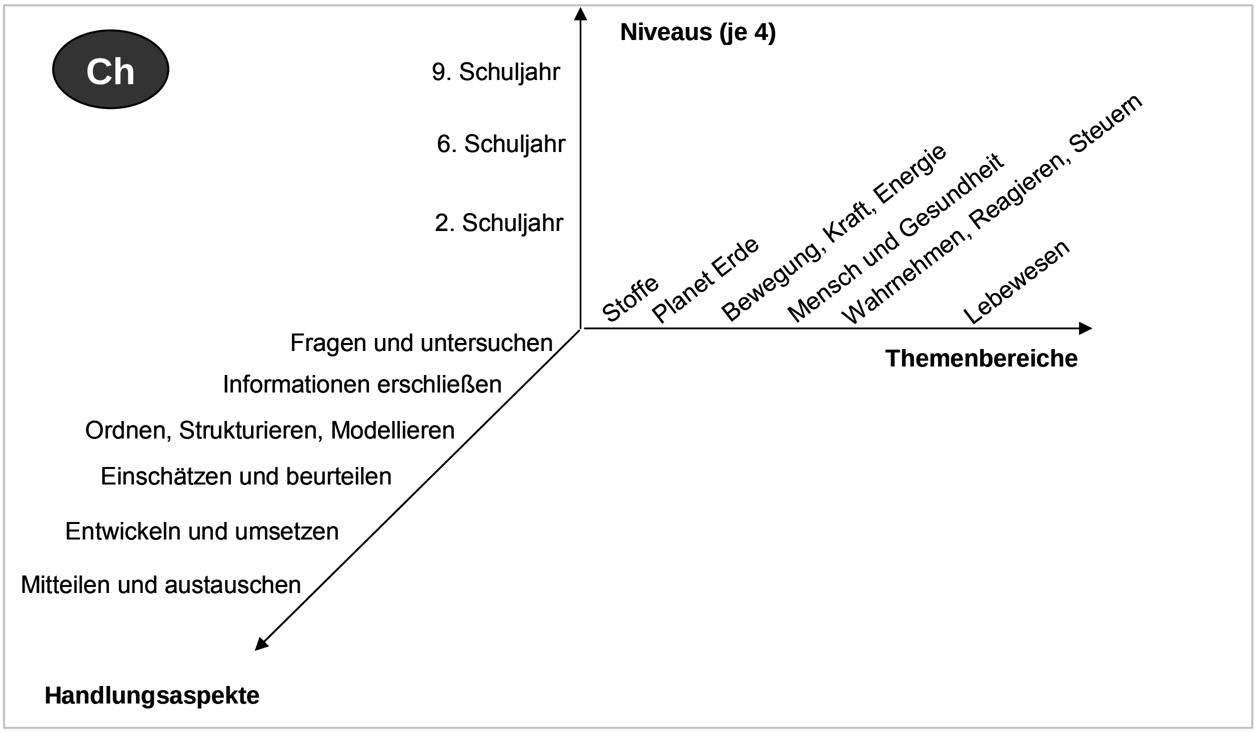
2.2 Kompetenzmodelle

Die uns vorliegenden Modelle strukturieren die erwünschten Kompetenzen in verschiedenen „Dimensionen“. Standards sollen für Lehrkräfte verständlich und anwendbar sein, daher hat man versucht, einfache Modelle mit wenigen Dimensionen zu kreieren, die auch grafisch übersichtlich dargestellt werden können, etwa als Koordinatensysteme. Für Mathematik und Naturwissenschaften werden drei Dimensionen verwendet, die jeweils in verschiedene Bereiche unterteilt sind. Dass diese Normierungen auch für das gleiche Schulfach national unterschiedlich ausfallen, mögen die folgenden Modelle für Physik und Mathematik veranschaulichen.

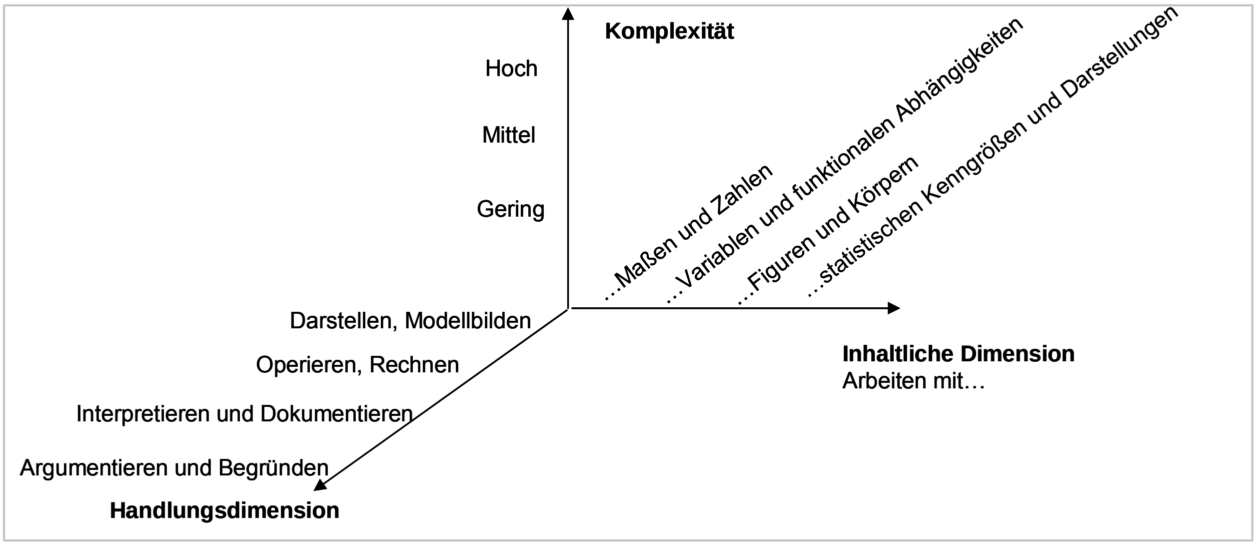
Sie sind alle für die Naturwissenschaften konzipiert, was beim Schweizer Modell auch in der Inhaltsdimension explizit sichtbar wird. In Deutschland werden die Inhalte durch fachübergreifende Basiskonzepte ausgedrückt. Für Österreich wurden die Inhalte für die Physik genommen, Handlungsdimension sowie Anforderungsniveau gleichen jenen von Chemie und Biologie.







Zum Vergleich sei noch das Kompetenzmodell für Mathematik (8. Schulstufe) angeführt.



Alle diese normativen Modelle sind fachsystematisch geprägt, offen bleibt, …

> *„…ob eine solche Struktur geeignet ist, um das tatsächlich vorfindbare Fähigkeitsmuster von Schülern zu erfassen.“ (Schecker, Parchmann, S. 50)*

Die Anzahl der Dimensionen muss sich keineswegs auf drei beschränken. PISA verwendet zum Beispiel die vier Dimensionen *Prozesse* (vier Bereiche), *Konzepte*, *Anwendungsbereiche* (Kontexte) und *Kompetenzstufen* (fünf). Offenbar erfolgt die Strukturierung nach pragmatischen Gesichtspunkten. Bildungsstandards für Schulen verwenden einfachere Modelle, um die Anwender nicht zu überfordern oder abzuschrecken. Modelle für professionelle Untersuchungen (wie PISA) sind komplexer angelegt.

2.3 Ein Kompetenzmodell für Mathematik und Physik

Welches Modell sollten wir nun verwenden, auf das wir unsere Aufgabenstellungen beziehen konnten? Da wir mit einem normativen begannen, war uns klar, dass wir hier kein eigenes zu erfinden brauchten, sondern uns möglichst an den aktuellen österreichischen Bildungsstandards für Mathematik und Physik orientieren wollten.

Das Kompetenzmodell für Mathematik war in der Entwicklung am weitesten. Für die Oberstufe arbeitete bereits eine Projektgruppe, die zwar die Inhaltsdimensionen neu konzipiert, die Handlungsdimension aber von den Standards der Unterstufe übernommen hatte. Somit waren die Bereiche der Handlungsdimension für Mathematik unser erster Ausgangspunkt. Mit diesen versuchten wir jene der Naturwissenschaften zu koordinieren. Letztere lagen zum Zeitpunkt unserer Arbeit allerdings nur als Entwurf vor, der auch nur für die Sekundarstufe 1 gedacht war. Wir nahmen an, dass spätere Kompetenzmodelle für die Oberstufe sinnvollerweise auf diesen Kompetenzen aufbauen würden.

Es zeigte sich, dass der Entwurf für Physik Sekundarstufe 1 für unsere Arbeit durchaus brauchbar war. Die für die Oberstufe fehlenden Kompetenzen stärkerer Abstraktion und Mathematisierung ergänzten sich automatisch durch die Koordination mit den mathematischen Kompetenzen.

Wir kamen zu dem Schluss, die Dimension der Komplexität (Mathematik) bzw. des Anforderungsniveaus (Naturwissenschaften) für unsere Arbeit nicht zu verwenden. Somit blieb es bei einer praktikablen Tabelle, einem zweidimensionalen Kompetenzmodell für koordinierte Aufgabenstellungen.

	Beobachten, Erfassen, Beschreiben	Untersuchen, Bearbeiten, Interpretieren	Bewerten, Entscheiden, Handeln
Darstellen, Modellbilden			
Rechnen, Operieren			
Interpretieren			
Argumentieren, Begründen			

Die folgenden Beschreibungen der Kompetenzbereiche sind direkt den entsprechenden Standards für Mathematik bzw. Physik entnommen.

M1 Darstellen, Modellbilden

Darstellen meint die Übertragung gegebener mathematischer Sachverhalte in eine (andere) mathematische Repräsentation bzw. Repräsentationsform.
Modellbilden erfordert über das Darstellen hinaus, in einem gegebenen Sachverhalt die relevanten mathematischen Beziehungen zu erkennen (um diese dann in mathematischer Form darzustellen), allenfalls Annahmen zu treffen, Vereinfachungen bzw. Idealisierungen vorzunehmen u. ä.

M2 Rechnen, Operieren

Rechnen im engeren Sinn meint die Durchführung elementarer Rechenoperationen mit konkreten Zahlen, Rechnen in einem weiteren Sinn meint die regelhafte Umformung symbolisch dargestelltermathematischer Sachverhalte.
Operieren meint allgemeiner und umfassender die Planung sowie die korrekte, sinnvolle und effiziente Durchführung von Rechen- oder Konstruktionsabläufen und schließt z. B. geometrischesKonstruieren oder auch das Arbeiten mit bzw. in Tabellen und Grafiken mit ein.
Rechnen/Operieren schließt immer auch die verständige und zweckmäßige Auslagerung operativer Tätigkeiten an die verfügbare Technologie mit ein.

M3 Interpretieren

Interpretieren meint, aus mathematischen Darstellungen Fakten, Zusammenhänge oder Sachverhalte zu erkennen und darzulegensowie mathematische Sachverhalte und Beziehungen im jeweiligen Kontext zu deuten.

M4 Argumentieren, Begründen

Argumentieren meint die Angabe von mathematischen Aspekten, die für oder gegen eine bestimmte Sichtweise/Entscheidung sprechen. Argumentieren erfordert eine korrekte und adäquate Verwendung mathematischer Eigenschaften/Beziehungen, mathematischer Regeln sowie der mathematischen Fachsprache.
Begründen meint die Angabe einer Argumentation(skette), die zu bestimmten Schlussfolgerungen/Entscheidungen führt.

P1 Beobachten, Erfassen, Beschreiben

Umfasst die Kompetenz, Vorgänge und Erscheinungsformen der Natur aus der Sicht der naturwissenschaftlichen Fächer zu beobachten, zu beschreiben und mitzuteilen. Dazu gehören das Ordnen, Darstellen und Protokollieren dieser Phänomene und die Durchführung einfacher Messungen, einzeln oder im Team.

P2 Untersuchen, Bearbeiten, Interpretieren

Umfasst die Kompetenz, Vorgänge und Erscheinungsformen in Natur und Umwelt mit fachspezifischen Methoden einzeln oder im Team zu untersuchen, zu interpretieren und daraus Erkenntnisse zu gewinnen, zu dokumentieren und zu präsentieren. Dazu gehören das Aufstellen von Vermutungen, das Formulieren von Fragen, das Beschaffen von Informationen und die Planung, Durchführung und Auswertung von Experimenten und Messungen.

P3 Bewerten, Entscheiden, Handeln

Umfasst die Kompetenz Daten, Fakten und Ergebnisse einzeln oder im Team bezüglich ihrer Bedeutung und Konsequenzen zu bewerten. Dazu gehören das kritische Hinterfragen von naturwissenschaftlichen Aussagen und die Bereitschaft, das erworbene Wissen verantwortungsbewusst anzuwenden. Kenntnis der Auswirkungen des eigenen Tuns auf die Umwelt ist Teil dieser Kompetenz.

3 KOORDINATION IN DER PRAXIS

3.1 Integralrechnung - Arbeit im Gravitationsfeld

In den Lehrbüchern für Mathematik finden sich im Kapitel Integralrechnung einige physikalische Beispiele. Neben Bewegungsaufgaben (Weg als Integral der Geschwindigkeit) wird vor allem die physikalische Arbeit herangezogen. Im aktuellen Lehrbuch (Geretschläger u.a.) unserer Klassen sogar als eine der wesentlichen Anwendungen.

Indem die Jahresplanung aus Physik mit der Relativitätstheorie begann, gelangten wir über die allgemeine Relativität zum Thema Gravitation (und weiter zu Astrophysik und Kosmologie). So ließ sich auf natürliche Weise die Berechnung der Arbeit im Gravitationsfeld über die Integration des Gravitationsgesetzes mit Mathematik koordinieren.

Methodisch blieben wir in gewohnten Bahnen. Parallel zu den Lehrbuchaufgaben aus dem Mathematikbuch wurde in Physik die Formel für die Arbeit abgeleitet und interpretiert. Als kleine Variante bekamen die Schülerinnen und Schüler ein Arbeitsblatt mit einigen Lehrbuchaufgaben und der Aufgabe, nach diesem Vorbild eigene Aufgaben zu erfinden.

Anhang 7.3-> Aufgaben zur Arbeit im Gravitationsfeld

Eine der witzigen Lösungen erschien am Übungsblatt für die erste Physik-Schularbeit.

-> Anhang 7.4: Übungsblatt

> *Berechne die Arbeit, um deinen „Lieblingsmitschüler“ (er wurde zuvor gemästet und hat momentan 120 kg) mit einer Kanone von einem Schiff aus auf den Mond zu befördern.*
>
> *Wie viele Tonnen Schwarzpulver werden dazu benötigt, wenn man 280 kJ an Energie aus einem kg umsetzen kann?*
>
> *Entfernung Erde – Mond: 384.000 km, Masse der Erde: 6.10^{24} kg*

In der Schularbeit selbst wurde neben der Ableitung (Integration) eines der Standardbeispiele des Arbeitsblattes gegeben:

> *a) Zeige, wie man die Formel für die Arbeit im Gravitationsfeld mittels Integration der Gravitationskraft herleiten kann!*
>
> *b) Ein Satellit der Masse m = 100 kg befinde sich auf der Erdoberfläche. Welche Arbeit W ist erforderlich, um ihn in 10-fache Entfernung vom Erdmittelpunkt zu bringen?*
>
> *(Erdradius $r_E = 6,4.10^6$ m, Erdmasse $m_E = 6.10^{24}$ kg)*

3.2 Differentialgleichungen – Radioaktiver Zerfall

Abnahmeprozesse waren im Unterricht der Oberstufe bereits öfters vorgekommen, auch als koordinierte Inhalte, zum Beispiel: Exponentialfunktion/Abkühlkurve, Geometrische Reihe/Hüpfender Ball (MPh6) oder die gedämpfte Schwingung eines elektrischen Schwingkreises (MPh7). Daher konnten wir hier auf einiges Vorwissen aufbauen und diese Vorgänge mathematisch von einer neuen Seite beleuchten: Der Integration von Differentialgleichungen.

Allen diesen Prozessen liegt die Sitation zugrunde, dass die Rate der Abnahme der Menge, Zahl oder Intensität ihrer Größe zu diesem Zeitpunkt proportional ist. Die Ableitung der Größe nach der Zeit ist also proportional zur Größe selbst, für die Teilchenzahl N einer radioaktiven Substanz:

$$\boxed{\frac{dN}{dt} \sim -N(t)}$$

Mit einer stofftypischen Zerfallskonstante λ wird die Proportion zu einer Zerfallsgleichung, der in der Physik bereits die wichtige Größe der Aktivität entspricht (Zerfälle pro Zeit):

$$\boxed{\frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N(t)}$$

Die Integration dieser Gleichung wird etwa in unserem Schulbuch Jaros u.a. auf S. 71 durchgeführt, sie führt zum Zerfallsgesetz (N_0: Ausgangszahl):

$$\boxed{N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}}$$

Diese Ableitung wurde sowohl in Physik als auch in Mathematik durchgeführt und durch viele Beispiele ergänzt. Sie wurde in der Folge in der 2. Physikschularbeit gegeben.

a) *Zeige, wie man aus der Differentialgleichung für die Aktivität einer radioaktiven Substanz durch Integration das Zerfallsgesetz erhält. Erläutere die vorkommenden Größen sowie die mathematischen Schritte!*

b) *Zeichne die Zerfallskurve von ^{131}J (Halbwertszeit: 8,02 Tage) für einen Monat(30 Tage)! Berechne mindestens 4 Werte.*
Berechne: Wie viele Prozent einer bestimmten Ausgangsmenge von ^{131}J sind nach 3 Monaten (90 Tage) noch vorhanden? Welche Aktivität hat dieses Jod dann, wenn die Anfangsmenge 1 Gramm war?

c) *Welche Arten von ionisierender Strahlung können für Menschen gefährlich werden? Wie wirken sie jeweils im Körper? Wie kann man sich gegen sie schützen?*

3.3 Koordiniertes Maturatraining

Eine stattliche Zahl von fächerübergreifenden Beispielen hatten wir im Laufe der 4 Jahre erarbeitet. Aus diesen wollten wir zum Ende des Schuljahres der 8. Klassen eine Auswahl in überarbeiteter Form treffen. Sie sollten gemäß unserem Kompetenzmodell sowie einer aktuellen Aufgabenkultur (H. Schecker, Universität Bremen; J. Leisen, Studienseminar Koblenz – Webseiten siehe Quellen) überprüft und gegebenenfalls überarbeitet werden.

Eine schöne Aufgabe für Studierende des Lehramts Physik! Gerhard Rath betreute im Schulpraktischen Seminar 2 im Sommersemester sechs Studierende, die sich dieser Herausforderung annahmen.

Vorbereitung:

a) Informationen und Hintergründe zu Bildungsstandards, Kompetenzmodellen und neuer Aufgabenkultur.

b) Aufteilung der Projektberichte MPh5 bis MPh7 (sowie des Rohberichts zu MPh8),

c) Auswahl je eines koordinierten Beispiels

d) Überarbeitung dieses Beispiels nach Maßgabe von Prinzipien der Aufgabenkultur

e) Zuordnung von notwendigen Kompetenzen

Durchführung:

Die 6 Aufgaben wurden den Schülerinnen und Schülern der 8. Klassen in einer Doppelstunde als eine Art freier Stationenbetrieb präsentiert. Da alle Beispiele in sechsfacher Ausführung vorhanden waren, blieben Auswahl und Abfolge den einzelnen Gruppen überlassen. Die Studierenden beobachteten das Lösungsverhalten und betreuten die von ihnen konzipierten Aufgaben. Weiters hatten die Schülerinnen und Schüler den Auftrag, die bearbeiteten Beispiele in unserem Kompetenzmodell einzuordnen, das wir zu diesem Zweck einfacher formuliert hatten.

Physik-> **Mathematik**	**Beobachten, Beschreiben** Ordnen, Darstellen, Protokollieren	**Untersuchen, Bearbeiten** Vermuten, Fragen stellen, Erkenntnisse gewinnen, Experimentieren, Informationen beschaffen	**Bewerten, Entscheiden** Konsequenzen abschätzen, Aussagen hinterfragen, Wissen anwenden
Darstellen, Modellbilden Beziehungen erkennen, Annahmen treffen, Vereinfachungen, in mathematische Form bringen			
Rechnen, Operieren Umformen, Konstruieren, Arbeiten mit Tabellen, Grafiken, Berechnen			

Interpretieren Zusammenhänge erkennen und darstellen, Sachverhalte deuten			
Argumentieren, Begründen Mathematische Aspekte diskutieren, Schlussfolgerungen bilden			

Auswertung:

Jeder Studierende nahm die Antworten der Gruppen zu seinem Beispiel mit und untersuchte Lösungen sowie die Einordnung in den Kompetenzraster.

A Hüpfende Bälle

B Wie schnell schwingt ein Pendel?

C Wie misst man die Entfernung zu Sternen?

D Zerfallender Bierschaum

E Dynamo

F Autorennen und Physik

Die gesamten Aufgabenstellungen finden sich im Anhang 7.5.

Ergebnisse

Eine Doppelstunde war zur Durchführung aller Aufgaben sicherlich zu kurz, daher waren wir zuerst gespannt auf die Auswahl: Mit welchen Beispielen würden sich die Gruppen überhaupt befassen?

Klarer „Sieger“ diesbezüglich war Aufgabe F. Sie wurde von allen Gruppen versucht. Danach kam Aufgabe C. Jeweils 2 Gruppen bearbeiteten dann noch eine der weiteren Aufgaben. Rückfragen ergaben, dass für die Schülerinnen und Schüler zum einen bei den ersten Aufgaben die Physik am verständlichsten (einfachsten) war, zum zweiten waren es theoretische Aufgaben. Entgegen unserem Erwarten bedeutete Experimentieren eine Hürde, es wurde als notwendige Zusatzarbeit gesehen und eher vermieden. Ein Schüler gab an, dass die notwendige Unschärfe experimenteller Daten die Arbeit erschwert. Bleibt man in der Theorie, sind die Aufgaben klarer. Diesbezüglich spielte wohl auch die nahende Reifeprüfung aus Mathematik eine Rolle.

Die Studierenden waren mit dem Einsatz und dem Lösungsverhalten der Gruppen großteils zufrieden, die Aufgaben wurden von jenen, die sie in Angriff genommen hatten, überwiegend richtig gelöst.

Auf wenig Gegenliebe stieß allerdings das Einordnen der Aufgaben in das Kompetenzraster, es wurde als lästige Pflichtübung angesehen. Dennoch stimmten die Zuordnungen der Schülerinnen und Schüler weitgehend mit jenen der Studierenden überein.

Die Aktion wurde von den Studentinnen und Studenten als sinnvoll erachtet, auch für ihr eigenes Lernen des „Lehrens“. Positiv bewertet wurden das Kennelernen eines mehrjährigen Projekts, die vertikale Vernetzung und das fächerübergreifende Element. Natürlich gab es Erfahrungen mit ihren Formulierungen der Aufgaben.

> *Für mich hat diese Aufgabe etwas aufgezeigt das ich im weiteren bei meiner „Arbeit“ noch zu verbessern habe. Aufgaben müssen oder sollten unmissverständlich formuliert werden.*

Nachfolgend die Einordnung der Aufgaben in unser Kompetenzraster durch die Schülerinnen und Schüler. Die häufige Nennung von Aufgabe F ergab sich wohl aus der Häufigkeit der Bearbeitung. Erfreulicherweise empfanden die Beteiligten alle Kompetenzen des Modells in irgendeiner Aufgabe vertreten, obwohl der Schwerpunkt bei den „einfacheren“ Fähigkeiten (links oben) lag.

Physik-> **Mathematik**	**Beobachten, Beschreiben** Ordnen, Darstellen, Protokollieren	**Untersuchen, Bearbeiten** Vermuten, Fragen stellen, Erkenntnisse gewinnen, Experimentieren, Informationen beschaffen	**Bewerten, Entscheiden** Konsequenzen abschätzen, Aussagen hinterfragen, Wissen anwenden
Darstellen, Modellbilden Beziehungen erkennen, Annahmen treffen, Vereinfachungen, in mathematische Form bringen	A B D	A B C D	C F
Rechnen, Operieren Umformen, Konstruieren, Arbeiten mit Tabellen, Grafiken, Berechnen	C	D E	F
Interpretieren Zusammenhänge erkennen und darstellen, Sachverhalte deuten	A F	D E	F
Argumentieren, Begründen Mathematische Aspekte diskutieren, Schlussfolgerungen bilden	A F	D F	C F

3.4 Fachübergreifende Reifeprüfung

Mündliche Matura

Die sogenannte fächerübergreifende Schwerpunktprüfung ist eine interessante, aber selten genutzte Option im Rahmen der mündlichen Reifeprüfung. Aus unserer Zusammenarbeit über die ganze Oberstufe bot sich diese Möglichkeit an, sie wurde von einem Schüler wahrgenommen. Für die Vorbereitung wählten wir aus den koordinierten Themengebieten die folgenden aus:

- Funktionen und Differentialrechnung – Bewegungen
- Trigonometrie – Entfernungsmessung, Kräftezerlegung
- Vektoren – Impuls, Astronomische Koordinaten
- Exponentialfunktion, Geometrische Reihen – Abnahmeprozesse
- Differentialrechnung – Elektromagnetismus
- Integral – Gravitationsfeld, Radioaktiver Zerfall

Dazu bekam der Schüler unsere Projektberichte bzw. deren Versionen im Internet.

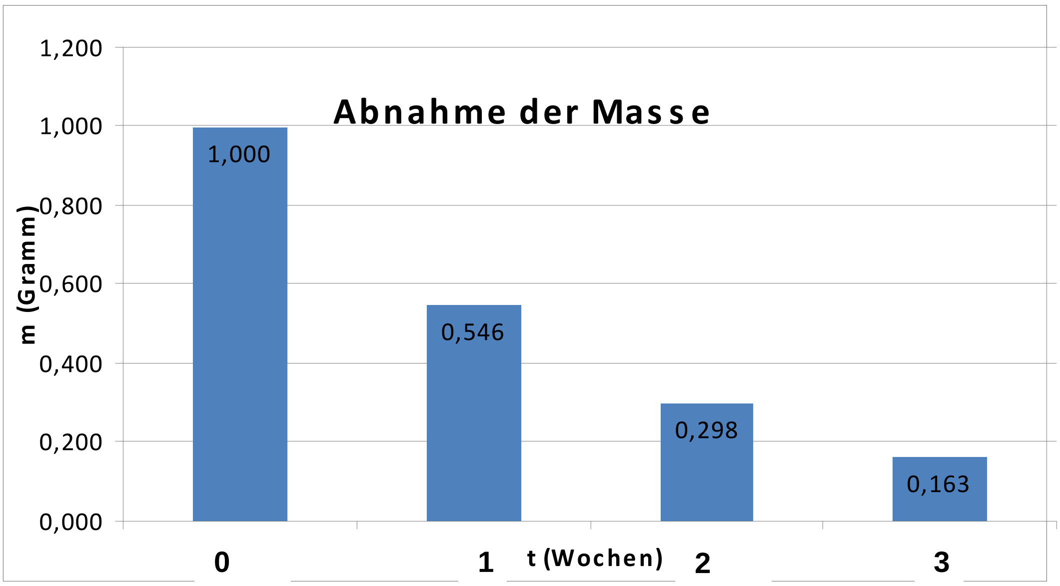
Von den beiden gegebenen Aufgaben (siehe Anhang 7.6) wählte der Kandidat Beispiel B, das einen Schwerpunkt unserer Koordination in diesem Schuljahr enthielt (Integration – Arbeit im Gravitationsfeld)

Schriftliche Reifeprüfung aus Mathematik

Das folgende Beispiel wurde im Rahmen der schriftlichen Reifeprüfung aus Mathematik für die drei achten Klassen gestellt:

Das radioaktive Isotop ^{131}J wurde beim Reaktorunfall in Tschernobyl in großer Menge frei. Im Diagramm ist das Verhalten von einem Gramm ^{131}J dargestellt.

Für die Modellierung des Zerfalls verwendet man statt der Masse die Teilchenzahl N.
131 Gramm ^{131}J enthalten $6{,}023 \cdot 10^{23}$ Teilchen.



a) Interpretiere dieses Diagramm: Begründe, warum es sich nicht um einen linearen Abnahmeprozess handeln kann.

b) Modelliere den Zerfall mit einer Differenzengleichung. Welche Annahme triffst du für dein Modell?

c) Modelliere den Zerfall mit einer Differentialgleichung für die Teilchenzahl N und zeige, dass das Zerfallsgesetz folgende Form hat:
$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, mit $\lambda = 0{,}00000100032 = 1{,}00032 \cdot 10^{-6}$ (Zeiteinheit 1s).

d) Beantworte mit Hilfe des Zerfallsgesetzes folgende Fragen.
- Wieviel Prozent der Ausgangssubstanz sind nach 90 Tagen noch vorhanden?
- Welchen Wert hat die Halbwertszeit $T_{1/2}$ für ^{131}J?
- Nach welcher Zeit sind nur noch 10% der Ausgangssubstanz vorhanden?

Ergebnisse

In der A-Klasse lösten von 17 Maturantinnen und Maturanten 15 den Teil a) ganz richtig. Teil b) konnte in 13 Fällen mit der vollen Punktezahl bewertet werden. 10 Kandidatinnen und Kandidaten haben die Differentialgleichung, die Lösung der Differentialgleichung und das Zerfallsgesetz richtig angeschrieben. Ein typischer Fehler bei dieser Aufgabe war, dass die Zerfallskonstante in Wochen und nicht in Sekunden angegeben wurde.

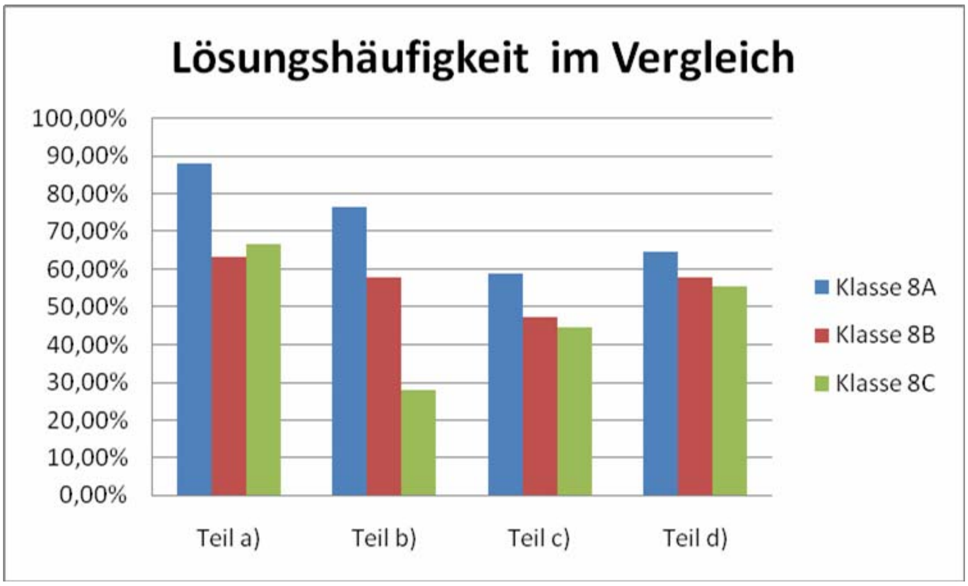
Aufgrund der vielen Nachkommastellen bei der Zerfallskonstante und des Einsatzes eines einfachen Taschenrechners war es den meisten nicht möglich, diese Zerfallskonstante auf 11 Kommastellen genau nachzuweisen. Sie gaben λ auf sechs Dezimalstellen genau an und argumentierten die Ungenauigkeit mit dem Rundungsfehler des Taschenrechners.

Bei fünf Arbeiten wurde die Differentialgleichung vergessen, die Lösung der Differentialgleichung und das Zerfallsgesetz aber angegeben. Nur zwei, eine Maturantin und ein Maturant, haben diesen Teil der Aufgabe gar nicht gelöst. Bei dem Burschen, der eigentlich an Mathematik sehr interessiert ist und anwendungsorientierte Beispiele gerne mag, war das äußerst verwunderlich. Eine mögliche Ursache könnte sein, dass dieser junge Mann in der 7. und 8. Klasse Darstellende Geometrie statt Physik mit Schularbeiten besucht hat.

Die Aufgabe 2d wurde mit der angegebenen Zerfallskonstanten berechnet, bei 11 Arbeiten mit Erfolg. Eine Kandidatin und zwei Kandidaten machten beim Rechnen mit der Gleitkommadarstellung Fehler, obwohl für die Lösung dieses Beispiels die Verwendung der Gleitkommadarstellung aus mathematischer Sicht nicht notwendig gewesen wäre.

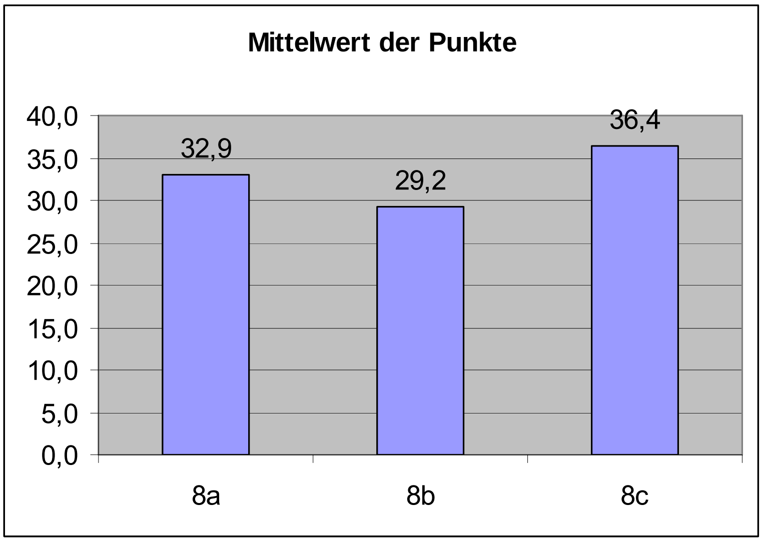
Bei der Besprechung der korrigierten schriftlichen Reifeprüfung und der Punkteverteilung diskutierten die beiden Lehrerinnen und der Lehrer über die Auslegung der Formulierung *„zeige, dass das Zerfallsgesetz folgende Form hat:*“. Die Meinungen waren unterschiedlich. Zum Einen: Es sollte gezeigt werden, dass dieses Zerfallsgesetz die Lösung der Differentialgleichung $N'(t) = k \cdot N(t)$ ist. Der Kollege interpretierte den Text anders und erklärte, dass es elementar sei, die Lösung dieser einfachen Differentialgleichung zu kennen. Das müsse bei dieser Formulierung nicht nachgewiesen werden, sondern nur, dass die Zerfallskonstante den entsprechenden Wert hat.

Lösungshäufigkeiten der drei Klassen im Vergleich:



Die Prozentwerte der richtig gelösten Teilbereiche zeigten ein besseres Abschneiden der 8A Klasse im Vergleich zu den beiden anderen Klassen, in jedem der vier Bereiche. Gerade mit jener Klasse wurde die Koordination zwischen Mathematik und Physik über alle 4 Jahre durchgeführt.

Dass diese Arbeit Früchte trug, legt der Vergleich mit den gesamten Ergebnissen der schriftlichen Reifeprüfung nahe. Die Punkte über alle Beispiele zeigen, dass diesbezüglich die 8.c-Klasse deutlich besser abgeschnitten hatte.



Eine weitere Bestätigung liefert ein Vergleich quer über die drei Klassen. Schülerinnen und Schüler, die an der Zusammenarbeit und damit auch am koordinierten Training teilgenommen hatten, erreichten im Schnitt 7,1 von 10 Punkten auf das Beispiel 2 (71% richtig), die anderen erzielten im Mittel 5,4 Punkte (54 %) – bei nur geringem Unterschied in den Gesamtnoten.

4 EVALUATION

4.1 Konzeption

Die Daten für unsere Evaluation der Koordination über vier Jahre erhoben wir im letzten Monat des Unterrichtsjahres der 8. Klassen. Dabei kam uns entgegen, dass in dieser Zeit in beiden Fächern die Lerninhalte der gesamten Oberstufe zusammengefasst und wiederholt wurden.

Untersuchungsfragen

Was blieb bei den Schülerinnen und Schülern nach 4 Jahren koordinierter Unterrichtsarbeit? Was wissen sie noch davon? Wie bewerten sie dieses Projekt?

Wie entwickelte sich das Interesse an den Fächern über die Jahre?

Wie brauchbar schätzen sie Mathematik und Physik für ihr jetziges und zukünftiges Leben ein?

Wie ordnen sie unseren koordinierten Aufgaben die Handlungskompetenzen der Standards aus Mathematik und Physik zu?

Wie erfolgreich absolvieren sie ein koordiniertes Beispiel im Rahmen der schriftlichen Reifeprüfung?

Methoden

Aus dem umfangreichen Projekt ergab sich eine Menge von Fragen, was auch den Einsatz verschiedener Methoden erforderte.

Fragebogen

Diese Methode eignet sich dafür, einen Überblick über Meinungen und Interessen einer größeren Anzahl von Personen zu erhalten. Daher gaben wir den Schülerinnen und Schülern aller 8. Klassen Fragebögen über die ersten drei Fragebereiche.

Interviews

Um den allgemeinen Überblick punktuell zu vertiefen und erste Ergebnisse nachfragen zu können, ließen wir eine Schülerin und drei Schüler mündlich befragen. Die Interviews wurden von einem Studenten des Schulpraktischen Seminars der Lehramtsausbildung Physik durchgeführt und transkribiert.

Aufgabenuntersuchung

Die Studierenden dieses Seminars hatten den Auftrag, einige der koordinierten Aufgaben der gesamten Oberstufe auszuwählen und in Hinblick auf Handlungskompetenzen der Standards zu adaptieren. Damit gestalteten sie Unterrichtsstunden, in denen die Schülerinnen und Schüler die Beispiele bearbeiteten und den Handlungskompetenzen aus ihrer Sicht zuordneten. Die Beschreibung dieses Teils enthält 3.3.

Schriftliche Reifeprüfung

Im Rahmen der schriftlichen Reifeprüfung aus Mathematik wurden alle Maturantinnen und Maturanten mit einem koordinierten Beispiel konfrontiert. Wir untersuchten Lösungsverhalten und Lösungshäufigkeit in den einzelnen Klassen (Ergebnisse: 3.4).

Fragebogen

Klasse: …………..

1. An welche Beispiele der Zusammenarbeit zwischen Mathematik und Physik kannst du dich erinnern?

2. Wie sinnvoll war für dich diese Zusammenarbeit? *(1: überhaupt nicht … 6: sehr)*

1	2	3	4	5	6

Kommentar:

3. Wie groß ist dein **Interesse** an…? *(1: sehr gering … 6: sehr groß)*

Mathematik:

1	2	3	4	5	6

Physik

1	2	3	4	5	6

4. Wie brauchbar schätzt du das Gelernte für dein späteres Leben ein?
(1: gar nicht … 6: sehr)

Mathematik:

1	2	3	4	5	6

Physik

1	2	3	4	5	6

Interviewleitfaden

In der Oberstufe gab es öfters eine Zusammenarbeit zwischen Mathematik und Physik.

Was war positiv an diesem Projekt?

Was hast du dabei gelernt?

Fällt dir in diesem Zusammenhang etwas Besonderes ein?

Was war nicht so gut? Gab es Nachteile?

4.2 Ergebnisse

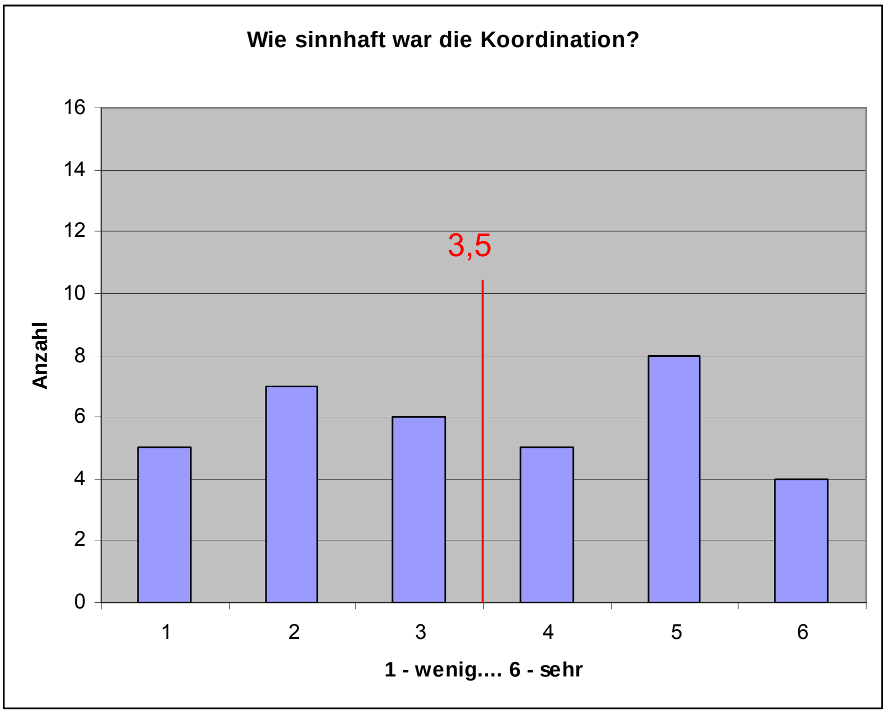
Fragebogen

Die kleine Untersuchung wurde in einer der letzten Stunden in den beiden Gruppen durchgeführt. Wie schon in den Jahren zuvor waren die Durchschnittswerte weniger aufschlussreich als die Antworten im Detail.

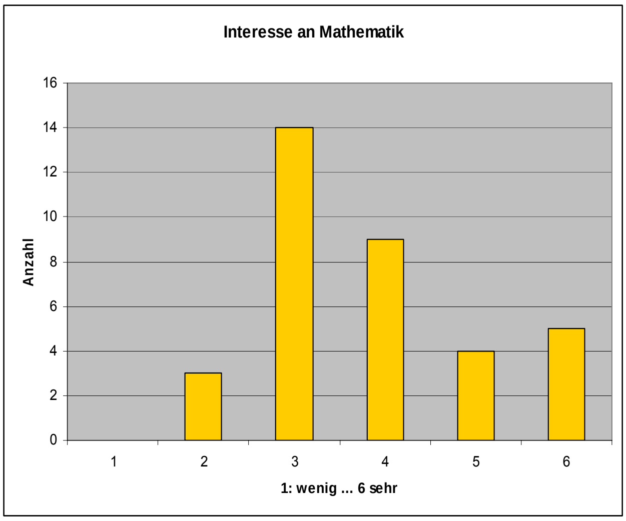
Sinnhaftigkeit

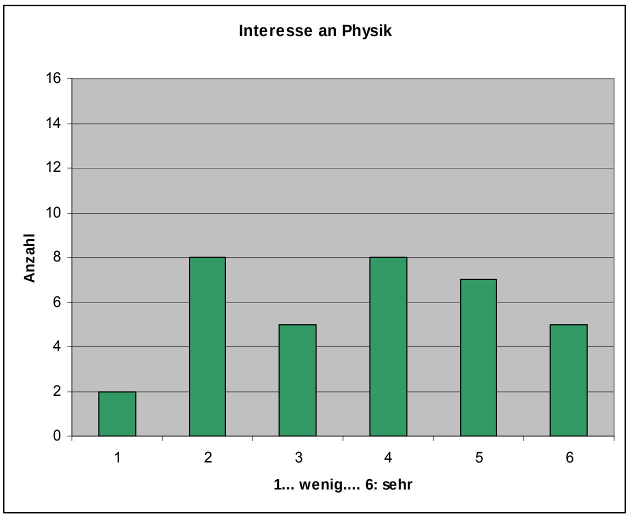
Zuerst interessierte uns, wie sinnhaft die Schülerinnen und Schüler die Zusammen-arbeit der beiden Fächer allgemein empfunden haben.

Der Mittelwert von 3,5 ist auch die mathematische Mitte, allerdings gruppierten sich die Antworten nicht um diese Mitte, sie waren vielmehr ziemlich gleich verteilt.



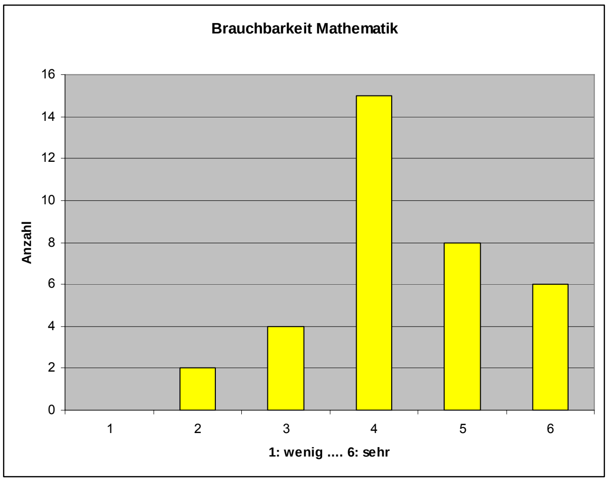
Interesse

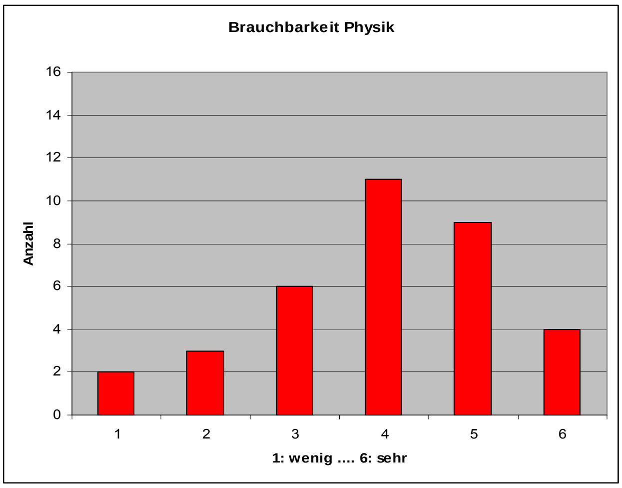




Auch diese Mittelwerte von 3,8 (Mathematik) und 3,7 (Physik) sagen nicht allzu viel aus. Die Verteilung war aber durchaus unterschiedlich: In Physik zeigte sich ein ähnliches Bild wie bei der vorigen Frage, bei Mathematik konzentrierten sich die Antworten stärker auf ein mittleres Interesse.

Brauchbarkeit





Bei dieser Frage fielen die Ergebnisse ähnlicher aus: Eine leicht positive Verteilung ergab Mittelwerte von 4,3 bzw. 4,0.

Erste Interpretationen

Der Vergleich zwischen Interesse und Brauchbarkeit zeigte ein Verhalten, das im Gegensatz zu den Resultaten der PISA Tests steht. Dort lag ja die Meinung über die Brauchbarkeit von Mathematik und Naturwissenschaften extrem tief, während das Interesse leicht überdurchschnittliche Werte erreichte. Es war uns bewusst, dass wir eine besondere Auswahl von Jugendlichen in einer anderen Altersstufe unterrichteten, trotzdem sahen wir dieses Resultat als eine Bestätigung unserer Bemühungen.

Weniger Bestätigung ließ sich aus dem mittelmäßigen Ergebnis der Frage nach der Sinnhaftigkeit der Zusammenarbeit ableiten, dem wir natürlich nachgehen mussten. Die Kommentare zeigten, dass die Koordination für viele Schülerinnen und Schüler zu wenig merkbar war. Einige hätten gerne mehr davon gehabt.

> *„Zusammenarbeit kaum merkbar“*
>
> *„Ich habe zwar nur in ein paar Bereichen Zusammenarbeit bemerkt, hier war es jedoch recht brauchbar.“*
>
> *„Zu wenig zusammengearbeitet“*

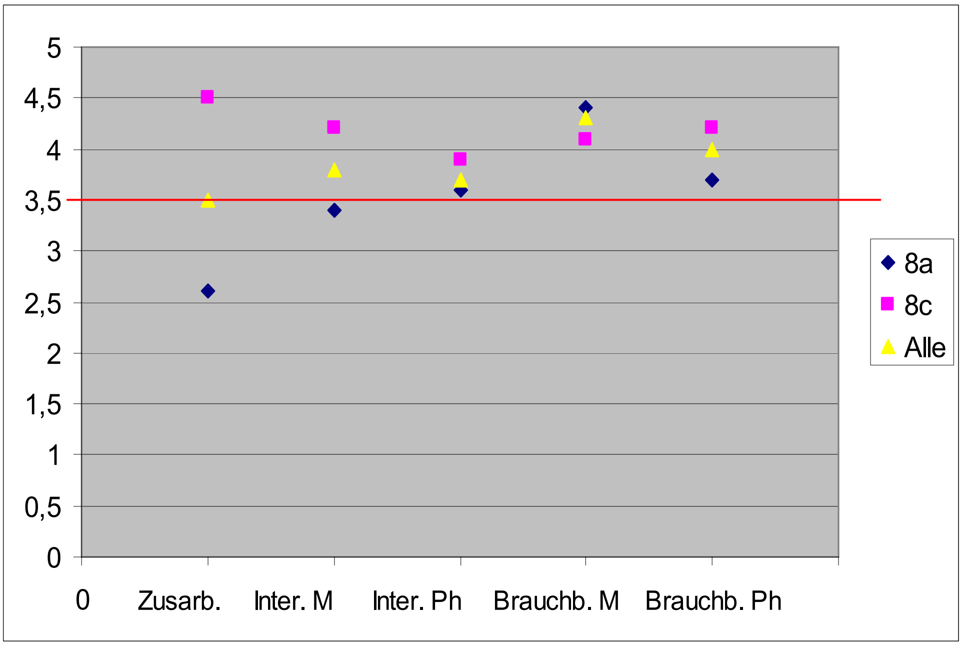
Einige der Probanden lehnten offenbar Physik ab, ca. ein Drittel gab Werte von 1 oder 2. Dies schlug sich auf das Empfinden von Sinnhaftigkeit einer Koordination nieder, was die ähnlichen Werte nahe legen.

Korrelationen

Wir überprüften Korrelationen zwischen den Antworten. Interessant war der Vergleich der Frage nach dem Interesse mit jener nach der Brauchbarkeit. Mathematik lag im Schnitt bei beiden Fragen etwas höher, allerdings war die Korrelation wesentlich niedriger: An Physik interessierte Schülerinnen und Schüler halten sie mehrheitlich für brauchbar (0,63), bei Mathematik ist dies in geringerem Ausmaß der Fall (0,41). Das Bewusstsein der Brauchbarkeit kommt in diesem Fach scheinbar stärker von der nahenden (und für alle verpflichtenden) Reifeprüfung.

Klassenvergleich

Wie oben erwähnt waren die Klassen im Physikunterricht gemischt, in beiden Gruppen saßen Vertreter der 8.a und der 8.c-Klasse. Hier die Mittelwerte auf die Fragen, nach Klassen getrennt.



Die mittelmäßige Einschätzung der Sinnhaftigkeit der Koordination ging offenbar in hohem Maße auf Schülerinnen und Schüler der 8.a-Klasse zurück, die bei dieser Frage markant tiefer lagen als jene der 8.c. Dieses Phänomen war uns nicht wirklich erklärbar, in den Interviews konnten wir nicht mehr nachforschen.

Mündliche Rücksprachen mit den Klassen ergaben einige Vermutungen, die aber nicht mehr untersucht werden konnten.

In der 8.a lehnten einige aus verschiedenen Gründen den Physikunterricht ab (z.B. die Notengebung) und gaben niedrigste Wertungen als eine Art von Rache.

In der 8.c. waren die „Besseren" (was einerseits Antworten auf die Frage nach dem Interesse für Mathematik bestätigen, andererseits die Gesamtpunkte bei der schriftlichen Reifeprüfung, siehe S. 22)

Christa Preis baute im Mathematikunterricht der 8.c mehr physikalische Bezüge ein, da sie selbst ausgebildete Physikerin ist. Bei Waltraud Knechtl (8.a) waren die Anklänge weniger.

Interviews

Zwei Studierende des „Schulpraktischen Seminars" befragten drei Schüler und eine Schülerin über die Zusammenarbeit der beiden Fächer im Laufe der Oberstufe. *Ute Weitensfelder* transkribierte die Interviews und verfasste die folgende Zusammenfassung.

1. Physik wird großteils als Anwendung der Mathematik verstanden, als etwas, das der „theoretischen" Mathematik einen Sinn gibt:

… dass du zum Beispiel in Mathe irgendwas theoretisch machst und in Physik nachher Beispiele hast, wo du es anwenden kannst. Dass nicht alles nur so theoretischer Kram ist, sondern alles irgendwie einen Sinn hat.

2. Durch die Physik kann man Zusammenhänge verstehen und sich das (Auswendig-) Lernen für die Mathematikschularbeit ersparen:

… dass zum Beispiel Sachen, die du in Physik vielleicht gehabt hast, für die Matheschularbeit nicht mehr hast lernen müssen. Weil du sie eh schon verstanden gehabt hast, diese Beispiele.

Es war sehr anwendungsorientiert, in Mathe hab ich mir dann bei der Schularbeit leichter getan.

3. Zum Fächerübergreifenden herrscht prinzipiell eine eher positive Einstellung (negativ sprach sich keiner der Interviewten aus).

Die Idee finde ich grundsätzlich sehr gut.

Die mathematischen Grundkenntnisse waren schon da, und ich hab dann anwendungsorientiert gelernt, wie man das einsetzen kann, das ganze Wissen, das wir da gekriegt haben in der Schule.

4. Wenn die mathematischen Grundlagen fehlen, wird der Unterricht mitunter als anstrengend und nicht sinnvoll empfunden:

Die physikalischen Experimente waren oft einen Schritt voraus. Aber nicht aus dem Grund, dass das schlecht abgesprochen war, sondern eher dass einmal krankheitsbedingt die Mathematiklehrerin ausgefallen ist oder sie plötzlich auf ein Seminar gegangen ist und dann eine Woche Mathematik gefehlt hat…

Das war ein totaler „information overkill“.

5. Die Zusammenarbeit wurde unterschiedlich bewertet – von sehr gut bis fast nicht merkbar:

Und dann haben die Lehrer das teilweise vom Anderen aufgegriffen, und dann haben wir gut gearbeitet.

Es war weder positiv noch negativ, weil es war fast nichts meiner Meinung nach.

Der letzte Punkt bestätigt die Ergebnisse des Fragebogens und muss von uns als Kritik an unserer Arbeit verstanden werden: Die Koordination wurde offenbar zu wenig deutlich, sie war Manchen nicht bewusst und konnte daher auch nicht als sinnvoll bewertet werden.

Von Seiten der Brauchbarkeit dominierte eine Art Einbahnstraße: Physik gab der Mathematik Sinn und half auch ganz praktisch, etwa die Schularbeiten besser bewältigen zu können. Dagegen profitierte die Physik in geringerem Maße von der Mathematik. Hier traten sogar negative Effekte auf, wenn die Zusammenarbeit nicht wirklich parallel war, sondern im Physikunterricht bereits mit mathematischen Konzepten gearbeitet wurde, welche in Mathematik erst etwas später eingeführt wurden. Tatsächlich war der Physikunterricht wohl etwas mathematischer, als er ohne diese Koordination angelegt geworden wäre.

5 RESÜMEE: VIER JAHRE ZUSAMMENARBEIT

Die koordinierten Unterrichtssequenzen in der A-Klasse wurden von den Schülerinnen und Schülern sehr unterschiedlich empfunden. Der Vergleich der Leistungen bei dem koordinierten Beispiel der schriftlichen Reifeprüfung aus Mathematik hat aber gezeigt, dass vier Jahre gemeinsame Arbeit doch zum Teil deutlich bessere Ergebnisse gebracht haben. Das bestätigte uns in unserem Tun und in unserer Meinung, dass Lernen in unterschiedlichen Kontexten zum besseren Verständnis führt und Wissen flexibler eingesetzt werden kann. Phasenweise wurde uns im Laufe des koordinierten Unterrichtens klar, dass exakte physikalische Formulierungen für den Mathematikunterricht sehr anspruchsvoll werden und umgekehrt für manche physikalische Beispiele die Kenntnisse der Schulmathematik nicht ausreichend sind.

Trotz all dieser Einschränkungen glauben wir, dass die Koordination der beiden Fächer von großem Nutzen ist. Für Mathematik gewährleistet die Physik reale, anwendungsorientierte Beispiele zu unterschiedlichsten Themen. Den Schülerinnen und Schülern wird die Mathematik mit ihren Methoden und Modellen als Wissenschaft bewusst, die in der Lage ist naturwissenschaftliche Phänomem zu beschreiben. Umgekehrt ist es für die Physik von Vorteil sich mathematische Modelle zu Nutze zu machen. Wenn dieses gemeinsame Arbeiten an anwendungsorientierten Themen zeitgleich stattfindet, wird bei den Lernenden mehr Verständnis bewirkt und die Sinnhaftigkeit der einzelnen Fächer klarer.

Für mich (Waltraud Knechtl) als Mathematiklehrerin hat es neue Einblicke in das Fach Physik gegeben, viele physikalische Themen musste ich wieder nachlesen. Ich hätte ohne koordinierte Unterrichtssequenzen wahrscheinlich nicht so viele Beispiele mit physiklischem Kontext unterrichtet, so wie es manch andere Kolleginnen und Kollegen, die nicht Physik unterrichten, machen. Es war für mich spannend, herausfordernd und sehr lehrreich. Ich möchte keines der Gespräche über physikalische Themen missen.

Im Laufe der gemeinsamen Arbeit wurde uns immer wieder bewusst, dass es besonders wichtig wäre, bereits in der Unterstufe die Jahresplanung beider Fächer abzustimmen und koordinierte Sequenzen zu unterrichten. Das wäre ein wertvoller Beitrag, dem Kasterldenken in der Schule entgegenzuwirken, um nicht Themen in der Mathematikstunde durch die mathematische Brille und in der Physikstunde durch die physikalische Brille zu sehen.

Daher: Vier Jahre sind nicht genug – oder? Im Verlauf der Oberstufenprojekte kam öfters zur Sprache, dass die Zusammenarbeit in der Unterstufe eigentlich die wichtigere sei. Tatsächlich haben wir vor, mit den ersten Klassen des Schuljahres 2008/09 aufbauend für die nächsten vier Schuljahre eine Koordination in der Unterstufe zu beginnen, nach dem Vorbild der Kinofilme „Star Wars“: Auch da wurden die ersten 3 Teile zuletzt gedreht. „To be continued“, sozusagen.

6 LITERATUR

Anton M. u.a.: Ein dynamisches Konzept für mathematisch-naturwissenschaftliche Grundbildung. IMST²-Newsletter, Jahrgang 2/8, 2003/04. Herausgegeben vom IFF im Auftrag des bm:bwk

Bildungsstandards für Mathematik am Ende der 8. Schulstufe. Version 3.0 Bm:bwk 2004

Bm:bwk: Lehrplan AHS Oberstufe, Bundesministerium für Unterricht, Wien. BGBl. II Nr. 277/2004 http://www.bmbwk.gv.at/schulen/unterricht/lp/abs/ahs_lehrplaene_oberstufe.xml

Bifie: Entwicklung von Standards Naturwissenschaften 8. Schulstufe. Salzburg, 2007

Geretschläger R., Griesel H., Postel H.: Elemente der Mathematik 8. Dorner-Verlag 2007

Haider, G., Reiter, C.:PISA 2003 – Nationaler Bericht. Leykam-Verlag

Jaros A., Nussbaumer A. u.a.: Basiswissen Physik-compact 4 Öbv-hpt 2006

Knechtl W., Rath G.: MPh5. Mathematik - Physik in der 5. Klasse Realgymnasium koordiniert unterrichten. BRG Kepler, Graz 2005

Knechtl W., Rath G.: MPh6. Mathematik - Physik in der 6. Klasse Realgymnasium koordiniert unterrichten. BRG Kepler, Graz 2006

Knechtl W., Rath G.: MPh7. Mathematik - Physik in der 7. Klasse Realgymnasium koordiniert unterrichten. BRG Kepler, Graz 2007

Leisen, J. u.a.: Verschiedene Aufsätze zur Aufgabenkultur. Studienseminar Koblenz. http://www.aufgabenkultur.studienseminar-koblenz.de/ (Mai 2008)

Projektbericht für die Bildungsstandards aus Mathematik für die Sekundarstufe 2, 2007 (unveröffentlicht)

Schecker H., Parchmann I: Modellierung naturwissenschaftlicher Kompetenz. In: Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften, Jg. 12/2006. IPN Kiel.

Schecker, H. u.a.: Neue Aufgabenkultur für den Physikunterricht. Neue Aufgaben – oder neue Kultur? Institut für Didaktik der Physik, Universität Bremen. Verschiedene Materialien und Aufsätze: http://didaktik.physik.uni-bremen.de/aufgabenkultur/ (Mai 2008)

Schreiner, C.: PISA 2006 – Erste Ergebnisse. Leykam-Verlag

Weinert, F.E. (2001): Concept of competence – A conceptual Clarification. In: Rychen D.S. u.a. (Hrsg.): Defining and Selecting Key Competencies. Göttingen: Hogrefe und Huber.

7 ANHANG

7.1 Lehrplanvergleich Mathematik-Physik

Mathematik 8. Kl.	Physik (7./8. Kl.)
Integralrechnung • Ermitteln von Stammfunktionen • Definieren des bestimmten Integrals, Deuten einer Summe von "sehr kleinen Produkten" der Form f(x) .Δx als Näherungswert des bestimmten Integrals • Kennen des Zusammenhangs zwischen Differenzieren und Integrieren sowie des Hauptsatzes der Differential- und Integralrechnung • Berechnen von bestimmten Integralen mit Hilfe von Stammfunktionen unter Verwendung elementarer Integrationsregeln Arbeiten mit verschiedenen Deutungen des Integrals (insbesondere Flächeninhalt, Volumen, physikalische Deutungen) **Dynamische Prozesse** • Beschreiben von Systemen mit Hilfe von Wirkungsdiagrammen, Flussdiagrammen, Differenzengleichungen oder Differentialgleichungen • Untersuchen des dynamischen Verhaltens von Systemen Lösen von einfachen Differentialgleichungen, insbesondere y' = k.y **Stochastik** • Kennen der Begriffe stetige Zufallsvariable und stetige Verteilung • Arbeiten mit der Normalverteilung in anwendungsorientierten Bereichen Kennen und Interpretieren von statistischen Hypothesentests und von Konfidenzintervallen **Wiederholung** umfassendes Wiederholen, Vertiefen und Vernetzen von Stoffgebieten	Die Schülerinnen und Schüler sollen folgende physikalische Bildungsziele erreichen: • die bisher entwickelten methodischen und fachlichen Kompetenzen vertiefen und darüber hinaus Einblicke in die Theorieentwicklung und das Weltbild der modernen Physik gewinnen - verstärkt Querverbindungen mit anderen Bereichen knüpfen können • den Einfluss der aktuellen Physik auf Gesellschaft und Arbeitswelt verstehen • Licht als Überträger von Energie begreifen und über den Mechanismus der Absorption und Emission die Grundzüge der modernen Atomphysik (Spektren, Energieniveaus, Modell der Atomhülle, Heisenberg'sche Unschärferelation, Beugung und Interferenz von Quanten, statistische Deutung) verstehen • mit Hilfe der Elektrodynamik Grundphänomene elektrischer und magnetischer Felder (Feldquellen, Induktionsprinzip, elektromagnetische Wellen, Licht, Polarisation, Beugung) erklären können und ihre Bedeutung in einfachen technischen Anwendungen verstehen sowie ein sicherheitsbewusstes Handeln im Umgang mit elektrischen Anlagen entwickeln • Einblicke in den Strahlungshaushalt der Erde gewinnen und Grundlagen der konventionellen und alternativen Energiebereitstellung erarbeiten • Einsichten in kernphysikalische Grundlagen (Aufbau und Stabilität der Kerne, ionisierende Strahlung, Energiequelle der Sonne, medizinische und technische Anwendungen) gewinnen und die Problematik des Umgangs mit Quellen ionisierender Strahlung verstehen • Einblicke in die Struktur von Raum und Zeit (Entwicklungsprozesse von Weltsichten zur modernen Kosmologie, Gravitationsfeld, Grundgedanken der speziellen und allgemeinen Relativitätstheorie, Aufbau und Entwicklung des Universums) gewinnen • Verständnis für Paradigmenwechsel an Beispielen aus der Quantenphysik oder des Problemkreises Ordnung und Chaos entwickeln und Bezüge zum aktuellen Stand der Wissenschaft / Forschung herstellen können • Einblicke in die Bedeutung der Materialwissenschaften (Miniaturisierung, Erzielung definierter Eigenschaften durch kontrollierte Manipulation, Bionik) gewinnen und deren physikalische Grundlagen erkennen • Verständnis für die schrittweise Verfeinerung des Teilchenkonzepts, ausgehend von antiken Vorstellungen bis zur Physik der Quarks und Leptonen, gewinnen und damit die Vorläufigkeit wissenschaftlicher Erkenntnisse verstehen

7.2 Koordinierte Jahresplanung

Jahresplanung 8.abc, 2007/08 Mathematik - Physik

Robert Geretschläger, Waltraud Knechtl, Christa Preis, Gerhard Rath, BRG Kepler Graz

Monat	Mathematik	Physik
Sept	**Integralrechnung** Stammfunktion - das unbestimmte Integral, das bestimmte Integral	**Relativitätstheorie – Kosmologie** Spezielle RTh Allgemeine RTh
Okt	Anwendungen der Integralrechnung: Flächenberechnungen Rauminhalt von Drehkörpern Physikalische Anwendungen	Kosmologische Modelle Arbeit im Gravitationsfeld (Anhalteweg, Beschreibung von Bewegungen)
Nov	**Stochastik** Stetige Zufallsvariablen, Dichtefunktion Normalverteilung, Erwartungswert und Varianz Arbeiten mit der Standardnormalverteilung Schluss von der Gesamtheit auf eine Stichprobe	**Elementarteilchenphysik**
Dez	Schluss von der Stichprobe auf eine Gesamtheit Hypothesentest	Standardmodell, QCD Statistische Beschreibung der Mikrowelt
Jan	**Mathematisches Modellieren** Mathematische Modelle Systeme, die sich durch Differenzengleichungen beschreiben lassen	**Kernphysik – Radioaktivität** (Abkühlung einer Flüssigkeit, Zerfall von Bierschaum, Schwingungen)
Feb	Systeme, die sich durch Differentialgleichungen beschreiben lassen	Beispiele aus allen Bereichen der Physik zur Anwendung der nebenstehenden Teilgebiete der Mathematik
März	**Wiederholungsaufgaben** Analytische Geometrie	**Maturatraining** Zusammenfassung der Größen- und Einheitenstruktur der Physik
April	Trigonometrie Differentialrechnung	Physik und Weltbild: Philosophische Fragen Was ist Leben? Chaostheorie
Mai	Extremwertaufgaben Integralrechnung Wahrscheinlichkeitsrechnung	
Juni		

7.3 Aufgaben zur Arbeit im Gravitationsfeld

Die folgenden Aufgaben stammen aus Lehrbüchern der Mathematik und Physik.

Was muss du physikalisch wissen, um sie lösen zu können?

Welche grundlegenden mathematischen Fertigkeiten brauchst du dazu?

Vergleiche die Formulierungen: Wie verständlich sind sie, wie interessant?

Formuliere ein ansprechendes Beispiel zu dieser Thematik! Wird so eine Aufgabe interessanter, wenn du reale Daten (Raumsonden, Satelliten, Raketen…) verwendest?

(1) 1.80, S. 43

Ein Satellit der Masse m = 100 kg befinde sich auf der Erdoberfläche. Welche Arbeit W ist erforderlich, um ihn in doppelte [10-fache, 100-fache] Entfernung vom Erdmittelpunkt zu bringen?

(Erdradius $r_E = 6{,}371 \cdot 10^6$ m, Erdmasse $m_E = 5{,}977 \cdot 10^{24}$ kg)

---

(2) 371, S. 102

Berechne die Arbeit (in Joule), die notwendig ist, um einen Körper mit der Masse 1 kg von der Erdoberfläche in 300 km Höhe zu bringen!

($M_{Erde} = 6 \cdot 10^{24}$ kg, r_{Erde} = 6370 km)

372

Berechne die Arbeit (in Joule), die erforderlich ist, um einen Körper mit der Masse 1 kg von der Erdoberfläche aus dem Gravitationsfeld der Erde zu entfernen!

---

(3) A1, S. 42

Berechne die potentiell Energie eines Satelliten mit der Masse m = 1 kg in 1000 km Höhe und in 36000 km Höhe über der Erdoberfläche (Bemerkung: Die potentielle Energie für 1 kg Satellitenmasse nennt man Gravitationspotential)!

---

(4) S. 141

Ein Satellit (m = 1000 kg) soll von der Erdoberfläche (R = 6370 km) durch eine Rakete um 6370 km (r = 2R) „gehoben“ werden. Wie ändert sich dabei seine potentielle Energie?

S. 142, A2

b) Eine Rakete wird von der Erdoberfläche senkrecht nach oben abgeschossen. Welche Anfangsgeschwindigkeit muss sie haben, um die Höhe 1000 km über der Erdoberfläche zu erreichen? (Von Reibungskräften ist abzusehen)

---

(1): Geretschläger u.a.: Elemente der Mathematik 8, Dorner-Verlag

(2): Götz u.a.: Lehrbuch der Mathematik 8, öbv-hpt

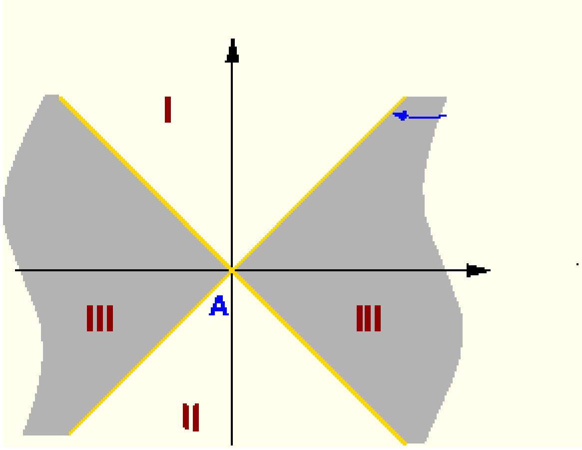
(3) Jaros u.a.: Physik compact Basiswissen 8, öbv-hpt

(4) Dorn-Bader: Physik 1, Dorner-Verlag

7.4 Übungen zur ersten Physikschularbeit 8ac

1. Ein Raumschiff (v=0,98c) absolviert eine Reise zum Stern WEGA (26 Lichtjahre entfernt).
   a. Wie lange erscheint diese Reise von der Erde aus?
   b. Wie lange sind die Kosmonauten (aus ihrer Sicht) unterwegs?
   c. Welchen Weg legen die Raumfahrer aus ihrer Sicht zurück?
   d. Welche Massenzunahme erfährt ihr Raumschiff in Prozent?

2. Der Gesamtenergieverbrauch Österreichs in einem Jahr beträgt etwa $1{,}7.10^{13}$ Joule. Welcher Masse entspräche diese Energie, könnte man sie vollständig umwandeln?



3. Beschrifte dieses Diagramm und erkläre anhand der Abbildung: Ereignis, Weltlinie, Lichtkegel

4. Berechne die Arbeit, um deinen „Lieblingsmitschüler" (er wurde zuvor gemästet und hat momentan 120 kg) mit einer Kanone von einem Schiff aus auf den Mond zu befördern.
Wie viele Tonnen Schwarzpulver werden dazu benötigt, wenn man 280 kJ an Energie aus einem kg umsetzen kann?

Entfernung Erde – Mond: 384.000 km, Masse der Erde: 6.10^{24} kg

5. Berechne näherungsweise Größe und Alter des Universums mit H_0=75 km/sMpc!

Hilfen

1. a. Zeit = Strecke / Geschwindigkeit (26,5 Jahre)
   b. Mit der Zeitdilatationsformel (5,27 Jahre)
   c. Mit der Längenkontraktionsformel (5,17 Lj)
   d. Mit der Formel für die Massenzunahme.
   m/m_0 ausrechnen, x100 (%) (500 %)

2. m = E/c² (0,2 Gramm)

4. Mit der Formel für die Arbeit im Gravitationsfeld ($7{,}8.10^9$ J, 28 t)

5. Größe: r_{max}: v=c
   -> $c = H_0.r$
   -> $r = c/ H_0$ -> Mpc in Lj umrechnen (ca. 13 Mrd. Lj)

   Alter T: v=r/T (gleichförmige Expansion)
   -> $r/T = H_0.r$ -> $T = 1/ H_0$
   -> Mpc in km umrechnen, ergibt H_0 in 1/s; Kehrwert in Jahre rechnen (ca. 13 mrd j)

7.5 Koordiniertes Maturatraining

A: Hüpfende Bälle

Jedem von uns ist die Bewegung eines hüpfenden Balles ein Begriff. Bei genauer Beobachtung fällt auf, dass die Höhe die der Ball nach dem Aufprall am Boden erreicht mit der Anzahl der Aufpräle abnimmt. Auch die Zeitdauer zwischen zwei Aufprällen nimmt ab.

1. Vermutung

Welche Art von Abnahme vermutet ihr? Könnt ihr diese Vermutung begründen?

2. Messung

Versucht die Abnahme der Höhe eines hüpfenden Balles und die Zeiten, bei denen der Ball am Boden aufprallt, möglichst genau zu bestimmen!

Beschreibt eure Vorgangsweise!

Stellt die Abnahmen in geeigneten Diagrammen dar!

3. Vergleich mit der Theorie

Theoretisch kann man diesen Vorgang mit geometrischen Reihen beschreiben.

Bestimmt geeignete Quotienten für Höhen und Zeiten, um die Werte der Messung mathematisch zu modellieren!

Wie hängen die Quotienten von Höhe und Zeit zusammen?

4. Fehler

Welche Fehlerquellen hat die Messung? Wie wirken sich diese auf die Messung aus?

Mathematischer Hintergrund:

Geometrische Folgen und Reihen dienen dazu Vorgänge in der Natur und Technik zu beschreiben. Diese Art von Folgen zeichnet sich dadurch aus, dass der Quotient (hier q) zweier benachbarter Folgeglieder konstant ist.

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = q$$

Das n-te Folgeglied berechnet man durch das erste Folgeglied multipliziert mit dem Quotienten hoch n-1.

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

B Wie schnell schwingt ein Pendel?

Aus eigener Erfahrung wisst ihr sicher, dass eine Pendeluhr mit kürzerem Faden schneller schwingt, als eine Pendeluhr mit längerem Faden. Die Ursache dafür müsst ihr nun selber herausfinden!

1. Versucht den Zusammenhang von Schwingungsdauer und Fadenlänge experimentell zu bestimmen und anschließend auch graphisch darzustellen!
2. Vergleicht den gefundenen Zusammenhang mit dem theoretischen Wert aus folgender Formel:

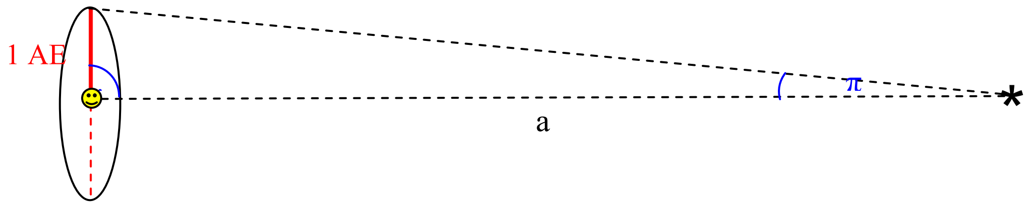
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

3. Überlegt euch, welche Messfehler bei diesem Versuch eine Rolle spielen und versucht zu berechnen, wie stark sich ein Messfehler aufs Ergebnis auswirkt!
4. Versucht mit eigenen Worten die Formel für die Schwingungsdauer zu interpretieren! Wie schwingt das gleiche Pendel am Mond? Warum kommt die Masse nicht vor? Wo kommt das 2π her?

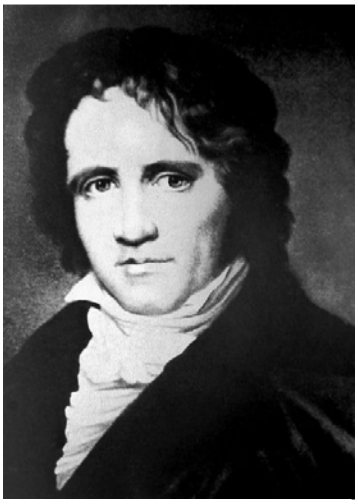
C Wie misst man die Entfernung zu Sternen?

Entfernungen zu näheren Sternen können aus Dreiecken bestimmt werden, deren (größte) Basis der Durchmesser der Erdbahn um die Sonne ist (3.10^{11}m). Dazu muss der Stern von verschiedenen Punkten der Erdbahn anvisiert werden, mindestens 2 Winkelmessungen sind notwendig *(„Trigonometrische Entfernungsbestimmung“)*

Die Astronomie hat dieses Verfahren aber so genormt, dass der ***Winkel π*** bestimmt wird: Unter diesem Winkel (der so genannten ***Parallaxe***) „sieht“ man vom Stern aus den Abstand Erde-Sonne (eine Astronomische Einheit: 1 AE=$1,5.10^{11}$m)



1. Wie kann man aus dem gemessenen Winkel π den Abstand Sonne-Stern berechnen?
2. *F. W. Bessel* bestimmte 1838 aus 3000 Einzelmessungen die erste Parallaxe eines benachbarten Sterns (61 im Schwan). Er kam auf eine Entfernung von etwa 680.000 Astronomische Einheiten, was damals als sensationell groß empfunden wurde. Wie groß ist der zugehörige Parallaxenwinkel?
3. Der sonnennächste Stern ist allerdings Proxima Centauri. Bei ihm wurde ein Parallaxenwinkel von 0,772“ gemessen. Wie weit ist er von der Sonne entfernt?
4. Von unseren Nachbarsternen aus erscheint die ganze Bahn der Erde also unter dem Winkel von etwa einer Bogensekunde. Um ein Gefühl für diesen Winkel zu bekommen: Wenn du quer durch den Raum (z.B. 5 Meter) auf ein Objekt an der Wand blickst, das unter diesem Winkel erscheint (1“ = 1/3600 Grad) – wie groß ist dieses Objekt? Was könnte es z.B. sein? Kannst du es mit freiem Auge überhaupt sehen?



F.W. Bessel

D: Wie zerfällt Bierschaum?

Wir untersuchen den zeitlichen Verlauf des Zerfalls von Bierschaum. Lässt sich ein geeignetes mathematisches Modell erstellen?

1. Was ist eure Vermutung? Wie könnte das Absinken mit der Zeit verlaufen?
2. Führt ein Experiment (mit alkoholfreiem Bier) durch! Findet geeignete Zeitmaße für die Messung der Höhenabnahme! Beschreibt Anordnung und Durchführung der Messung!
3. Erstellt ein mathematisches Modell für den Vorgang! Welche Funktion beschreibt die Abnahme am besten? Kommen mehrere Funktionen in Frage?
4. Schätzt die Messfehler ab!
5. Versucht physikalisch zu erklären, warum Bierschaum gerade so zerfällt! Woraus besteht Schaum, was passiert eigentlich beim „Zerfallen"?

E: Dynamo

Aufgabenstellung

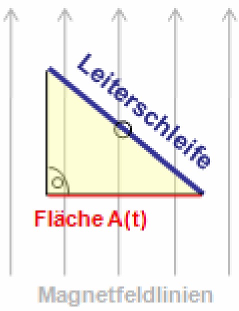
Erzeuge mit einem Handgenerator eine Gleichspannung. Was wird passieren, wenn du schneller kurbelst? Warum?

Praktische Durchführung

Miss die Spannung bei unterschiedlichen Drehzahlen, und trage die Werte in die Tabelle ein. Stimmt das Ergebnis mit dem erwarteten Ergebnis überein?

Drehzahl [s^{-1}]	Spannung [V]

Hintergrund-Info



Generatorprinzip: Eine Leiterschleife wird in einem homogenen Magnetfeld mechanisch gedreht. Dabei wird zunächst eine Wechselspannung induziert.

In einem konstanten, homogenen Magnetfeld gilt für den Fluss:

$\Phi = B \cdot A$ $\quad$ A … Fläche normal auf die Magnetfeldlinien

Die wirksame Fläche hängt dabei von der momentanen Position der Leiterschleife im Magnetfeld ab. – Formuliere einen geeigneten Zusammenhang zwischen Fluss und Drehzahl. (Tipp: $\varphi = \omega \cdot t$ bei ω=const.)

Das Induktionsgesetz besagt: $U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt}$.

Was bedeutet das für die Amplitude der induzierten Spannung?

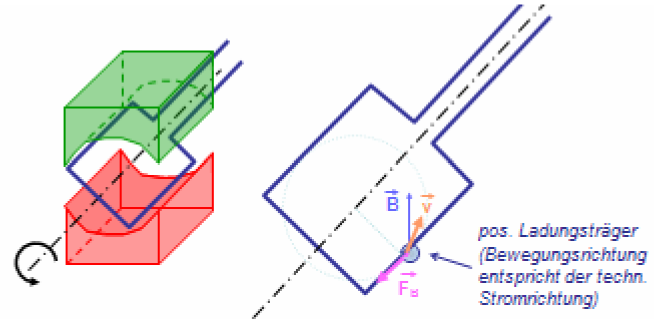
Skizziere den Graphen der Spannung $U_{ind}(t)$ für zwei unterschiedliche Drehzahlen.

(Tipp: Achsenbeschriftung, mit Farben arbeiten!)

Für Experten

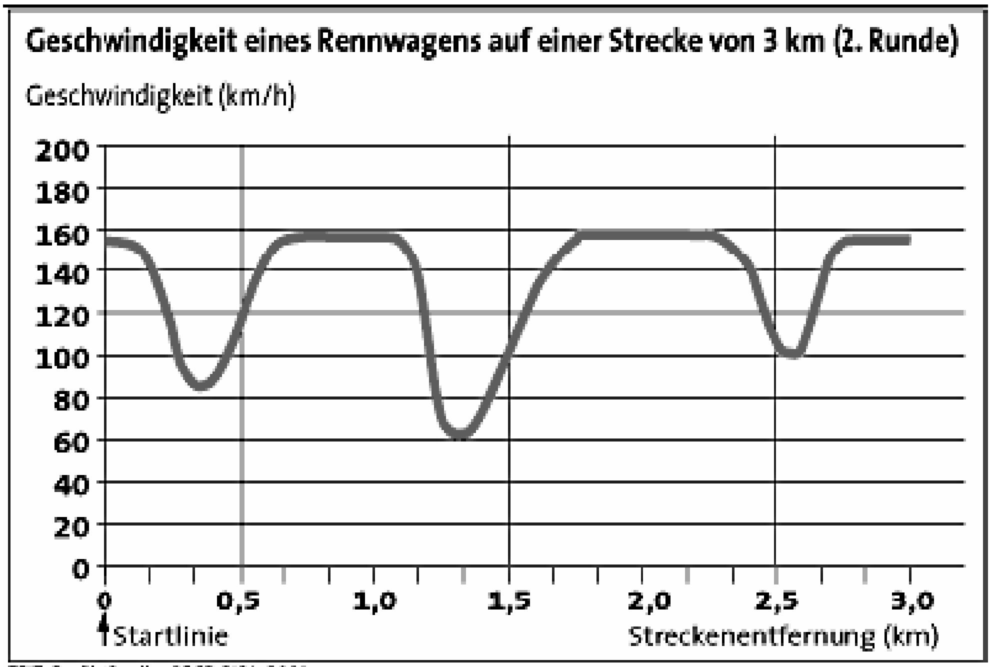
Kannst du mit Hilfe der Lorentz-Kraft erklären, warum in der Leiterschleife überhaupt eine Spannung erzeugt wird?

Hinweis: $\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$.



A Autorennen und Physik

Der unten zu sehende Graph zeigt, wie die Geschwindigkeit eines Rennwagens während seiner zweiten Runde auf einer drei Kilometer langen ebenen Rennstrecke variiert. Betrachte dir den Geschwindigkeitsverlauf über die dargestellte Runde und versuch die folgenden Aufgaben nach bestem Wissen zu lösen.

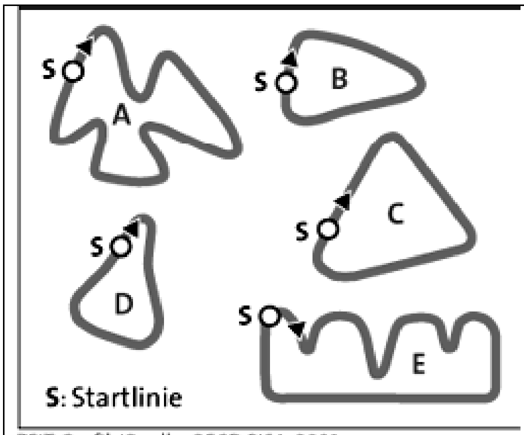


ZEIT-Grafik/Quelle: OECD PISA, 2001

1. **Kreuze die Aussagen die du für richtig haltest an:**

- o Die niedrigste Geschwindigkeit tritt ungefähr bei Kilometer 0.25 auf.
- o Auf sechs Streckenabschnitten ist die Beschleunigung des Wagens gleich null.
  Wenn ja: zeichne sie ein. Wenn nein: zeichne die zutreffenden Bereiche die du meinst ein.
- o Zeige direkt im Graph den Bereich der die Maximal ereichte Beschleunigung aufweist.
- o Die maximale Bremskraft wird zur Verringerung der Geschwindigkeit vor Kurve zwei genutzt.
- o In den vier Kurven der Strecke muss der Wagen bremsen und beschleunigt danach wieder.
- o Die Geschwindigkeit in Kurve zwei beträgt ungefähr 60 km/h
- o Die durchschnittliche Rundenzeit liegt bei 4 Minuten.
- o Die maximal gefahrene Geschwindigkeit auf nicht geraden Streckenteilen liegt immer noch bei 100 km/h.

2. **Betrachte die unten gezeigten möglichen Strecken und wähle jene aus die zum gezeigten Diagramm passen könnte.**

 ZEIT-Grafik/Quelle: OECD PISA, 2001	Begründe mit eigenen Worten deine Wahl:

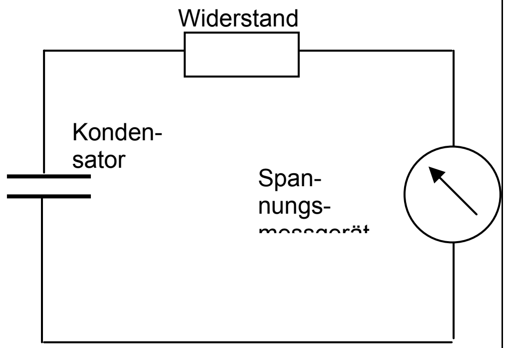
3. Zeichne freihändig einen Graph in das Koordinatensystem unten ein. Diesmal soll nicht die Geschwindigkeit mit dem Weg in Bezug gesetzt werden, sondern der zurückgelegte Weg (s) mit dem zeitlichen Verlauf (t) für die Teilstrecke von 1.5 km bis 2.5 km.

4. Überlege dir eine Möglichkeit eine durchschnittliche Fahrtzeit für die drei Kilometer lange Strecke zu bestimmen.

7.6 Fächerübergreifende Schwerpunktprüfung

3. Fächerübergreifende Schwerpunktprüfung : Mathematik - Physik

a. Kritische Betrachtung einer physikalischen Aufgabenstellung aus dem Lehrbuch „Elemente der Mathematik“ (*Aufg. 81, S. 288: Differentialrechnung)*



Der zeitliche Verlauf der Kondensatorspannung U(t) bei einem Auf- und Entladevorgang eines Kondensators über einen konstanten Widerstand sei durch $U(t) = k \cdot e^{-t} \cdot (1-e^{-t})$, $t \geq 0$, beschrieben. Bestimme denjenigen Zeitpunkt, an dem die Spannung maximal ist.

Aus der Sicht der Physik enthält diese Aufgabe Fehler bzw. Ungereimtheiten.
Im folgenden Text wird versucht diese Fehler zu korrigieren.

Ein Kondensator der Kapazität C wird über einen konstanten Widerstand R aufgeladen, bis er die Spannung U_{max} erreicht. Der zeitliche Verlauf der Kondensatorspannung (U von t) kann durch folgende Funktion beschrieben werden: $U(t) = U_{max} \cdot (1-e^{-t/(RC)})$.
Auch die Stromstärke ändert sich mit der Zeit: $I(t) = I_{max} \cdot e^{-t/(RC)}$.

(i) *Interpretiere die beiden Ausdrücke. Wie verlaufen die Kurven?*

(ii) *Die Leistung P(t) kann man aus dem Produkt der Spannung und der Stromstärke berechnen. Wenn $R \cdot C=1$ ist (z.B. für R = 100.000 Ohm und*
$C=10^{-5}$ F), wird der zeitliche Verlauf der Leistung durch folgenden Ausdruck beschrieben: $P(t) = U_{max} \cdot I_{max} \cdot (e^{-t}) \cdot (1-e^{-t})$; $U_{max} \cdot I_{max}$ sind Konstante.
Berechne den Zeitpunkt t, zu dem die Leistung maximal ist!

Diskutiere den Zusammenhang der Aufgabenstellungen. Wo wurden wesentliche Änderungen vorgenommen?
Bearbeite die physikalisch „korrekte“ Aufgabenstellung und erläutere, welche mathematischen Kompetenzen dafür erforderlich sind. Weshalb wird deiner Meinung nach das Beispiel im Mathematikbuch nicht „korrekt“ formuliert?

b. **Arbeit im Gravitationsfeld**
Zeige, wie man die Formel für die Arbeit im Gravitationsfeld mittels Integration der Gravitationskraft herleiten kann!
Bearbeite anschließend folgendes Beispiel, erläutere die mathematischen Ansätze und diskutiere den physikalischen Realitätsgehalt dieser Aufgabe.

Ein Satellit der Masse m = 100 kg befinde sich auf der Erdoberfläche. Welche Arbeit W ist erforderlich, um ihn in 10-fache Entfernung vom Erdmittelpunkt zu bringen?
(Erdradius $r_E = 6{,}4 \cdot 10^6$ m, Erdmasse $m_E = 6 \cdot 10^{24}$ kg)