MNI-Fonds für Unterrichts- und Schulentwicklung
Themenorientierung im Unterricht
Schwerpunkt 3

# SCHWINGENDE MATHEMATIK AM MONOCHORD

**Mag. Andrea Holl**

**Prof. Mag. Monika Gabriel-Peer,**
**Dr. Josef Huber**

**HTL1, Anichstraße**

Innsbruck, Juli 2005

# INHALTSVERZEICHNIS

# ABSTRACT

Projektnehmer: Mag. Andrea Holl, Prof. Mag. Monika Gabriel-Peer, Dr. Josef Huber

Schule: HTL I, Anichstr.26-28, 6020 Innsbruck

An dem Projekt beteiligte Klassen in Mathematik: HM1a (6 Schüler und 1 Schülerin), HM1b (26 Schüler), HM2b (6 Schüler), HM3b(19 Schüler und 3 Schülerinnen)

Beteiligte Klassen in Physik: HM2a (32 Schüler)

Das Monochord ist ein antikes Saiteninstrument, aus dem bereits Pythagoras mathematische Erkenntnisse bezog. Es ist ein langer Kasten von 130cm, über den 13 gleich gestimmte Saiten gespannt sind. Verschiedene Tonhöhen erzeugt man über bewegliche Stege, die die Saiten verkürzen. Um selbst einfache Melodien spielen zu können, mussten unsere Schüler/innen vorher Stegpositionen berechnen.
An diesem einfachen Thema der Saitenteilungen schlossen sich weitere mathematische und physikalische Aufgabenstellungen wie Schwingungen, Exponentialfunktionen, Folgen, Bruchrechnen usw. an. Musikalisches Vorwissen war dabei nicht erforderlich. Tonleiterstrukturen, Noten und Takt waren in den Arbeitsblättern erklärt.

Unsere Erfahrungen in diesem Jahr zeigten, dass sich das Monochord sehr gut für die Durchführung eines Schülerprojekts eignet. Mehr als zwei Schüler/innen sollten nicht daran arbeiten. Im Klassenzimmer sollte es möglichst ruhig sein, denn das Instrument ist leise.

Das Projekt hat uns allen, Schüler/innen und Lehrer/innen, sehr gut gefallen. Die Musik hat uns Spannung, gute Laune und Abwechslung in unseren naturwissenschaftlichen Unterricht gebracht.

# 1 EINLEITUNG

Der Schulalltag zeigt, dass Mathematik und Physik selbst für HTL-Schüler gefürchtete Gegenstände sind, da sie viel zu theoretisch bleiben und daher schwer verständlich sind.

Mit unserem Projekt „Schwingende Mathematik“ wollen wir neue Zugänge zu diesen Fächern ermöglichen. Es soll nicht ausschließlich mit dem Kopf, sondern mit allen „Sinnen“ gelernt werden. Dafür stellen wir unseren Schülern/innen[1] ein Monochord zur Verfügung, ein antikes Saiten-Instrument, dessen Saiten auf gleiche Tonhöhe gestimmt sind. Durch Stege, die unter Saiten gestellt werden und diese verkürzen, können verschiedene Tonhöhen und -lagen gespielt werden.

Die Besonderheit des Monochords ist es, dass Saitenteilungen nicht vorgegeben sind. Sie werden von den Schülern errechnet, die Ergebnisse sind über das Gehör überprüfbar.

Wir bilden ein Team von zwei Mathematikerinnen (Monika und Andrea) und einem Physiklehrer (Josef). Durchgeführt haben wir das Projekt an unserer Abteilung Maschineningenieurwesen der HTL, Anichstraße in Innsbruck. Beteiligt waren:

- Zwei erste Klassen in Mathematik (6 Schüler und eine Schülerin der HM1a und 26 Schüler der HM1b)
- Eine zweite Klasse in Mathematik (6 Schüler der HM2b) und eine andere zweite im Fach Physik (32 Schüler der HM2a)
- Eine dritte Klasse in Mathematik (19 Schüler und 3 Schülerinnen der HM3b)

Die Beschäftigung mit dem Monochord hat uns gezeigt, dass sich eine Reihe von mathematischen und physikalischen Themen des Lehrplans damit verständlich und vor allem hörbar machen lassen. Den Schwerpunkt unseres Projekts legen wir daher – unserem Schultyp entsprechend – auf unsere naturwissenschaftlichen Fächer und nicht auf die Musik.

[1] Im folgenden Text verwenden wir die männliche Form, da 89 Schüler und nur 4 Schülerinnen am Projekt beteiligt waren.

# 2 ZIELE UND FRAGESTELLUNGEN

- Mit Hilfe eines Monochords wollen wir mathematische und physikalische Themenstellungen, wie Schwingungen, Zahlenfolgen, Funktionen, Bruchrechnen, verständlich und vor allem hörbar machen.
- Das Monochord soll unseren Schülern einen neuen sinnlichen Zugang zur Mathematik und Physik verschaffen.
- Sind der Einsatz des Monochords und damit verbundene Schülerarbeiten in einer ungeteilten Klasse möglich?
- Ist die Lernmotivation im Projektunterricht hoch?
- Wird das selbstständige Arbeiten der Schüler gefördert?

# 3 INHALT

## 3.1 Grundkonzept

### 3.1.1 Das Monochord

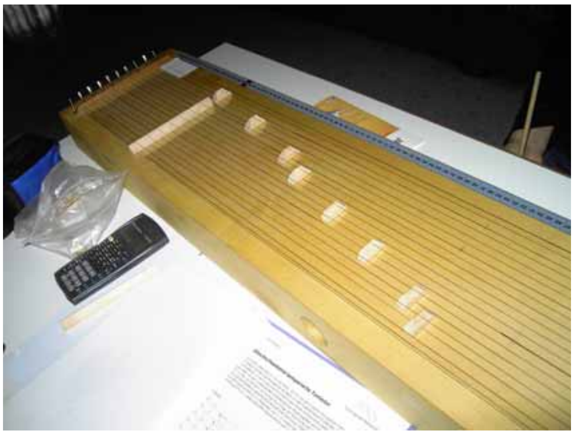


**Abbildung 1: Monochord mit Einlageblättern und Stegen**

Wie der Name sagt, war das Monochord ursprünglich ein einsaitiges Instrument. In unserem Fall ist es ein langer Holzkasten, 130cm lang und 26cm breit, mit Schalllöchern und Stegen, über die Metallsaiten gespannt sind. Die Länge der frei schwingenden Saiten beträgt 120cm. Wir haben 13 Saiten mit gleicher Tonhöhe eingespannt. So viele braucht man zur Erzeugung von 12 Halbtönen und für die Oktav zum Grundton.

Monochorde sind im Handel erhältlich. Wir hatten das große Glück, einen Hobby-Instrumentenbauer zu kennen. Monika hatte ihres bereits vor Jahren bei ihm bestellt und Andrea hatte ihr eigenes unter seiner fachmännischen Betreuung während der Sommerferien gebaut. Damit standen uns bei Projektbeginn zwei zur Verfügung.

Zum Spielen braucht man verschiebbare Holz-Stege, mit denen man die Saiten nach Belieben teilen kann. Abhängig von der Saitenlänge erklingen dann – wenn man sie anzupft oder besser, mit einem Holzhammer anschlägt – verschiedene Tonhöhen[2].

Da die Verkürzungen beliebig erfolgen können, ist man nicht – wie bei anderen Instrumenten, z.Bsp. der Gitarre, die fixe Bundabstände hat – auf eine vorgegebene Tonleiter beschränkt. Unsere abendländische Kultur kennt verschiedenste Stimmungssysteme, die die Verhältnisse der Tonhöhen – physikalisch gesehen der

[2] siehe Rudolf Stössel: „Kleine Einführung in die Pythagoräische Harmonik“

Schwingungszahlen, der Frequenz – unterschiedlich festlegen und die wir unsere Schüler ausprobieren ließen. Dabei haben wir uns auf zwei Tonleitern beschränkt.

- Die pythagoräische Tonleiter: Sie geht – wie der Name schon sagt – auf Pythagoras (6. Jahrhundert v. Ch.) zurück. Er entdeckte, dass man eine reine Oktav erhält, wenn man die Länge einer Saite halbiert (Frequenzverhältnis 1:2), und eine reine Quint, wenn man genau zwei Drittel der Länge einer Saite schwingen lässt (Frequenzverhältnis 2:3) – in Brüchen darstellbar, rational
- Die gleichschwebend (gleichstufige) Tonleiter: Sie beruht auf einem konstanten Verkürzungsverhältnis der 12 Halbtonschritte einer Oktav, die wiederum auf ein Saitenverhältnis von 2:1 festgelegt wird – irrational

Die praktische Umsetzung dieser verschiedenen Stimmungssysteme hat uns einiges Kopfzerbrechen bereitet. Wir wollten einerseits, dass unsere Schüler selbständig arbeiten können, wollten andererseits nicht, dass sie mit Mess-Stäben, Linealen oder ähnlichen scharfkantigen Dingen den kostbaren, aus weichem Fichtenholz gefertigten Instrumenten zu nahe kommen. Zum Glück haben wir an unserer Schule eine Kunststoffwerkstätte und einen netten Kollegen, der uns zu Hilfe kam. Wir bestellten dünne Kunststoffplatten, die wir mit einem aufklebbaren Maßstab versahen und die wir so zuschneiden ließen, dass man sie passend unter die Saiten schieben kann. Sie sind mit non-permanent Overhead-Stiften beschreibbar. Die Positionen der Stege lassen sich dann auf den eingeritzten Linien, die sich genau unterhalb der Saiten befinden, anzeichnen.

### 3.1.2 Ein Mathematik- und Physikprojekt?

Auf dem ersten Blick ist das Monochord ein Musikinstrument. Man kann sich vorstellen, dass sein Einsatz in einem Mathematik- und Physikprojekt – wir unterrichten an einer HTL – auf einigermaßen großes Erstaunen bei Kollegen/innen und bei unserem Chef gestoßen ist.

Dabei haben Musik, Mathematik und Physik viele Gemeinsamkeiten, die beim einfachen Musizieren allerdings nicht in den Vordergrund treten. Wir haben nur einige wenige davon ausgearbeitet:

- Mathematische Gesetzmäßigkeiten der Intervalle: Teilung der Saite durch 2 bedeutet einen Oktavsprung zum Grundton, teile ich eine Saite im Verhältnis 2:3, so erhalte ich die Quint, 3:4 bedeutet die Quart. Intervallbezeichnungen wurden nicht als Vorwissen vorausgesetzt, sondern über Verhältnisse eingeführt.
- Der charakteristische Klang eines Monochords entsteht aus der Schwingung der Saite. Dabei schwingt die Saite als Ganzes, das ist die so genannte Grundschwingung. Den eigentlichen Farbton jedoch erzeugen die Oberschwingungen, die ein Vielfaches der Frequenz der Grundschwingung aufweisen. Die Addition dieser Schwingungen ergibt das Klangbild.[3]

---

[3] Siehe Jan van der Maas, S.28-67

- Die pythagoräische Tonleiter baut auf vorgegebenen Saitenverhältnissen auf, wie den Ganzton, Quint, Quart und Oktav. Alle anderen Intervalle kann man sich über die Tonleiterstruktur und Bruchrechnen errechnen.[4]
- Eine Oktav besteht in der gleichschwebend (gleichstufigen) Stimmung aus 12 gleichen Halbtonschritten, d.h. konstanter Verkürzungsfaktor der Saiten (geometrische Folge, Exponentialfunktion).[5]
- Der Zusammenhang zwischen dem n-ten Oberton und der Länge der Saite ist eine Potenzfunktion usw.
- Ein Halbton ist das geometrische Mittel der Nachbar-Halbtöne; das arithmetische Mittel des Grundtons und der Oktav ist die Quart. ((1+1/2):2=3/4)

Überraschenderweise bringen viele unserer HTL Schüler musikalisches Vorwissen mit. Gar nicht wenige spielen in heimischen Musikkapellen Blasinstrumente, andere spielen in selbstorganisierten Bands Schlagzeug oder Gitarre. Diesen ist es eine Hilfe, anhand des Monochords Bruchrechnen „anschaulich" nachzuvollziehen. Aber auch Schülern ohne musikal. Vorbildung half dieser mathematisch-physikalische Zugang wesentlich, um abstrakte Zusammenhänge zu begreifen. Für sie ergab sich, dass sie über das Bruchrechnen die Notenschrift lernten und nach einer kurzen Einführung zum Takt einfache Melodien nachspielen und wiedererkennen konnten.[6] Manchen machte es so viel Spaß, dass sie sich weiterhin mit Musik beschäftigen wollen. Auch die Freude an der Mathematik hat zugenommen.[7]

### 3.1.3 Die vier „hohen Künste" und die Harmonik

Studenten des Gymnaseion in Griechenland absolvierten nacheinander Trivium (die niederen Künste: Logik, Rhetorik und Grammatik) und Quadruvium (die hohen Künste: Geometrie, Arithmetik, Astronomie und Musik). In diesem Zusammenhang verstehen sicher viele Mathematikerinnen den Begriff „trivial", ein geflügeltes Wort, neu. Schon die Griechen wussten um die Verwandtschaft der hohen Künste. (Vgl.: auch J. Kepler schrieb seine Gesetze als „de harmonices mundi"). Viele der Errungenschaften des Pythagoras verdanken wir seiner Beschäftigung mit Musik und Monochord. Er war der Meinung, *dass „der Himmel Harmonie und Zahl sei", dass alle Zusammenhänge in der Natur mit Hilfe rationaler Zahlen ausgedrückt werden können, Zahlen als Schöpfungsprinzipien.*[8]

Musik war das erste Fach überhaupt, das „mathemasiert" wurde – wobei μαθησισ[9] bedeutete, sich mit den Dingen des Daseins zu beschäftigen. Die Lehre, die auf Pythagoras zurückgeht und von dort aus weiterentwickelt wurde, heißt Harmonik. Sie hat die pythagoräische Tetraktis erfunden und weiterentwickelt. *Man versteht darunter die „Folge" der ersten vier Zahlen, bzw. deren Summe: 1 + 2 + 3 + 4 = 10 und geometrische Anordnung in Form von Punkten. Nach Meinung der Pythagoräer entwickelt sich daraus die gesamte Rechenkunst – die ganze Schöpfung, das*

[4] ebenda, S.42
[5] siehe 3.1.4 Arbeitsblatt-Beispiel
[6] siehe 10.2.9 Spielen nach Noten I und 10.2.10 Spielen nach Noten II
[7] siehe 6 Ergebnisse der Evaluation
[8] Siehe Inge von Wedemeyer: Pythagoras, Weisheitslehrer des Abendlandes, S.9
[9] mathesis

*All, sowohl in seinem rationalen als auch irrationalen Aspekt*[10]*.* Die Tetraktis stellt eine Art mystischer Zahlenkombination dar, mit Hilfe derer man sehr viel beschreiben und erklären kann – nicht zuletzt sind die „natürlichen Intervalle“ Oktave, Quint und Quart mit Hilfe der Teilungen der ganzen (1) Saite durch 2, 3 und 4 darstellbar.

Uns hat die Beschäftigung mit dem Monochord zum Kreis der Freunde um Hans Kayser in der Schweiz geführt, dem es zu verdanken ist, dass in dieser Richtung geforscht und publiziert wird. Ein grundlegendes Werk zum Monochord haben wir von dort bezogen[11].

---

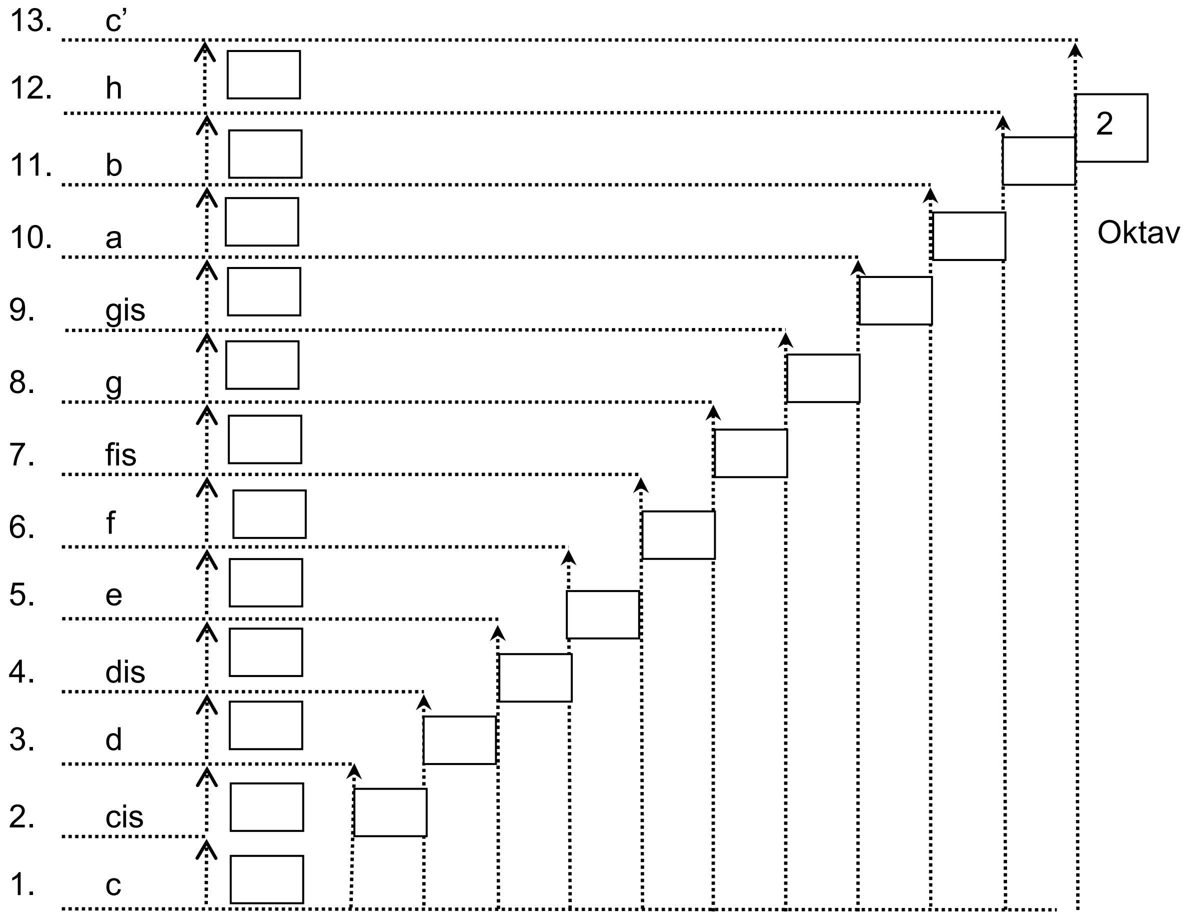
[10] Siehe Inge von Wedemeyer: Pythagoras, Weisheitslehrer des Abendlandes, S. 93
[11] Kreis der Freunde um Hans Kayser, Bern: Mitteilungen

### 3.1.4 Arbeitsblatt Beispiel – Gleichschwebend temperierte Tonleiter

Die reinen Intervalle 2/1 für die Oktav, 3/2 für die Quint (siehe Übungsblatt Pythagoräische Tonleiter) dienten seit Pythagoras als Basis für den mathematisch fundierten Aufbau von Tonsystemen. In der ursprünglich einstimmigen Musik funktionierte dieser Aufbau auch recht gut, aber mit der zunehmenden Komplexität der Musik ergaben sich Schwierigkeiten.

Im 19. Jhd. wurde dann die heutige Grundlage der Stimmung aller Instrumente eingeführt – die gleichschwebend (gleichstufig) temperierte Stimmung. Dabei wird die Oktav wiederum auf das Saitenverhältnis 2:1 festgelegt und in 12 Halbtonschritten unterteilt. Jeder Halbtonschritt, d.h. jedes Saitenteilungsverhältnis soll nun gleich groß sein.

Aufgabe:




Ergänze die fehlenden Saitenteilungsverhältnisse! Verwende dabei eine Kurzschreibweise, die du an der Oktav erkennen kannst – statt 2:1 nur mehr 2!

## 3.2 Beschreibung des Projektverlaufs

Die Umsetzung erfolgte einerseits im Rahmen des normalen Unterrichts in Form von Gruppenarbeiten mit der ganzen Klasse (HM1b, HM2a), andererseits in Form von freiwilligen Angeboten außerhalb des Unterrichts (HM2b) bzw. während einer wöchentlich stattfindenden „Offenen-Lernen“-Einheit[12] am Nachmittag in einer 1.Klasse (HM1a), zusätzlich im Informatikunterricht (MathCAD) der HM3b. Das vorgesehene Stundenausmaß betrug 4-6 Stunden pro Klasse. Zum selbständigen Arbeiten erhielten unsere Schüler Arbeitsblätter.

Oktober 2004

- Bücher und Unterlagen werden im Team ausgetauscht
- Adaptierung beider Monochorde, um den Schülern selbstständiges Arbeiten zu ermöglichen (Bestellung einer Kunststoffplatte, Zuschnitt in der Kunststoffwerkstätte, Anbringen einer Mess-Skala usw.)
- Erstellen von Arbeitsblättern
- Bestellen der Taschenrechner und der Zusatztools

November 2004

- Austausch der Arbeitsblätter und Dokumente im Team
- Gemeinsames Erarbeiten von neuen Inhalten (Frequenzmessungen über Taschenrechner Voyage 200 mit Zusatztool und Mikrophon)
- Didaktische Vorüberlegungen

November/ Dezember 2004

- 2 Schüler arbeiten erstmals am Monochord mit Hilfe von Arbeitsblättern jeweils 2 Stunden am Nachmittag, außerhalb des Unterrichts, insgesamt 6 Stunden.
- Verbesserung der Arbeitsblätter aus den Ergebnissen der Schüler-Arbeiten
- Einsatz des Monochords im Mathcad-Unterricht in der 3. Klasse. Die Schüler experimentieren mit dem Monochord. Erfahren, dass sein charakteristischer Klang nicht nur aus der Schwingung der Saite als Ganzes entsteht. Den eigentlichen Farbton nämlich erzeugen die Oberschwingungen, die ein Vielfaches der Frequenz der Grundschwingung aufweisen. Die ganzzahlige Teilung der Saite mit dem Finger macht sie hörbar. Erst die Addition dieser Schwingungen ergibt das Klangbild. Anschließend zeichnen die Schüler Klangbilder mit dem Computer.

Jänner 2005

- Präsentation des Projekts am Tag der Offenen Tür. Eltern und interessierte Jugendliche spielen eine einfache, zuvor berechnete und angezeichnete Melodie, führen Frequenzmessungen mit Hilfe des Taschenrechners, dem Zusatzgerät CBL2™ und einem Mikrophon durch.
- Beim Thema Seitenteilungen werden bestimmte „Saitenteilungen“, die in der Musik sinnvoll sind, mit einer 1. Klasse errechnet und gehört.

---

[12] Andrea Holl: „Mathematik zum Anfassen“, NWW Projekt 2004

- Erste Erfahrungen von Andrea, die in einer 1.Klassse 2 Gruppen – insgesamt 6 Schüler und eine Schülerin – gleichzeitig am Monochord arbeiten lässt, zeigen Koordinationsprobleme auf. Die Gruppen stören einander bei der Arbeit.

Feber 2005

- Verfassen des Zwischenberichts
- Diskussionen über die Einsatzmöglichkeit des Monochords in einer ganzen Klasse.
- Festlegen der Evaluationsvorstellungen

März 2005

- Das Monochord wird im Physikunterricht (HM2a 32 Schüler) als eine Station im Stationenbetrieb angeboten – externe Beobachtung (2 Wochenstunden)
    - Aufbau der Tonleiter mit Hörprobe
    - Frequenzmessung einer Monochordsaite und Berechnung der Saitenspannung
    - Bestimmung der Dichte einer Saite
- Schülerfragebogen für 2. Klasse (4 Schüler) und 1. Klasse (7 Schüler)

April 2005

- Das Monochord kommt in der 1. Klasse (HM1a) zum Einsatz. Es werden Gruppen mit verschiedenen Arbeitsaufgaben gebildet. Lösungen sollen am Monochord ausprobiert werden.
- In der HM1b beschäftigen sich die Schüler mit den Arbeitsblättern und dem Monochord.

Mai 2005

- Durchführung der Schülerinterviews und Befragung.

Juni 2005

- Abschluss der Dokumentation

# 4 LEHRPLANBEZUG

## 4.1 Mathematiklehrplan

| 1. Jahrgang: | Projektthemen: |
|---|---|
| Funktionen: Lineare Funktion | Zusammenhang zwischen dem n-ten Oberton und seiner Frequenz |
| Geometrie: Planimetrie (Ähnlichkeit;… pythagoräische Lehrsatzgruppe) | Mittelwerte |
| Algebra: Zahlenbereiche | Zahlenbereich Q – Rechnen mit Brüchen (Bruchteile von Saiten, Verhältnisse von musikal. Intervallen in den verschiedenen Stimmungssystemen) |
| 2. Jahrgang: | |
| Potenzfunktionen | Zusammenhang zwischen der Länge des schwingenden Teils der Saite und seiner Frequenz, graphische Darstellung |
| Exponentialfunktionen | Zusammenhang zwischen Halbtonschritten einer Tonleiter und ihrer Frequenz |
| Rechnen mit Wurzeln und Wurzelfunktionen | Die Oktav, die hörbar auf das Saitenverhältnis 2:1 festgelegt ist, wird bei der gleichstufigen Stimmung in 12 gleiche Halbtonschritte unterteilt. Dieser konstante Verkürzungsfaktor ist die 12te Wurzel aus 2. |
| allgemeine Sinusfunktion, Überlagerung von Schwingungen | Die Klangfarbe von Tönen entsteht durch Überlagerung von Sinus-Schwingungen, Graphische Darstellung von Schwingungsbildern. |
| 3.Jahrgang: | |
| Analysis: Zahlenfolgen | Oktaven, Halbtöne (nach der gleichstufigen Stimmung) bilden eine geometrische Folge |

## 4.2 Physiklehrplan

| 1. Jahrgang: | Projektthemen: |
|---|---|
| Längenmessung | Mit Mikrometer-Schraube wird der Durchmesser der Monochord-Stahlsaite gemessen |
| Dichte | mit einer Analysenwaage wird die Saiten-Masse bestimmt und mit Hilfe des Volumens die Dichte berechnet |
| Kraft | Aus der Frequenz, Wellenlänge, Dichte und Querschnittsfläche wird die Spannkraft der Monochord-Saite berechnet |
| Mechanische Spannung | Aus der Spannkraft und Querschnittsfläche wird die Saitenspannung berechnet |
| 2. Jahrgang: | |
| Mechanische Schwingungen und Wellen | Graphische Darstellung von Schwingungen und Wellen, Hörprobe am Monochord |
| Stehende Wellen | Herstellung stehender Wellen durch verschiedene Steg-Positionen am Monochord[13] |
| Interferenz | Konstruktion von Interferenz-Bildern[14], Hörprobe von Obertönen durch Abdämpfen des Grundtons |
| Unterschied: Ton – Klang | Herstellung eines reinen Sinustones und eines Klanges (Grundton plus Obertöne) mittels Funktionengenerators plus Lautsprechers, Fouriersynthese |
| Frequenz-Plektrum | Aufnahme des Frequenz-Plektrums einer Monochordsaite mit dem Taschenrechner Voyage 200 und Interface CBL2™ |

[13] siehe Bergmann Ludwig, Schaefer Clemens: Lehrbuch der Experimentalphysik, S.550ff.
[14] siehe Kraker-Pail: Physik, Band 2, S.16.

# 5 EVALUATION

## 5.1 Gruppenarbeiten am Monochord im „normalen“ Unterricht

### 5.1.1 Ist der Einsatz des Monochords in einer ungeteilten Klasse möglich?

**Fach: Mathematik**

Klasse: HM1b (26 Schüler)

Methode: Schülerbeobachtung[15]

Die Vorstellung des Instruments in der ungeteilten Klasse erwies sich als sehr schwierig. Alle wollten mitreden, am liebsten gleich ausprobieren, sie haben sich zwar alle 26 um das Instrument herumgesetzt und bemüht, leise zu sein, waren aber viel zu neugierig dazu. Für mich war diese Phase anstrengend. Besser kleineren Gruppen zeigen, wie man tut.

Durch diese Erfahrung habe ich umgeplant und Doppelstunden jeweils mit der Hälfte der Schüler der Klasse durchgeführt. Mir war es wichtig, dass alle Schüler die gleichen Übungsblätter bearbeiten und die dazugehörigen Versuche durchführen.

Leider ist ein Monochord auch für 15 Schüler zu wenig. Trotz der Einlageblätter aus Kunststoff, auf denen Messungen durchgeführt werden können. Auch ist die Stimmung des Instrumentes ein nicht zu unterschätzender Faktor; manche haben einfach drauflosgedreht!

Im Anschluss daran stellte Monika noch einige Fragen an ihre Schüler (Methode: Schülerbefragung, Mitschrift)

- Wie hast Du das Projekt erlebt? Diese Frage wurde sehr unterschiedlich beantwortet. Auffallend an den Antworten ist, dass sie die positive Stimmung der Stunden wiedergegeben haben.
- Verändert das Monochord die Beziehungen:
    1. der Schüler zueinander
    2. der Schüler zur Lehrerin
    3. der Schüler zum Fach
    4. der Schüler zu sich selbst (mathematische Begabung ist nicht alles, positiv und negativ gesehen)

  Diese Fragen wurden von den Schülern ganz anders verstanden, als sie von mir gemeint waren. So wurde Punkt 1 praktisch von keinem verstanden. Mir ging es um die Veränderungen im Klassengefüge, die Schüler gingen auf die Lautstärke in den Übungsphasen ein. Der zweite Unterpunkt wurde zurückhaltend beantwortet – „wir kennen uns noch nicht lange“. Die Einstellung zum Fach wurde auch durch andere Aktivitäten im MU verändert. Der Selbstwert der Schüler hat sich nicht wesentlich geändert.

[15] 10.1.2 Beobachtung Mathematik in der HM1b

**Fach: Physik**

Klasse: HM2a (32 Schüler)

Methode: Schülerbeobachtung[16]

Einzelstunden waren eindeutig zu kurz. Josef war großteils mit einer Gruppe, die außerhalb des Klassenzimmers Messungen durchführte, beschäftigt und konnte der Gruppe am Monochord nur eine kurze Einführung geben. Eine Verlängerung auf zwei Stunden war allerdings aus stundentechnischen Gründen nicht möglich.

Der Arbeitslärm der anderen Gruppen störte. Die Schüler mussten sich „tief über das Monochord beugen“, damit sie besser hören konnten.

Die Gruppe am Monochord war mit 8 bzw. 9 Schülern viel zu groß. Sie störten sich gegenseitig in ihren Arbeiten, z.Bsp. berechneten zwei Schüler Stegpositionen, zwei probierten gleichzeitig das Plektrum aus, zwei weitere experimentierten mit der Stimmgabel. Eine andere Aufteilung war in dieser großen Klasse nicht möglich. Josefs Angebot bestand in fünf verschiedenen Aufgabenstellungen zum Thema „Stehende Wellen“. Diese Gruppen zu beaufsichtigen und zu betreuen war mehr als ausreichend.

### 5.1.2 Fördert das Projekt selbständiges Arbeiten?

**Fach: Physik**

Klasse: HM2a (32 Schüler)

Methode: Schülerbeobachtungen[17]

Erstaunlich war der persönliche Einsatz. So brachte einer unaufgefordert sein Notebook mit Mikrophon und Frequenzmess-Programm mit, ein anderer seine Gitarre.[18]

Alle Gruppen mussten selbstständig arbeiten, da Josef aus messtechnischen Gründen nur die Gruppe für die Frequenzmessung unterstützen konnte, und kamen schließlich zu Ergebnissen, die sie in der nächsten Stunde abgeben mussten:

- Team 1 hat die Dichte einer Saite richtig bestimmt.[19]
- Team 2: Die Ergebnisse der Frequenzmessung haben, wie gesagt, starke Unterstützung von Seiten Josefs erfordert, weil keine Übungsphase vorangestellt wurde.[20]
- Team 3 hat die Fragestellung von Arbeitsblatt 5 (Gleichschwebend – gleichstufige Tonleiter) und Arbeitsblatt 6 (Herleitung des funktionalen Zusammenhanges zwischen Frequenz und Saitenlänge) beantwortet.[21]
- Team 4: Die Ergebnisse der Gruppe waren trotz oben[22] aufgezählter Schwierigkeiten richtig. Eine „Spielphase“ zum Kennenlernen des Monochords hat gefehlt.[23]

[16] siehe 10.1. Schülerbeobachtung Physik
[17] siehe 10.1. Schülerbeobachtung Physik
[18] siehe 10.1.1 Beobachtung 1
[19] siehe Anhang 10.1.1.3 Messprotokolle, Team 1
[20] siehe Anhang 10.1.1.3 Messprotokolle, Team 2
[21] siehe Anhang 10.1.1.3 Messprotokolle, Team 3

## 5.2 Das Monochord im „Projektunterricht“

### 5.2.1 Ein neuer sinnlicher Zugang zur Mathematik?

**Beteiligte Schüler:** 2 Schüler der 1. Klasse und ein Schüler der 2. Klasse
Methode: Schülerinterview[25]

1. Hat das Monochord dazu beitragen, dass du dir die Bewältigung der Projektaufgaben zugetraut hast, bzw. dass du dir auch später wieder ein Projekt zutraust?

Antworten:

- Nein, eher die Arbeit in der Gruppe: „Ja, weil durch die Gruppe ähm, ist des Projekt leichter worden – drum wars a nit so schwar und drum kann i mir vorstellen, dass i a komplizierteres a machen kannt. In der Gruppe waren wir vier.“
- „Ja – im Großen und Ganzen ja …….Ja, des kann i ma guat vorstellen, dass i no einmal so a Projekt mach, in der Art halt“
- Ein Schüler hat sich das Projekt leichter vorgestellt. „I han mir vorgstellt, des war nit so schwar, des Projekt, aber zum Schluss aussi di ganze Rechnerei und des wieder verstehen – also, wir haben des Öfteren auch die Frau Professor gefragt, aber wenn mans kapiert hat, dann ist es gut gegangen…“

2. Hat das Spielen und Hören die reine Kopfarbeit entlastet?

Antworten:

- „Ja, hat’s – es war nit so anstrengend, weil ma mit dem Monochord a überprüfen hat können, ob ma richtig grechnet hat, …. ja“
- „Ja, zum Beispiel da zum Schluss hat ma was Spielen müssen, es war mit Spaß verbunden und es hat sich gut angehört, man hat länger probieren können – es war nit lei Rechnen.“
- Rechnen und Spielen bzw. Hören waren gleich wichtig: „Teilweise, man muss sich schon ausrechnen wo und wia a Ton klingt; wir haben z.Bsp. uns auch durch Rechnungen ein Lied erarbeitet und dieses Lied ist a relativ guat gangen, wenn man sich’s richtig ausrechnet, des isch wichtig und wenn ma falsch rechnet, was auch passiert isch, teilweise, dann klingt des einfach nit, dann wird des einfach koa vernünftige Melodie.“

3. Werden mathematische und physikal. Inhalte durch akustische und visuelle Umsetzung am Monochord für Schüler be-„greifbar“ (Bsp.: Arbeitsblatt 4, Ausfüllen des Diagramms)

Antworten:

---

[22] siehe 5.1.1. Ist der Einsatz des Monochords in einer ungeteilten Klasse möglich?
[23] siehe Anhang 10.1.1.4 Messprotokolle, Team 4
[25] siehe 10.1.3 Schülerinterview im Projektunterricht

- „Ja, Bruchrechnen sicher, weil … ja … da hat ma … i woaß nit, des war besser zu üben so mitn Monochord, als wenn ma so in der Schual Brüche rechnet … ja“
- Ein Schüler sieht den Erfolg des Projekts in der Spieltechnik, die sich auf andere Instrumente übertragen lässt: „Ja………….. physikalisch eher weniger, aber musikalisch isch leicht möglich, weil bei der Gitarre isch es ja ähnlich, da muss man ja a die richtigen Saiten und Bünde greifen…..“
- Ein Schüler kann mit der Frage nicht viel anfangen.

4. Ergebnisse werden über das Hören überprüft – Ist dabei eine besondere musikal. Begabung oder musikalisches Wissen erforderlich?

Antworten:

- „Na, eigentlich nit, weil der D. (Kollege), der spielt jetzt ka Instrument – er hat des genau gleich guat ghört…..“
- Ein Schüler sagt, dass es ausreicht, wenn sich einer in der Gruppe auskennt: „Na, eigentlich nit, weil es war oaner in der Gruppe, der hat sich guat ausgekannt, des war a Hilfe, aber i glab ohne ihn hättn mir des a gschafft“
- Wenige Kenntnisse sind ausreichend „…des isch scho wichtig in welchem Takt des jetzt passiert. …. Ja am Spielen selber, man muss sich halt merken in welcher Reihenfolge die einzelnen Saiten anzupft. Ja, des isch nit so a Problem, des isch nit so schwa gwesen.“

5. Hat das Projekt deine Kreativität gefördert?

Antworten:

- „..i hab jetzt Gitarre spielen angfangen, eben a wahrscheinlich aus diesem Grund, weil ma des eben gfallen hat“
- Ein Schüler beschreibt seine musikalischen Experimente „…da haben mia danach a eigenes probiert – also was ins halt in Kopf keamen isch, Europahymne oder so eppas haben ma oanfach probiert“
- Ein Schüler kann nichts dazu sagen

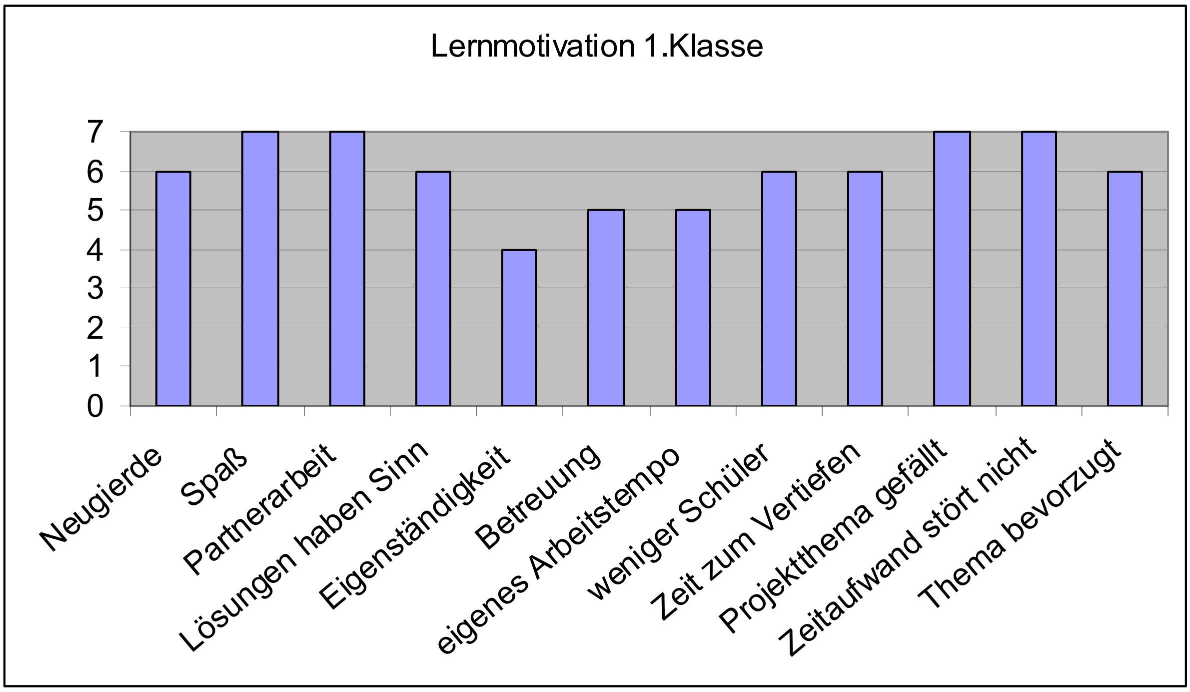
6. War der Umgang mit der Wirklichkeit (reelle Schwierigkeiten statt theoretischen Problemstellungen) – Stimmen des Instrumentes, Genauigkeit im Arbeiten (Obertöne erklingen nur bei exakten Saitenteilungen) – für dich abschreckend oder inspirierend?

Antworten:

- Ein Schüler sagt: „Des hat mi eher begeistert, des hat mi eher inspiriert, eher inspiriert, ja…“
- Die Wirklichkeit hat einem Schüler zum Verständnis verholfen „Ja, hat schon dazu beigetragen, weil … ähm, des war viel einfacher mitn Monochord … weil, ohne Monochord, also nur so zum Rechnen, des war nit so … ja.“
- Für einen Schüler ist es nicht so leicht: „Jaaa ……… es isch halt viel schwieriger als wia i mias dacht hatt. – also …. es isch …. bei Ausrechne zum Beispiel ….jeden Schritt, also …. um 9/8 oder 1/3 … kleine Terz, große Terz, …da jeden Schritt haben wir beachten müssen ….“

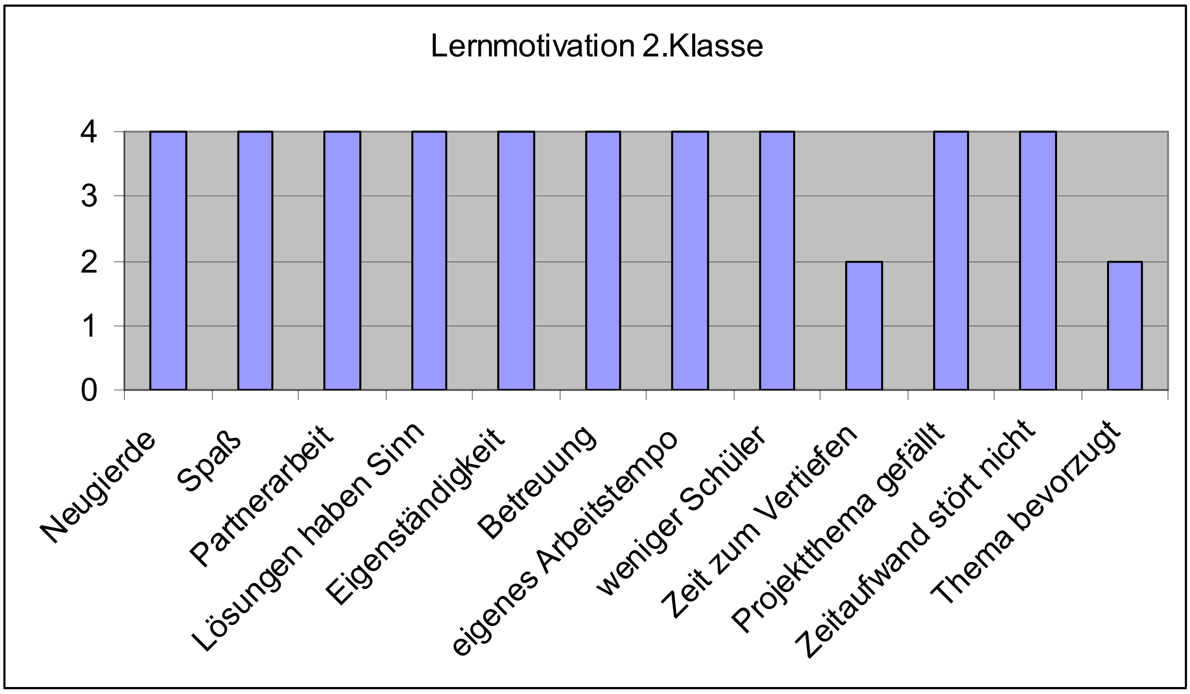
### 5.2.2 Lernmotivation

Das Monochord im Rahmen einer verpflichtenden „Offenen-Lernen"-Einheit am Nachmittag in einer 1. Klasse HTL, 7 Schüler:




In der 1. Klasse fällt auf, dass in 4 Fällen alle Schüler mit „Ja" geantwortet und in weiteren 5 Punkten 6 von 7 mit „Ja" geantwortet haben. Die Lernmotivation dürfte bei diesem Projekt sehr hoch gewesen sein, denn offensichtlich hatten die Schüler Spaß, waren neugierig, das Projektthema hat ihnen gefallen usw. Der Punkt Eigenständigkeit in der Arbeit wurde nur von 4 der Schüler positiv bewertet, die Unsicherheit habe ich auch an den Fragen während des Projektes gespürt. Interessant ist es, dass die zusätzliche Betreuung durch die Lehrerin nur von 5 Schülern positiv beurteilt worden ist. Das liegt daran, dass ich nicht nur für die Projektteilnehmer, sondern auch für die parallel arbeitenden Schüler bei der üblichen Materialarbeit da war. Im eigenen Arbeitstempo zu arbeiten, war auch nur für 5 Schüler außergewöhnlicher als es sonst ist.

Das Monochord als freiwillige Projektarbeit in einer 2. Klasse am Nachmittag, 4 Schüler:




Offensichtlich hat das Projekt allen sehr gut gefallen. Punkte wie Neugierde, Spaß, Partnerarbeit, Lösungen haben Sinn usw. haben alle mit Ja beantwortet. Zeit zum Vertiefen haben nur zwei positiv gesehen, anscheinend sind HTL-Schüler sehr unter Druck und gewohnt, dass alles schnell gehen soll. Zwei Schüler wollten sich zuerst für ein anderes Thema melden. Es scheint ihnen dann aber doch gut gefallen zu haben.

# 6 ERGEBNISSE DER EVALUATION

## 6.1 Einsatz im Regelunterricht

- Im Regelunterricht ist es unserer Erfahrung nach nicht sinnvoll, das Monochord einzusetzen. Dafür ist der Arbeitslärm der Schüler einfach zu groß und das Instrument viel zu leise. Für eine gesamte Klasse ist ein Monochord viel zu wenig, mehrere wären für den Lehrer, die Lehrerin nicht kontrollierbar. Dies haben wir deshalb nicht ausprobiert, weil uns unsere Instrumente sehr wichtig und wertvoll sind und wir nicht sicher waren, dass es sich für unsere Schüler ähnlich verhält.
- Auf die Frage, ob das Monochord die Einstellung der Schüler zu sich selbst, zu ihrer mathematischen Begabung und zum Fach Mathematik verändert hat, kamen ganz unterschiedliche Antworten. Einige bemerkten keine Veränderung. Ein Schüler, der gemeinsam mit seinem Vater bei der Musikkapelle spielt und der nach seiner Aussage „Mathematik hasst", zeigte besonderes Interesse am Projekt. Seither macht er lästige Mathematik-Übungsaufgaben nicht mehr nur widerwillig und hofft auf einen positiven Ausgang des 1. Schuljahres.
- In Physik beobachteten wir, dass Schüler selbstständig arbeiteten und ihre Ergebnisse in Messprotokollen dokumentierten. Unaufgefordert brachte ein Schüler sein Notebook mit Mikrophon und Frequenz-Messprogramm mit, ein anderer seine Gitarre.

## 6.2 Einsatz im Projektunterricht

Besonders gut bewährt hat sich der Einsatz des Monochords im Rahmen des Projektunterrichts und im Rahmen der „Offenen-Lernen"-Einheit. Es waren nur wenige Schüler anwesend und die Gruppe, die am Monochord arbeitete, war fix eingeteilt.

- Die Lernmotivation war sehr hoch. Punkte wie Spaß, Partnerarbeit, das Projektthema gefällt und der Zeitaufwand stört nicht, haben alle Schüler im Fragebogen mit Ja beantwortet. Unsicherheiten im eigenständigen Arbeiten hat es allerdings bei den Schülern der 1.Klasse gegeben. Ein Schüler der 2. Klasse Mathematik, der selber Klarinette spielt und vorher Schüler der Musikhauptschule war, sagte: „Ich bin nicht so gut in Mathe, aber so etwas würde ich jederzeit wieder machen, es war lässig."
- Mit zwei Schülern der 1. Klasse und mit einem Schüler der 2. Klasse Mathematik führten wir Interviews durch. Uns interessierte, ob uns mit dem Monochord ein „neuer sinnlicher Zugang zur Mathematik" gelungen wäre. Konkret haben wir z.Bsp. gefragt, ob das Spielen und Hören die reine Kopfarbeit entlastet habe. Zwei haben mit ja geantwortet, einer war der Meinung, dass beides gleich wichtig wäre. Ein besserer Zugang zu mathematischen Inhalten wurde von einem Schüler beim Bruchrechnen gesehen. Zur Kreativität angeregt wurden zwei Schüler. Dazu sagt einer: „..i hab jetzt Gitarre spielen angfangen, eben a wahrscheinlich aus diesem Grund, weil ma des eben gfallen hat".

# 7 REFLEXION

Der Schulalltag unserer Schüler ist sehr dicht. Im ersten Jahrgang sollten alle möglichst auf den gleichen Leistungsstand gebracht werden. Dazu ist viel Zeit, auch zum gemeinsamen Üben notwendig. Nachdem unsere Schüler schon beinahe 40 Stunden in der Schule sitzen, kann nicht mehr viel Hausübung erwartet werden.

In den anderen Jahrgängen wurden Stunden gekürzt, um auch im Maturajahr 2 Stunden Mathematik unterrichten zu können. Neben dem üblichen Stoff, der in den anderen Gegenständen dringend gebraucht wird, und der gewissenhaften Vorbereitung auf die Reifeprüfung, bleibt relativ wenig Platz für Projekte – auch „Mut zur Lücke“ ist nicht angebracht! Anders als im Gymnasium müssen wir Mathematiker/innen die Grundlagen für die technischen Gegenstände zur Verfügung stellen. Es gibt kein Gebiet, das guten Gewissens ausgelassen werden kann und schon die Einhaltung aller Erfordernisse des Lehrplanes setzen Schüler und Lehrer/innen unter Druck.

In diesem Jahr ist uns dies besonders bewusst geworden, weil

- einerseits Monika aus gesundheitlichen Gründen einige Zeit ausgefallen ist. Da reichte die Zeit im ersten Semester teilweise knapp, um alle Schularbeiten und Prüfungen termingerecht durchzuführen. Für das Projekt blieb nicht die veranschlagte Reserve.
- andererseits der frühe Ostertermin nicht zu einer Beruhigung der Lage beitrug.

Auch in Physik war der Zeitrahmen sehr eng, denn laut Lehrplan muss der gesamte Physiklehrstoff in der 1. und 2. Klasse unterrichtet werden.

Trotz oben beschriebener Widrigkeiten, hat uns die Beschäftigung mit dem Monochord viel Freude bereitet. Es war interessant und befruchtend, im Team zu planen und zusammen zu arbeiten.

**Monika:** Meiner Arbeit mit der HM1b wurde dadurch neuer Schwung verliehen. Obwohl die durchgeführten Unterrichtseinheiten nicht den Erfolg gebracht haben, den ich erhofft hatte, möchte ich diese Unterrichtseinheiten in adaptierter Form im kommenden Jahr wieder durchführen.

Die Blätter Funktionen, Potenzen werde ich im 2. Jahrgang in freieren Übungseinheiten anbieten. Die Arbeit dieses Jahres hat allerdings den Blick der Schüler auf die Mathematik verändert, auch meine Beziehung zum MU in dieser Klasse wandelte sich.

Ich erwartete, dass sich auch für die Schüler diese (Beziehung zum MU, zu mir, zu den Klassenkameraden…) erheblich verändert habe. Allerdings stellte sich heraus, dass die Schüler diese Fragen entweder nicht beantworteten oder nicht verstanden haben. Somit konnte ich darüber nicht wirklich eine Antwort finden.

**Josef:** Trotz Zeitdruck und fehlender Monochord-Spielphase habe ich den Eindruck, dass die Schüler vom Gesamtprojekt begeistert waren.

# 8 AUSBLICK

## 8.1 Zum Monochord

Leider ist die Umsetzung vieler Themen aus Zeitmangel nicht möglich gewesen.

- In einer 1. Klasse sitzt ein Schüler aus Indien, der uns mit dem Monochord die Musik oder den Klang seiner Heimat näher bringen könnte. Die notwendige Voraussetzung dafür wäre der Umgang mit Logarithmen.
- Auch andere, für uns fremde Tonleitern – wie türkische und persische – könnten umgesetzt werden und zum interkulturellen Austausch beitragen.[27]
- Im dritten Jahrgang besprechen wir in Mathematik technisch wichtige Kurven. Hier spielt die „spira mirabilis“ eine wichtige Rolle. Einerseits kann sie herangezogen werden, Saitenlänge unterschiedlich geteilter Oktaven wie z. Bsp. der gleichstufigen direkt abzulesen, andererseits beschreibt sie konstant anwachsende Wachstumsprozesse.
- Der Zeit- und Gerätemangel hat im Physikunterricht die Durchführung von Fourieranalyse und -synthese verhindert.
- Bei Interesse sind wir gerne bereit, Lehrer/innen-Fortbildungen zum Thema anzubieten.

## 8.2 Der Mathematikunterricht der Zukunft

Für uns ist es wichtig, dass der Mathematikunterricht dazu beiträgt, dass Schüler logisches, analytisches, zielgerichtetes, Strukturen erkennendes und beschreibendes Denken erlernen. Dies ist nur in einer vielfältigen Lernumgebung möglich. Moderne Entwicklungen – CAS, Taschenrechner – machen es möglich, langwierige und lästige Rechenarbeit abzugeben bzw. auszulagern und sich mehr dem Inhaltlichen zuzuwenden. Der Unterricht wird für schwächere Schüler leider viel anspruchsvoller. Hier versuchen wir anzusetzen. Materialien, die auf sinnlicher Ebene abstrakte Zusammenhänge erfahrbar machen, gewinnen zunehmend an Bedeutung. Auch einfache Knobelspiele, geometrische Materialien, das Verständnis und die genaue Beschreibung und Erklärung „alter automatisierter“ Rechentechniken gehören dazu. Der Unterricht wird dadurch auch für bessere Schüler spannender. Die Vorbereitung für den/die unterrichtende/n Lehrer/in wird allerdings zeitintensiver.

Dementsprechend wünschen wir uns einen Mathematiksaal mit einigen fixen Computerarbeitsplätzen, der Möglichkeit eines Beamers, Schränke und Schaukästen für Materialien und ordentlichen Zeichenmöglichkeiten (Tafel, Zirkel).

Die fächerübergreifende Zusammenarbeit Mathematik und Physik hat sich sehr positiv bewährt und wird hoffentlich in der Zukunft weitergeführt.

# 9 LITERATUR

1. Andrea Holl: „Mathematik zum Anfassen“, NWW Projekt 2004.

[27] siehe Impulse für das Interkulturelle Lernen. Tonleitern der Weltkulturen für Auge und Ohr. Berechnung und optische Darstellung von Tonleiterstrukturen, Heft 3, Essen 1995.

2. Dieter Kolk: „Zahl und Qualität". Abhandlungen zur Harmonik Hans Kaysers aus Schriften über Harmonik Nr. 19, Bern 1995
3. Impulse für das interkulturelle Lernen. Tonleitern der Weltkulturen für Auge und Ohr. Berechnung und optische Darstellung von Tonleiterstrukturen, Heft 3, Mathematik, MUED, Essen 1995
4. Inge von Wedemeyer: Pythagoras, Weisheitslehrer des Abendlandes, ISBN 3-88755-003-X, Param Verlag, Fulda 1997.
5. Jan van der Maas: „Das Monochord". Das Instrument des Harmonikers. Schriften über Harmonik Nr.9, Bern 1985
6. Kraker-Paill: Physik, Band 2 (Schwingungen, Wellenlehre und Akustik), Dorner GmbH, Wien 2001
7. Kreis der Freunde um Hans Kayser, Bern, Mitteilungen erscheinen halbjährlich – Jahrgänge 1990 – 2000
8. Ludwig Bergmann, Clemens Schaefer: Lehrbuch der Experimentalphysik. Mechanik, Akustik, Wärme, Bd.1, 10.Auflage, Berlin – New York 1990
9. Rudolf Stössel: „Kleine Einführung in die Pythagoräische Harmonik". Schriftenreihe der Freien pädagogischen Akademie, 2. Auflage, Bern 1984

Internetadressen:

10. http://www. musik.uni-osnabrueck.de/lehrende/enders/lehre/App_Musik_I/ stimmungssysteme

Empfohlene Zusatzliteratur:

1. Eduard Baltzer: Pythagoras, der Weise von Samos, ein Lebensbild, ISBN 3–923000-58-8, Reprographischer Nachdruck der Ausgabe Nordhausen 1868, 3. Auflage, Heilbronn 1991
2. Horst Stöcker (Hrsg.): Taschenbuch der Physik. Formeln, Tabellen, Übersichten. ISBN 3-8171-1721-3, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt am Main 2004
3. Rudolf Taschner: Das Unendliche. ISBN 3-540-59093-5, Springer Verlag, o.O. 1995
4. Julius Schwabe: Die Harmonik als schöpferische Synthese, Schriften über Harmonik Nr. 12, Bern 1985

# 10 ANHANG

## 10.1 Evaluationsunterlagen

### 10.1.1 Schülerbeobachtung Physik

Lehrer: Josef Huber

Klasse: HM2a

Schüler: 32

Stundenplan: 1. und 6. Stunde Physik

Kapitel: Stehende Wellen

#### 10.1.1.1 Beobachtung 1

Datum: Freitag, 11.3.2005

8.00 bis 8.30 Vorbereitung: Lehrer wiederholt Grundbegriffe wie Frequenz, Ausbreitungsgeschwindigkeit, Oberwellen, Längen- und Frequenzverhältnisse. Für die gleichstufige Stimmung leitet er die Frequenzverhältnisse von Halbtonschritten her.

Lehrer bestimmt Gruppensprecher und teilt Schüler ein, alle holen Arbeitsblätter heraus.

Gruppeneinteilungen:

1. Gruppe 1: Bestimmung der Dichte einer Gitarrensaite
2. Gruppe 2: Messung der Frequenz einer Gitarrensaite
3. Gruppe 3: Saitenteilungen nach vorgegebenen Verhältnissen 1:2 (Oktav), 2:3 (Quint), 3:4 (Quart) – Arbeitsblatt 2 am Monochord
4. Gruppe 4: Bearbeiten Arbeitsblätter 4 und 5 ohne Monochord

Beobachtungen:

Ein Schüler holt seine Schublehre zum Messen des Saitendurchmessers heraus, ein anderer hat seinen Laptop mit eigenem Frequenz-Mess-Programm mitgebracht.

8.35 Gruppenarbeiten beginnen; es wird laut

*Ich schränke die Beobachtung auf die Gruppe mit dem Monochord ein.*

Der Lehrer holt die Gruppe – 8 Schüler – zum Instrument. Alle stehen dicht gedrängt herum. Der Lehrer erklärt nochmals kurz den Arbeitsauftrag, dann sind sie allein.

*Die Beobachtung ist schwierig, da mir Schüler immer wieder den Weg verstellen.*

Ein Schüler nimmt den Schlägel und schlägt eine Saite nach der anderen an; 2 Schüler teilen Saitenlängen in den angegebenen Verhältnissen; andere denken und reden mit; 3 stehen herum.

Lehrer ermahnt, dass alle mitarbeiten sollen;

3 Schüler schreiben die Ergebnisse in ihre Arbeitsblätter; Ergebnis wird durch Unterschieben der Stege überprüft. Beim Anreißen der Saite wird ein Steg weggespickt. Das probieren andere auch gleich aus.

Sie teilen eine Saite 2:1, d.h. 80:40. Ein Schüler schlägt die Saite an, ein anderer reißt ihm den Schlägel aus der Hand. Diskutieren die Ergebnisse. Jetzt holen die letzten 3 ihre Arbeitsblätter und tragen die Ergebnisse ein.

Lehrer fragt nach Rechengang.

8.50 die fertigen Arbeitsblätter werden abgesammelt.

### 10.1.1.2 Beobachtung 2

Datum: Freitag, 18.3.2005

8.00 Der Lehrer teilt die Klasse diesmal in 5 Gruppen auf (vorher 4); jede Gruppe erhält einen neuen Auftrag, die Zusatzgruppe soll sich mit dem Arbeitsblatt 6 – Zusammenhang zwischen Länge und Frequenz einer Saite – beschäftigen.

Ich schränke wiederum meine Beobachtungen auf die Gruppe am Monochord ein.

8.20 Neun Schüler stehen um das Monochord herum. Ihre Arbeitsaufgabe ist es, die pythagoräische Tonleiter zu berechnen, auf der Kunststoffplatte die Abstände einzuzeichnen, die Stege auf die Markierungen zu setzen und sie richtig zu spielen.

Die eingeschobene Kunststoffplatte hat sich verzogen, schlägt Wellen und blockiert dadurch Saiten (Nach ca. 5 Minuten schiebt sie ein Schüler zurecht). Ein Schüler stimmt die Saiten mit dem Stimmschlüssel. Ein anderer nimmt die Stimmgabel, schlägt sie immer wieder an und hält sie an sein Ohr (5 min). Zwei holen den langen Steg und verkürzen gleich 4 Saiten, zwei weitere hören mit. Sie beugen sich tief über das Monochord (Im Hintergrund erklingen zwei Gitarren, in der Klasse herrscht aufgeregter Arbeitslärm). Ein Schüler setzt die Tonleiter nach Gehör und spielt nach einigen Fehlversuchen die Melodie: „Sweet Alabama“. Noch während er spielt, zupfen andere einfach an den Saiten. Einer legt die Stimmgabel quer über die schwingenden Saiten und beobachtet, wie sie auf und ab springt. Einer schimpft, nimmt sie weg und mahnt die anderen zur Ruhe.

Der Gruppenleiter holt den Taschenrechner und beginnt Saitenlängen nach den vorgegebenen Verhältnissen zu berechnen.

8.30 Er und ein zweiter Schüler besprechen die Berechnungen, notieren die Ergebnisse auf einem leeren Blatt. Sie beginnen die Stege am Monochord zu setzen, allerdings entgegen der Messskala, sie müssen deswegen dauernd umrechnen. Nach 3 Stegen ändern sie die Richtung und beginnen wieder von vorne. (Zwei andere Schüler finden ein Plektrum und zupfen damit die Saiten an. Überlegen, dass zwischen Plektrum und Saite eine Welle entsteht. In der Zwischenzeit spielen zwei andere mit der Stimmgabel.)

8.40 Überprüfen ihre Ergebnisse über das Gehör. Zwei Töne stimmen nicht. (Lehrer kommt und hilft, verlangt dass auch andere rechnen sollen, die zwei sollen den anderen die Rechenmethode weitergeben)

8.41 Drei weitere Gruppenmitglieder rechnen mit. Ein Schüler zupft eine Saite auf beiden Seiten des Steges. Ein Schüler singt mit. Die anderen ärgern sich über die Störungen bei ihren Berechnungen.

8.45 Alle holen das Arbeitsblatt. Keiner weiß, wie sie das ausfüllen sollen. Einer legt den Stift quer über die Saiten. Der Gruppenleiter fragt den Lehrer, der den anderen vorwirft, dass sie nicht mitarbeiten.

8.50 Lehrer bittet Klasse um Ruhe. Der Gruppenleiter spielt die errechnete Tonleiter vor. Lehrer wie Schüler sind mit dem Ergebnis nicht ganz zufrieden, nur vier von sieben Tönen stimmen.

### 10.1.1.3 Messprotokolle[28]

#### 10.1.1.3.1 TEAM I

**Aufgabenstellung:**

Bestimmung der Dichte einer Nylon-**Gitarrensaite**

**Beschreibung des Lösungsweges:**

- ✓ Messen des Gewichtes der Saite mithilfe einer sehr genauen Waage (SARTORIUS). Die Waage wurde für die Messung horizontal gestellt werden, da die sie auf ein Tausendstel genau misst.
- ✓ Weiters den Durchmesser mit einem Messschieber messen.
- ✓ Mit einen Maßband die Länge messen.
- ✓ Aus der Länge und der Fläche $[A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}]$ (aus Durchmesser [*siehe unten*]) das Volumen berechnen mit der Formel $V = A \cdot l$.
- ✓ Berechnung der Dichte aus der vorher gemessenen Masse und dem zuvor berechneten Volumen mit $\rho = \frac{m}{V}$.

**Messergebnisse:**

| | |
|---|---|
| Durchmesser: | 0,8 mm |
| Länge: | 1025 mm |
| Masse: | 0,595 g |

**Auswertung:**

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{0,8^2 \cdot \pi}{4}$$
$$A = 0,5mm^2$$

---

$$V = A \cdot l = 0,5mm^2 \cdot 1025mm$$
$$V = 512,5mm^3$$

---

[28] Die Messprotokolle wurden in der Formatierung der Schüler übernommen, die Schülernamen wurden entfernt.

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0,595g}{512,5mm^3}$$

$$\rho = 0,00116\frac{g}{mm^3} = 0,00116 \cdot \frac{10^{-3}}{10^{-9}}\frac{kg}{m^3} = 0,00116 \cdot 10^6\frac{kg}{m^3}$$

---

$$\rho = 1160\frac{kg}{m^3}$$

**Aufgabenstellung:**

Bestimmung der Dichte einer **Monochordsaite aus Stahl**

**Beschreibung des Lösungsweges:**

- ✓ Messen des Gewichtes der Saite mithilfe einer sehr genauen Waage (SARTORIS). Die Waage wurde für die Messung horizontal gestellt, da die sie auf ein Tausendstel genau misst.
- ✓ Aus dem Datenblatt der Saite den Durchmesser ablesen.
- ✓ Mit einen Maßband die Länge messen.
- ✓ Aus der Länge und der Fläche $[A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}]$ das Volumen berechnen mit der Formel $V = A \cdot l$.
- ✓ Berechnung der Dichte aus der vorher gemessenen Masse und dem zuvor berechneten Volumen mit $\rho = \frac{m}{V}$.

**Messergebnisse:**

| | |
|---|---|
| Durchmesser: | 0,25 mm |
| Länge: | 1305 mm |
| Masse: | 0,55 g |

**Auswertung:**

$$A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{0,25^2 \cdot \pi}{4}$$

$$A = 0,049mm^2$$

---

$$V = A \cdot l = 0,049mm^2 \cdot 1305mm$$

$$V = 64,059mm^3$$

---

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0,55g}{64,059mm^3}$$

$$\rho = 0,008586 \frac{g}{mm^3} = 0,008586 \cdot \frac{10^{-3}}{10^{-9}} \frac{kg}{m^3} = 0,008586 \cdot 10^6 \frac{kg}{m^3}$$

---

$$\rho = 8586 \frac{kg}{m^3}$$

#### 10.1.1.3.2 TEAM 2

## Aufgabenstellung:

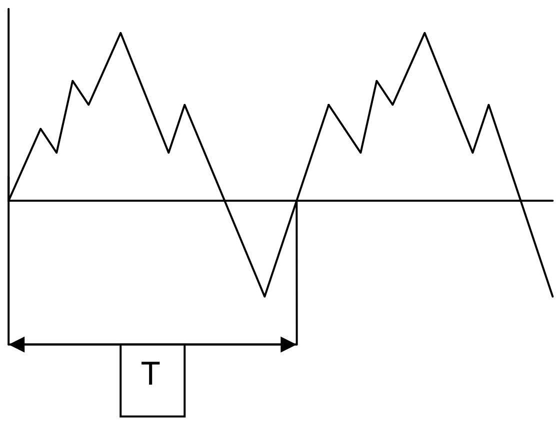
### Messung der Frequenz f einer Gitarrensaite:

#### Beschreibe den Lösungsweg.

***Frequenzmessung einer Gitarrensaite:***

- Taschenrechner Voyage 200 + Mikrophoninterface
  (Software: Datamate)
  Max. messbare Frequenz: 5000Hz
- Mikrophon in Resonanzkörper hineinhalten

***Aufgenommenes Plektrum:***



$$\Rightarrow \quad f = \frac{1}{T}$$

Messergebnisse:

$t_1 = 0{,}007s$

$t_2 = 0{,}00375s$

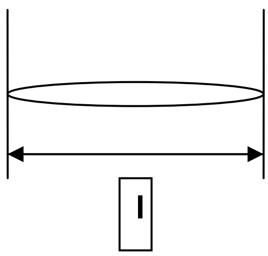
$T = t_1 - t_2 = 0{,}007s - 0{,}00375s = 0{,}00325s$

$\Rightarrow$ f= 1/0,00375= **307,7Hz**

**Bestimmung der Spannung σ und der Spannkraft F der Gitarrensaite:**

$$c = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} = \sqrt{\frac{F}{A * \rho}} = f * \lambda$$

Bestimmung der Wellenlänge:




l=1,025m

$\Rightarrow$ $\lambda = 2 * l = 2{,}05$ m

Dichte der Nylonsaite wurde von Team 1 übernommen:

$\rho$=1160kg/m³

## Bestimmung der Spannung $\sigma$:

Obige Formel auf $\sigma$ umformen:

$$\sigma = \lambda^2 * f^2 * \rho$$

$\sigma$=(2,05m)²*(307,7Hz)²*1160kg/m³

**$\sigma$=4,61*10^8 N/m² =4,61*10^2 N/mm²**

## Bestimmung der Spannkraft F der Gitarrensaite (Nylonsaite):

Durchmesser von Team1 übernommen.

Querschnittsfläche der Saite:

A=0,5mm²=0,0000005m²

F wird aus der Formel $\sigma$=F/A berechnet

F=A*$\sigma$

F=0,0000005m²*4,61*10^8N/m²

**F=230,7N**

### 10.1.1.3.3 TEAM 3

## 1.) Gleichschwebende temperierte Tonleiter

## Berechnung der Frequenzverhältnisse:

Eine Oktav entspricht zwölf gleichen Halbtonschritten (HTS):

$$2 = \frac{f_{c'}}{f_c} = \frac{f_{c'}}{f_h} * \frac{f_h}{f_b} * \frac{f_b}{f_a} ........ * \frac{f_{cis}}{f_c} = HTS * HTS * HTS .... = HTS^{12}$$

Daraus folgt:

$$HTS = \sqrt[12]{2} = 1{,}059$$

Nun können die Verhältnisse berechnet werden: (siehe Arbeitsblatt 5)

$$\frac{f_e}{f_c} = \frac{f_e}{f_{dis}} * \frac{f_{dis}}{f_d} * \frac{f_d}{f_{cis}} * \frac{f_{cis}}{f_c} = 1{,}059^4 = 1{,}259$$

## 2.)Wie hängt die Frequenz von der Saitenlänge ab

Aufstellen der Funktion (Frequenz(Seitenlänge))

(siehe Arbeitsblatt 5)

Verkürzt man die Saite auf die Hälfte, so verdoppelt sich die Frequenz.
Verkürzt man die Saite auf ein Viertel, so verdoppelt sich die Frequenz.
Messprotokoll siehe (Abbildung) Arbeitsblatt 6

Daraus folgt:

$$c = \lambda * f = 2 * l * f \qquad \rightarrow f = \frac{c}{2 * l} \propto \frac{1}{l}$$

### 10.1.1.3.4 TEAM 4

## Pythagoräische Tonleiter am Monochord

**Arbeitsauftrag:**

1.) Errechnen der Saitenlängen für die Obertonfrequenzen der pythagoräischen Tonleiter.

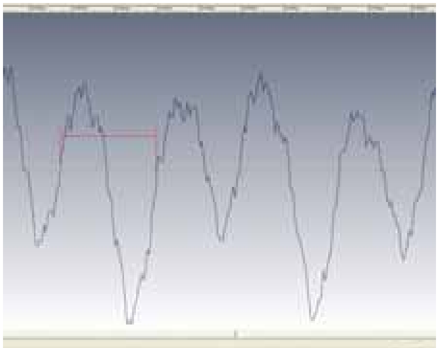
2.) Monochord stimmen und die errechneten Längen aufbauen.

**Arbeitsprotokoll:**

1.) Bestimmen der Saitenlänge.

Länge zwischen den Bünden:
L=120cm

2.) Bestimmung der Frequenz des Grundtones des Monochords mit Wavelab:



Dauer einer Schwingung:
2,23ms

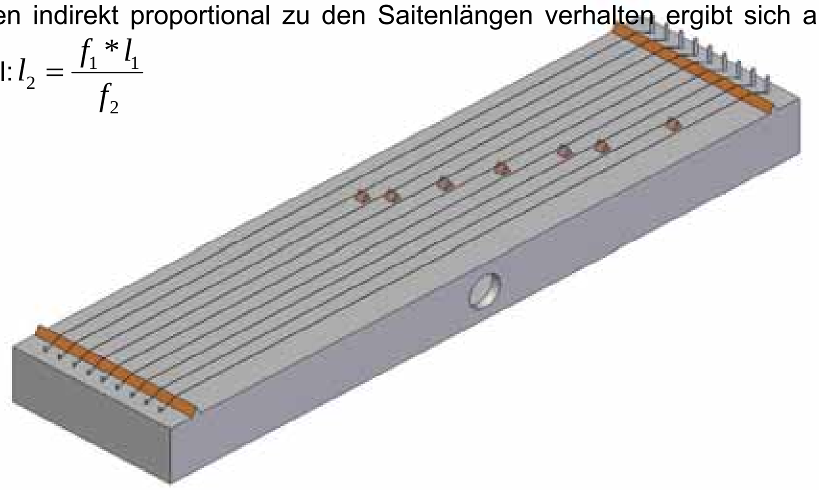
nach der Formel $f = \frac{1}{T}$ folgt f=448Hz.

3.) Errechnen der Frequenzen:

$f_c:f_d$=8:9
$f_d$=504Hz
$f_d:f_e$=8:9
$f_e$=567Hz
$f_e:f_c$=3:4
$f_e$=597.3Hz
$f_e:f_g$=8:9
$f_g$=672Hz
$f_g:f_a$=8:9
$f_a$=756Hz
$f_a:f_h$=8:9
$f_h$=850Hz
$f_c:f_{c'}$=1:2
$f_{c'}$=896Hz

4.) Errechnen der Saitenlängen

da sich die die Frequenzen indirekt proportional zu den Saitenlängen verhalten ergibt sich aus der Formel $\frac{f_1}{f_2} = \frac{l_2}{l_1}$ die Formel: $l_2 = \frac{f_1 * l_1}{f_2}$



$l_c$=120cm

$l_d$=106.6cm

$l_e$=94.8cm

$l_f$=90cm

$l_g$=80cm

$l_a$=71.1cm

$l_h$=63.2cm

$l_{c'}$=60cm

5.) Aufstellen der Stege

6.)Hörprobe pythagoreische Tonleiter

### 10.1.2 Beobachtung Mathematik in der HM1b[29]

**Planung:**

Für den Unterricht in der ungeteilten Klasse hatte ich Arbeitsblätter zu Mittelwerten vorbereitet. Vorgesehen war, dass die Schüler in Vierergruppen diese bearbeiten und anschließend in einer Art Expertenkonferenz (jeweils 4 Schüler aus den vier Gruppen) ihre Erkenntnisse austauschen.

Die zweite Stunde wollte ich mit Hilfe der Arbeitsblätter meiner Kollegin gestalten.

**Beschreibung des Projektablaufes**

Zuerst habe ich das Instrument vorgestellt – innerhalb der üblichen Mathestunden, vor der ganzen Klasse. Dabei wurde deutlich,

- wer sich für Musik interessiert
- wer sich auskennt
- wer sich näher befassen will
- wem das Thema nicht liegt
- dass es in der Klasse zu laut ist für das empfindliche Instrument

[29] Wo ich die männliche Form verwende, handelt es sich um rein maskuline Gruppen

geänderte Organisationsform:

- Die halbe Klasse jeweils zwei Randstunden lang (Mi, 5. + 6.)
- Ein Monochord
- Einlageblätter mit Maßband ins Monochord aus Kunststoff, um leichter Längen ausmessen zu können
- Allgemeine Arbeitsblätter Monochord
- Arbeitsblätter Mittelwert

### 10.1.2.1 erste Doppelstunde (Tagebuch)

- zu Beginn herrscht rege Betriebsamkeit – viele bearbeiten das Blatt: „Besondere Tonintervalle“ und rechnen die Längen aus
- einige Schüler probieren eifrig am Instrument
- es gibt Probleme mit der Stimmung des Instruments – manche Schüler drehen daran herum, bis gar nichts mehr stimmt
- die Musikalischen hingegen okkupieren das Gerät sofort
- das Instrument ist zu leise
- der Lärmpegel zu hoch
- am Ende des langen Vormittags sind viele schon sehr müde

### 10.1.2.2 zweite Doppelstunde

- **Arbeitsblätter Mittelwerte:** diese kommen allerdings leider bei den meisten Schülern überhaupt nicht an, deshalb habe ich für musikalisch interessierte
- **Arbeitsblätter zu den Tonleitern und den Obertönen angeboten**…einige haben sich ihnen eifrig gewidmet, für die restlichen suchte ich
- **Geometrie-Arbeitsmaterial** wie Tangram, zu lösende Knoten aus meinem Fundus. Damit haben sich viele sehr intensiv beschäftigt.

### 10.1.2.3 Wie wurde das Projekt erlebt? Verändert das Monochord Beziehungen?

Methode: Schülerbefragung (Kleingruppenbefragung, Mitschrift Lehrerin)

- Wie wurde das Projekt erlebt
    i. Mehr Spielerei als Mathe – ausprobieren. Ich habe den Zusammenhang zwischen Mathe und Musik nicht verstanden, die Aufgaben waren nicht so schlecht
    ii. Ganz interessant, nicht ganz verstanden, die Ergebnisse eher geschätzt
    iii. Toll, mit Musik ist es etwas anderes – Rechnen mit Intervallen hat mir gut gefallen
    iv. Es war relativ komisch – ich bin nicht sehr musikalisch
    v. Das Stimmen war ziemlich schwierig, … sonst ….
    vi. Es war ziemlich laut und eher uninteressant
- Der Schüler zueinander

Diese Frage wurde nicht wirklich gut verstanden, ich fragte nach der Veränderung im Klassengefüge und in den Begabungen der Einzelnen und sie gingen auf die Lautstärke in Übungsphasen im MU ein.

- Der Schüler zur Lehrerin
    i. Es gibt noch nicht viel Beziehung, wir kennen uns noch nicht lange
    ii. Das jetzt war zu kurz
    iii. Keine Stellungnahme
    iv. Im Projekt waren wir weniger Schüler, ruhiger …
    v. Es hat sich etwas geändert
    vi. Die Schüler kennen die Lehrerin besser – im positiven Sinn

- Der Schüler zum Fach
    i. Es war nur Musik
    ii. Bin noch unmusikalischer als vorher, habe alle Rechnungen gemacht
    iii. Keine Änderung
    iv. Es hat mehr mit Mathe zu tun
    v. Jetzt sehe ich es lockerer … Mathematik ist auch etwas anders … auch die Arbeit mit dem Buch „Der Zahlenteufel“ von H. M. Enzensberger hat mein Verhältnis zur Mathematik verändert und mir gut getan … besonders fasziniert mich, dass das alles zusammenhängt.
    vi. Keine Änderung

- Der Schüler zu sich selbst (mathematische Begabung ist nicht alles, positiv und negativ gesehen)
    i. Nichts wirklich geändert
    ii. 2 tolle und lustige Stunden
    iii. Habe so wenig Selbstwert in Mathe
    iv. Habe ein bronzenes Leistungsabzeichen in Musik (Ziehorgel)
    v. Habe mathematisch guten Selbstwert – keine Änderung
    vi. keine Änderung

### 10.1.3 Schülerinterview zum Projektunterricht

#### 10.1.3.1 Fragestellung

Ermöglicht das Monochord einen neuen sinnlichen Zugang zu mathematischen und physikalischen Aufgaben?

Frage 1: Trauen sich Schüler die Bewältigung der Projektaufgaben eher zu?

Frage 2. Entlasten Spielen und Hören reine Kopfarbeit?

Frage 3: Werden mathematische Inhalte durch akustische und visuelle Umsetzung am Monochord für den Schüler be-„greifbar“ (Bsp.: Arbeitsblatt 4, Ausfüllen des Diagramms)

Frage 4: Da die Ergebnisse über das Hören überprüft werden, ist dazu musikal. Begabung oder musikalisches Wissen erforderlich?

Frage 5: Wird die Kreativität gefördert?

Frage 6: Wie ist der Umgang mit der Wirklichkeit (reelle Schwierigkeiten statt theoretischen Problemstellungen) – Stimmen des Instrumentes, Genauigkeit im Arbeiten (Obertöne erklingen nur bei exakten Saitenteilungen) für die Schüler?

### 10.1.3.1.1 Schülerinterview 1

Interviewerin: Mich interessiert, wie Dir das Projekt gefallen hat und mit wem du zusammengearbeitet hast.

R: Gemeinsam mit dem D. – es war relativ lässig, dieses Programm, das Projekt. Es hängt auch relativ viel zusammen, also i hab mir nit denkt, dass so viel mit dem zsamhängt – zum Beispiel die Lieder, von den Liedern die Noten, die Namen der Noten, die Terz z. B.… da hat man sich des alles selber ausrechnen können – das war ganz lässig.

1:40 Frage 1:

I han mir vorgstellt, des war nit so schwar, des Projekt, aber zum Schluss aussi di ganze Rechnerei und des wieder verstehen – also, wir haben des Öfteren auch die Frau Professor gefragt, aber wenn mans kapiert hat, dann ist es gut gegangen…

1:59 Interviewerin: Und hat des geholfen, dass du des spielen und hören hast können, war das dann anders als nur rechnen und denken?

2:08 R: Ja, zum Beispiel da zum Schluss hat ma was Spielen müssen, es war mit Spaß verbunden und es hat sich gut angehört, man hat länger probieren können – es war nit lei rechnen.

2:22 I: Und magst du lieber länger probieren, wenn's Spaß macht, oder ….

2:30 R: Es isch wia a Herausforderung, also bis mans bewältigt, also, dass man halt länger probieren muas.

2:40 I: I lies dir jetzt an Satz vor und du sagst, ob und wie du ihn verstehst – Frage 3

Gesprächspause bis 3:08 – Vorschlag von MP den Satz noch einmal vorzulesen, „also“

R: Dass man manche Sachen in Mathe oder Physik, für den Schüler durch Übungen, dass sie des kapieren, zum Beispiel, da a Übung des mit dem Ausrechnen, wie man den nächsten Schritt, zum Beispiel Sext – Septime, wie i des ausrechnen kann! (3:40)

oder so, zum Beispiel des.

I: gut – das heißt, Ergebnisse kann man durch das Hören überprüfen. (3:51)

wir möchten gerne wissen, ob dazu eine besondere musikalische Begabung – deiner Meinung nach – notwenig ist.

(4: 02): R: Na, eigentlich nit, weil der D., der spielt jetzt ka Instrument – er hat des genau gleich guat ghört wia i – also, mir haben ins alli abgwechselt pro Übung und denn haben mia des gegenseitig halt no überprüft – i han dia Hörübung gmacht, dann hat er dia gmacht und denn haben mia des überprüft und mia sein fast allig aufs gleiche aussikeamen – also, i find nit, dass da a groaßer Unterschied isch, wenn man iatz a Instument spielt oder nit (4: 32)

I: Hat des sich ausgwirkt auf eure Kreativität? (4:40) des ganze Projekt, also auf euren Spaß, auf eure Erfindungsmöglichkeiten?

(4:47) R: Jaaa – bei der Übung wieder, wo man des spielen hat miassen, da haben mia danach a eigenes probiert – also was ins halt in Kopf keamen isch, Europahymne oder so eppas haben ma oanfach probiert – des hat einfach spaß gmacht. (5:05)

Frage laut Zettel …

(5:30) Jaaa……… (5:40) es isch halt viel schwieriger als wia i mias dacht hatt. – also …. es isch …. bei Ausrechne zum Beispiel ….jeden Schritt, also …. um 9/8 oder 1/3 … kleine Terz, große Terz, …da jeden Schritt haben wir beachten müssen ….wia man so weiter geaht und so, weil, wenn mans einmal vergessen hat oder so und hats schon wieder nit richtig eingeteilt, (6:20) mit die Klötze am Monochord hat mas zeigen miaßen und wenn ma den 9/8 Schritt vergessen hat, dann hats wieder nit gstimmt, dann hats schon wiader den Ton verstellt. – des hat ma halt beachten miaßen (6:38)

### 10.1.3.1.2 Schülerinterview 2

Interviewerin: Wie war denn dieses Projekt für di persönlich?

B: Sehr interessant und lässig (0.27), mir hat vor allem des Herumprobieren am Monochord selber, weil des ja a tolles Musikinstrument eigentlich ist. Man kann verschiedene Melodien, verschiedene Spielvarianten… gibt’s halt….des is halt total spannend gwesen, weil des halt einfach a super Projekt war. (0.47)

I: Hasch du sonst a mit Musik zu tun?

B: Ja privat spiel i E-Gitarre, hab i so vor an Monat angfangen (0.55) und wahrscheinlich hat mi des Monochord dazu gebracht, weil mir des einfach gfallen hat (1.02), wia der Klang so isch, des hat ja a gewisse Ähnlichkeit mit der Gitarre….mit Saiten….des isch halt einfach lässig (1.11) Jetzt nimm i Gitarre-Unterricht – isch ganz lässig – ja (1.16)

I: Frage 1

B: Ja – im großen und ganzen ja(1.30)…….Ja, des kann i ma guat vorstellen (1.38), dass i no einmal so a Projekt mach, in der Art halt (1.43)

I: Frage 2

B: Teilweise, man muss sich schon ausrechnen, wo und wia a Ton klingt (2.02); wir haben z. Bsp. uns auch durch Rechnungen ein Lied erarbeitet und dieses Lied ist a relativ guat gangen, wenn man sich's richtig ausrechnet, des isch wichtig (2:13) und wenn ma falsch rechnet, was auch passiert isch, teilweise, dann klingt des einfach nit, dann wird des einfach koa vernünftige Melodie (2.23)

I: Frage 3

B: Ja…………..physikalisch eher weniger, aber musikalisch isch leicht möglich, weil bei der Gitarre isch es ja ähnlich, da muss man ja a die richtigen Saiten und Bünde greifen…..wenn man da falsch greift………..da muss ma a denken am wievielten Bund ma greift und man muss eben des Ganze unterteilen und man muss a denken, wo man die Bundstäbelen hin tut, damit es gscheit wird (3.10)…. dass es passt halt.

I Frage 4

B: Ja… mehr oder weniger….. in welcher Geschwindigkeit man die einzelnen Saiten anschlagt……… des isch scho wichtig in welchem Takt des jetzt passiert (3.48) …. Ja am Spielen selber, man muss sich halt merken in welcher Reihenfolge man die einzelnen Saiten anzupft (3.58). Ja, des isch nit so a Problem, des isch nit so schwa gwesen (4.01)

I: Hat des Projekt deine Kreativität gefördert?

B: Ja, wia schon gsagt, i hab jetzt Gitarre spielen angfangen (4.12), eben a wahrscheinlich aus diesem Grund, weil ma des eben gfallen hat und jetzt bin i halt begeisterter Gitarrenspielen, i tuas jetzt schon total gern, scho a paar Liadln, einfache halt no, i mecht sicher besser werden und des Monochord hat ma halt zeigt, wie lässig des isch.

I: War der Umgang mit der Wirklichkeit, den Steg genau an die richtige Stelle zu setzen. War des eher abschreckend oder inspirierend, des Stimmen, die Genauigkeit usw…?

B.: Des hat mi eher begeistert (4:54), des hat mi eher inspiriert, eher inspiriert, ja…(4:58)

### 10.1.3.1.3 Schülerinterview 3

Die erste Aufnahme hat nicht geklappt – ich hatte versehentlich play statt record gedrückt

Interviewerin: Kannst du vielleicht noch einmal erzählen, wie dir das Projekt gefallen hat.

S: Ja, also mir hat es sehr gut gefallen – weil, durch das Projekt hat man sich die Note verbessern können, des war schon amol a großer Vorteil, darum han i des gmacht – und dann hat ma no die Noten glernt (0:30)

I: Gut, hat des Projekt dazu beigetragen, dass du dir a komplizierteres Projekt leichter vorstellen kannst, dass du das bewältigst.

S: Ja, weil durch die Gruppe ähm, ist des Projekt leichter worden – drum wars a nit so schwar und drum kann i mir vorstellen, dass i a komplizierteres a machen kannt (0:50) In der Gruppe waren wir vier.

I: Hat des Spielen und Hören die reine Kopfarbeit entlastet?

S: Ja, hat's – es war nit so anstrengend, weil ma mit dem Monochord a überprüfen hat können, ob ma richtig grechnet hat, …. ja (1:13)

I: Guat, sind durch des Monochord die mathematischen und physikalischen Inhalte begreifbarer für di geworden

S: Ja, Bruchrechnen sicher, weil … ja … da hat ma … i waoß nit, des war besser zu üben so mitn Monochord, als wenn ma so in der Schual Brüche rechnet … ja (1:40)

I: Guat, des hoaßt, du hasch können die .... deine Ergebnisse mit dem Monochord überprüfen. Und war dazu a besondere musikalische Begabung oder a Vorwissen erforderlich?

S: Na, eigentlich nit, weil es war oaner in der Gruppe, der hat sich guat ausgekannt, des war a Hilfe, aber i glab ohne ihn hättn mir des a gschafft. (2:01)

I: Hat des deine Kreativität gfördert, des Projekt?

S: (2:08) Ja – ja sicher – weil … ähm …ha .. ja (2:18) i woaß a nit wia genau ….

I (2:26) und des, dass du iatzt mit der Wirklichkeit hast umgehn miassen, also mit aner wirklichen Schwingung, statt mit an theoretischen Gebilde - hat des dazu beigetragen, dass du iatzt genauer arbeitest, oder …

S: Ja, hat schon dazu beigetragen, weil … ähm, des war viel einfacher mitn Monochord … weil, ohne Monochord, also nur so zum Rechnen, des war nit so … ja (2:58)

I: Spielst du selber a Instrument eigentlich?

S: Na, i hab gspielt amol, ähm … Flöte, fünf Joahr, ja,… hm .. ja, hat mir schon gholfen, aber i hab des meiste eh schon vergessn ghabt, weil des ist schon länger her ..

I: Dankeschön …

## 10.2 Arbeitsblätter zum Monochord

### 10.2.1 Einführung ins Monochord

Das Monochord ist eines der ältesten wissenschaftlichen Versuchsinstrumente der Menschheit. Sein Name kommt vom Griechischen. „Monos“ bedeutet *einer* und „Chorde“ die *Saite*, es handelt sich also um einen „Ein-Saiter“. Dieser Titel ist zwar nicht ganz korrekt, es müsste auf Grund der vielen Saiten besser Polychord, also Vielsaiter heißen. Da alle 10 Saiten aber dieselbe Länge und Stimmung auf denselben Grundton haben, behält man aus diesen Gründen den Namen bei.

Die Tonhöhe der einzelnen Saiten kann man durch bewegliche Stege verändern. Dadurch kann nicht mehr die ganze Saite, sondern nur mehr ein Teil schwingen – der Ton wird höher. Besondere Saitenlängenverhältnisse werden in der Musik bevorzugt. Ist z. Bsp. das Verhältnis der längeren Saite zur kürzeren 2:1, so spricht man von einer Oktav.

Vorübungen zum Hören:

1) Eine Saite stark anschlagen, alle übrigen dämpfen – Sie schwingt sichtbar. Bei ausklingendem Ton nimmt die Sichtbarkeit der Schwingung ab.
2) Alle Saiten frei, eine Saite stark anschlagen – die nicht angeschlagenen Saiten (sofern sie nicht verstimmt sind) schwingen mit.
3) Die Schwingungen der Saiten können auch ertastet werden.
4) Bleiben Saiten „liegen“, so sind sie verstimmt – vorsichtig mit dem Stimmschlüssel die Saiten neu spannen (Eine gerissene Saite kostet euch 2 €!)

Aufgaben:

| Saitenlängen auf dem Monochord in cm | | Saitenlängenverhältnis | |
|---|---|---|---|
| Tiefer Ton | Hoher Ton | Tiefer Ton | Hoher Ton |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

1) Halbiere eine Saite mit dem Ohr, auf beiden Seiten des Steges erklingt der gleiche Ton. Vergleiche den neu gefundenen Ton mit der Grundstimmung. Man hört die Oktav zum Grundton. Zeichne dir den Ton an, überprüfe am Maßband und trage deine Ergebnisse in die Tabelle ein!

2) Diese Saite halbiert ergibt wiederum eine Oktav – wieder anzeichnen, messen und eintragen!

3) Überprüfe diese Gesetzmäßigkeit mit beliebig anderen Tönen, in dem du mehrere Saiten durch den langen Steg auf einen gleichen Grundton verkürzt – anzeichnen, messen, eintragen!

### 10.2.2 Besondere Tonintervalle

Der berühmte Mathematiker Pythagoras und seine Schüler (6. Jahrhundert vor Christus) waren die ersten, die Versuche mit dem Monochord durchführten. Sie fanden heraus, dass zwei Töne auf besondere Art zusammenklingen, wenn die Saitenlängen in Verhältnissen von kleinen ganzen Zahlen zueinander standen.

Im Lauf der Musikgeschichte haben sich für diese besonderen Tonpaare, die als Intervalle bezeichnet werden, spezielle Namen eingebürgert.

Aufgaben:

| Saitenlängenverhältnis | Intervallbezeichnung | Saitenlängenbeispiele | | Bemerkungen |
|---|---|---|---|---|
| 1:1 | Prim | mm | mm | |
| | | mm | mm | |
| 2:1 | Oktav | mm | mm | |
| | | mm | mm | |
| 3:2 | Quint | mm | mm | |
| | | mm | mm | |
| 4:3 | Quart | mm | mm | |
| | | mm | mm | |

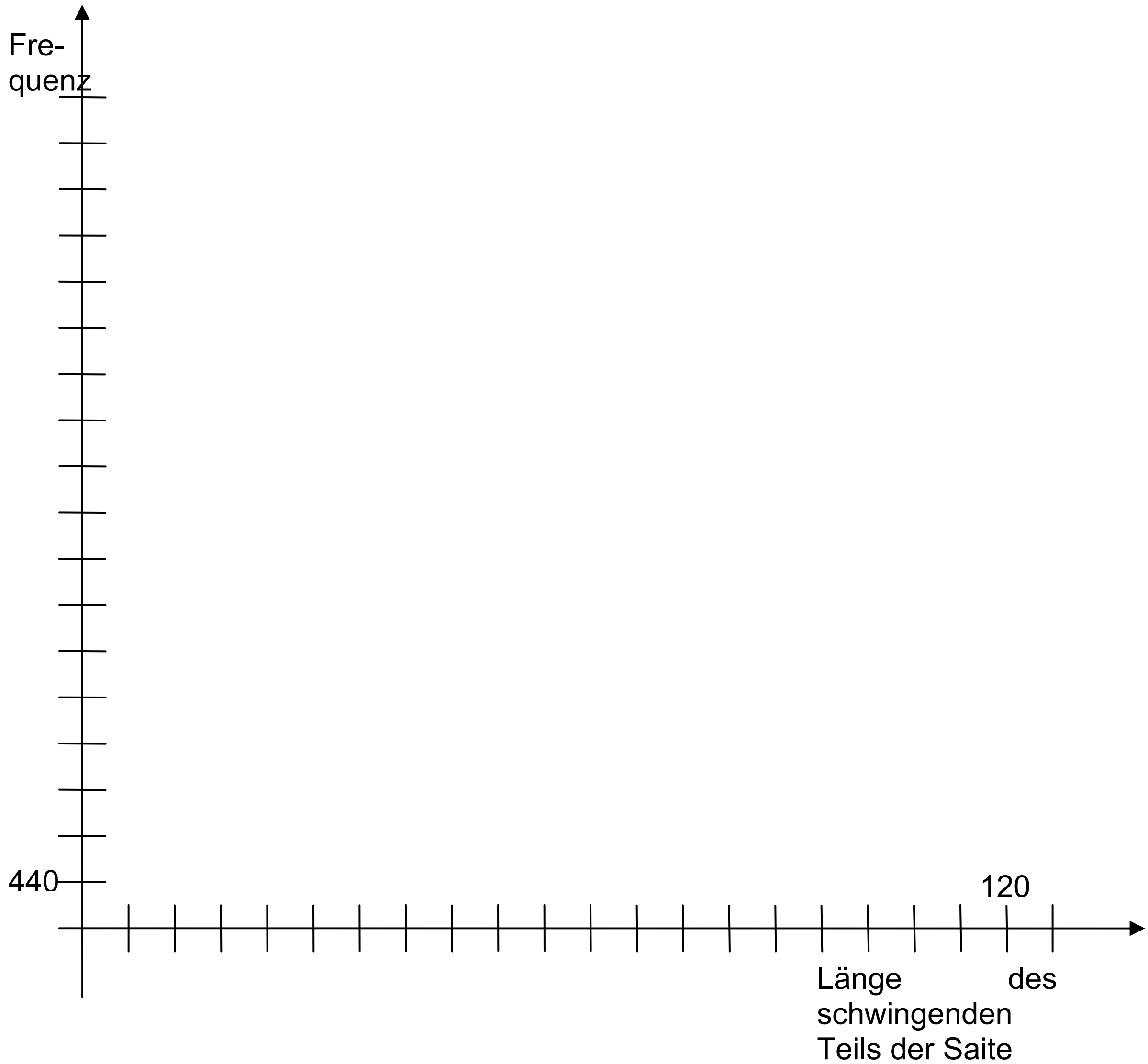
1) Gib zu jedem Intervall zwei Saitenlängenbeispiele in mm an.
2) Notiere dir in der Spalte unter „Bemerkungen“ kleine Gedächtnisstützen zu den verschiedenen Intervallen.

### 10.2.3 Aufstellen einer Funktion I

Frequenz: Die Schwingungen einer Saite pro Sekunde werden nach dem deutschen Physiker Heinrich Hertz mit „Hertz“ bezeichnet. Dein Monochord ist auf den Grundton „A“ gestimmt, der eine Frequenz von 440 Hertz hat. Die Saite schwingt also 440 mal in der Sekunde.

Die Frequenzen der Obertöne verhalten sich umgekehrt proportional zu den Saitenteilungen, d.h. wenn du eine Saite halbierst und zum Schwingen bringst, kann sie in der doppelten Frequenz schwingen. Schlägst du ein Drittel der Saite an, dann schwingt sie in der dreifachen Frequenz und so weiter.

Aufgabe:




Zeichne den Funktionsgraphen und stelle den Funktionsterm auf:……………………

### 10.2.4 Obertöne

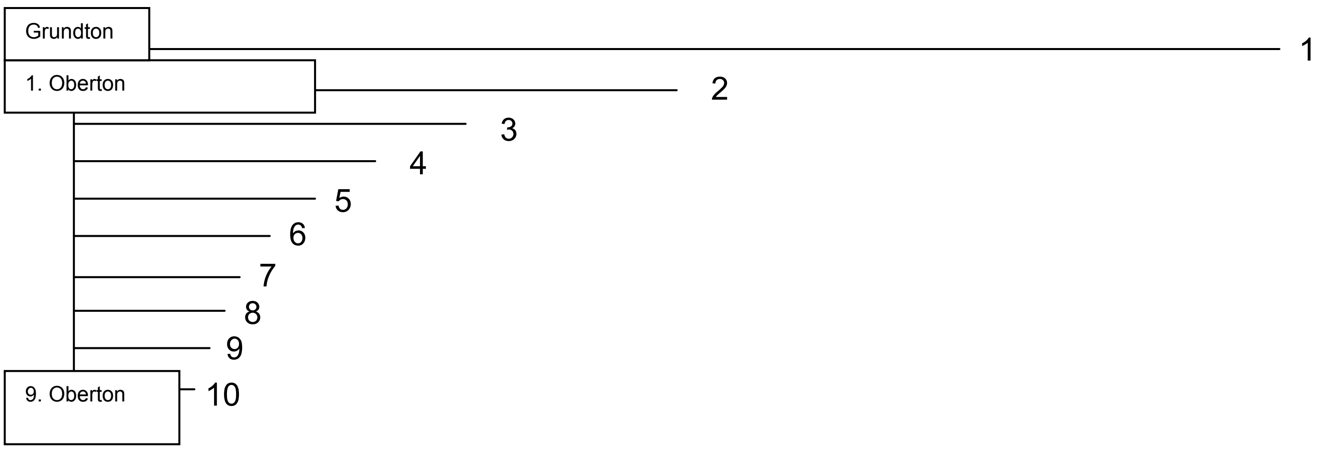
Zupft man eine Saite eines Saiteninstruments an und bringt diese zum Klingen, so nimmt man zusammen mit dem Grundton, der am lautesten erklingt, eventuell auch noch eine Reihe von Obertönen wahr. Der 1. Oberton schwingt doppelt so schnell wie die Grundsaite (doppelte Frequenz), der zweite dreimal so schnell (dreifache Frequenz) usw.

Wenn du sie nicht hörst, mach dir nichts draus! Die meisten Menschen können diese Obertöne nur als „Klangfarbe“ eines Tons wahrnehmen. Eine reine Schwingung ohne diese Obertöne würde „steril“ klingen. Erst die Summe der Töne, Grundton und Obertöne zusammen, bilden den Klangcharakter eines Tones.

Aufgaben:

1) Da sich Frequenz und Saitenteilung umgekehrt proportional verhalten, kannst du die Obertonreihe am Monochord selbst aufbauen. Die halbe Saitenlänge hat die doppelte Frequenz, ein drittel die dreifache Frequenz.

Die Obertonreihe




2) Zeichne dir verschiedene ganzzahlige Saitenverhältnis entlang **einer** ungeteilten Saite ein, wie 2:1, 3:1, 4:1, 5:1 usw. Schlage die Saite kräftig an und berühre sie kurz an diesen Stellen. Es müssten die so genannten Obertöne hörbar werden. Die Saite mit der gleichen Teilung schwingt jetzt mit und wird den Oberton besser hörbar machen.

3) Probiere das ganze auch umgekehrt. Schlag die Saite an und berühre sie kurz an verschiedenen Stellen. Wo hörst du Obertöne? Zeichne dir die Stellen an und miss nach. In welchem Verhältnis war die Saite geteilt?

Info:

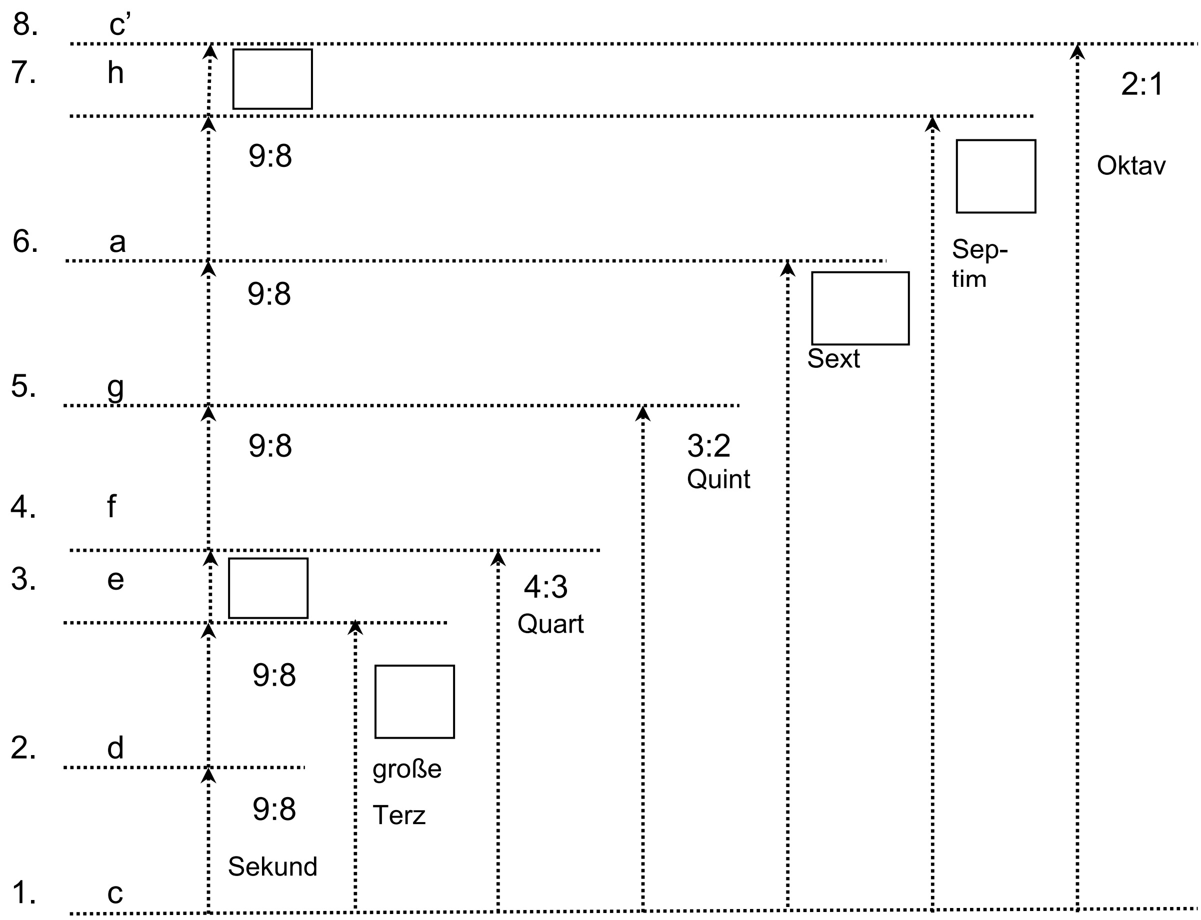
Es kann durchaus der Fall sein, dass einzelne Teiltöne eines Musikinstruments sehr herausragen oder fast gar keine Intensität besitzen. Ein typisches Beispiel ist die Klarinette. Ihren spezifischen gedeckten Klang erhält sie dadurch, dass in den tiefen Lagen der 1. und der 3. Oberton fehlen.

### 10.2.5 Pythagoräische Tonleiter

Damit Musiker in einer Band miteinander spielen können, muss die Stimmung ihrer Instrumente übereinstimmen. Ein Instrument – meistens das Klavier – gibt dabei den Ton „A“ an. Ein chaotisches Durcheinander von gezupften Saiten und geblasenen Tonfolgen setzt darauf hin ein und zeigt dass das Konzert bald beginnt.

In der Musik haben sich verschiedene Stimmungssysteme entwickelt. Einer der wichtigsten und ältesten ist die pythagoräische Stimmung. Sie beruht auf den Saiten-Verhältnissen 2:1 (Oktav), 3:2 (Quint), 4:3 (Quart) und 9:8 (Ganzton), die nach Pythagoras dem Musikempfinden und dem Harmonieempfinden des Menschen ganz entspricht.

Aufgaben:




1) Ergänze die fehlenden Saitenteilungsverhältnisse im Diagramm
2) Berechne besondere Tonintervalle:

| | | |
|---|---|---|
| von 4. nach 8. | $\frac{4}{3} \cdot x = \frac{2}{1}$ $\quad x = \frac{3}{2}$ | Quint |
| von 5. nach 8. | | |
| von 4. nach 6. | | |

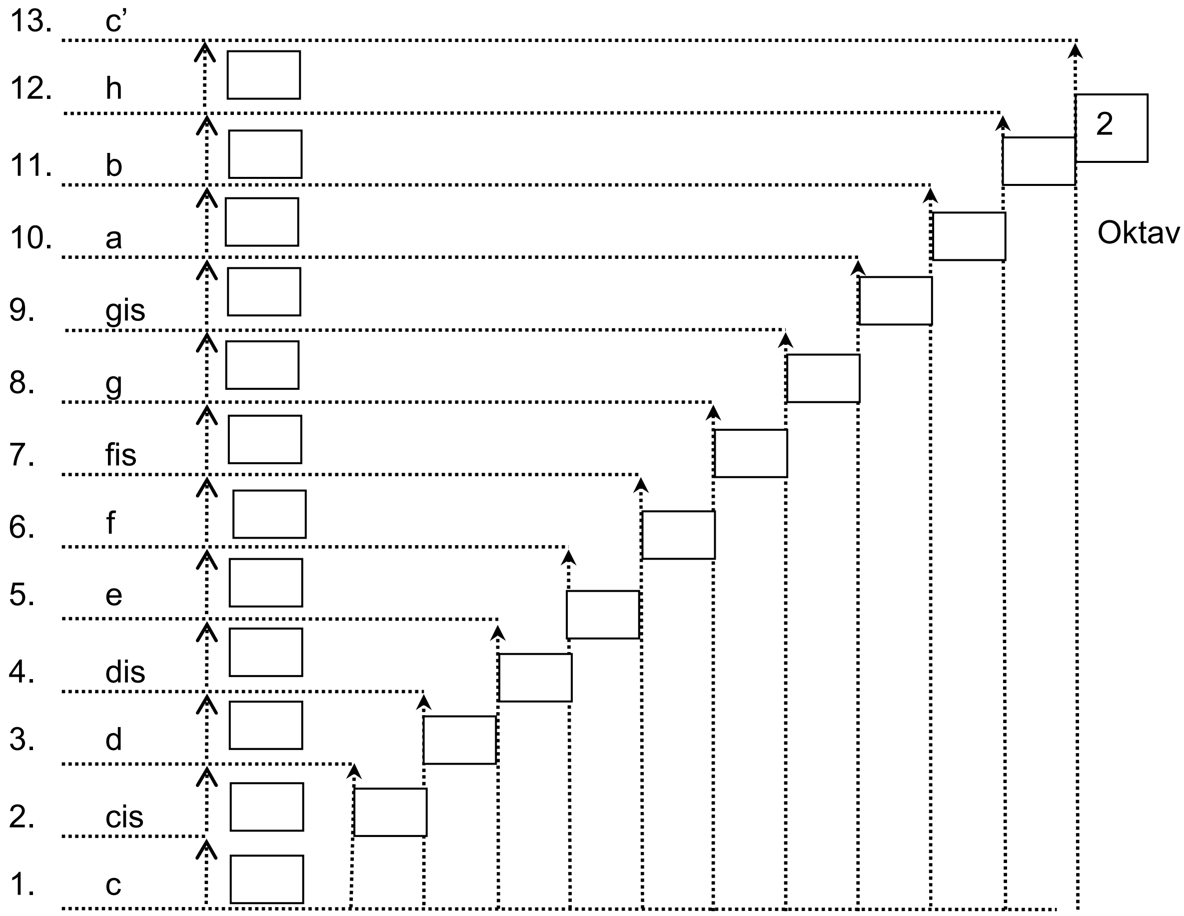
3) Spiele am Monochord die 8 Ganztöne einer Oktav c,d,e,f,g,a,h,c’ in pythagoräischer Stimmung nach.

### 10.2.6 Gleichschwebend temperierte Tonleiter

Die reinen Intervalle 2/1 für die Oktav, 3/2 für die Quint (siehe Übungsblatt Pythagoräische Tonleiter) dienten seit Pythagoras als Basis für den mathematisch fundierten Aufbau von Tonsystemen. In der ursprünglich einstimmigen Musik funktionierte dieser Aufbau auch recht gut, aber mit der zunehmenden Komplexität der Musik ergaben sich Schwierigkeiten.

Im 19. Jhd. wurde dann die heutige Grundlage der Stimmung aller Instrumente eingeführt – die gleichschwebend (gleichstufig) temperierte Stimmung. Dabei wird die Oktav wiederum auf das Saitenverhältnis 2:1 festgelegt und in 12 Halbtonschritten unterteilt. Jeder Halbtonschritt, d.h. jedes Saitenteilungsverhältnis soll nun gleich groß sein.

Aufgabe:




Ergänze die fehlenden Saitenteilungsverhältnisse! Verwende dabei eine Kurzschreibweise, die du an der Oktav erkennen kannst – statt 2:1 nur mehr 2!

### 10.2.7 Unterschied zwischen pythagoräischer und wohltemperierter (gleichstufiger) Tonleiter

Aufgabe:

| | wichtige Intervalle | Ton | Verhältnis nach pythagor. Tonleiter – (auf Grundton c bezogen) | Verhältnis nach gleichstufiger Tonleiter – (auf Grundton c bezogen) | Unterschied (auf 3 Kommastellen genau) in den Saitenlängen in cm (Verkürzung der Saiten auf 1m) | Verhältnis nach eigenem Tonempfinden |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | c | 1:1 | 1:1 | | |
| 2 | | cis | ——— | $2^{\frac{1}{12}}$ : 1 | | |
| 3 | | d | 9:8 | | | |
| 4 | | dis | ——— | | | |
| 5 | gr.Terz | e | | | | |
| 6 | Quart | f | | | | |
| 7 | | fis | ——— | | | |
| 8 | Quint | g | | | | |
| 9 | | gis | ——— | | | |
| 10 | | a | | | | |
| 11 | | b | ——— | | | |
| 12 | | h | | | | |
| 13 | Oktav | c' | | | | |

1) Ergänze die Tabelle!

2) Spiele am Monochord die 8 Ganztöne einer Oktav c, d, e, f ,g, a, h, c' in pythagoräischer und dann in wohltemperierter Stimmung nach (Messung). Kannst du den Unterschied hören? o Ja  o Nein

3) Spiele die Ganztöne der Reihe nach deinem Gehör und markiere dir die Punkte, wo für dich die einzelnen Töne liegen. Gib das Saitenverhältnis in der oberenTabelle an!

Info: Pythagoras fand heraus, dass wir Menschen eine erstaunliche Fähigkeit besitzen. Bei einer Saitenlänge von 120cm kann selbst ein ungeübtes Ohr den der Quint entsprechenden Abschnitt von 80cm auf 2 bis 3 Millimeter genau abschätzen, d.h. bei einer Fehlerbreite von weniger als einem halben Prozent.

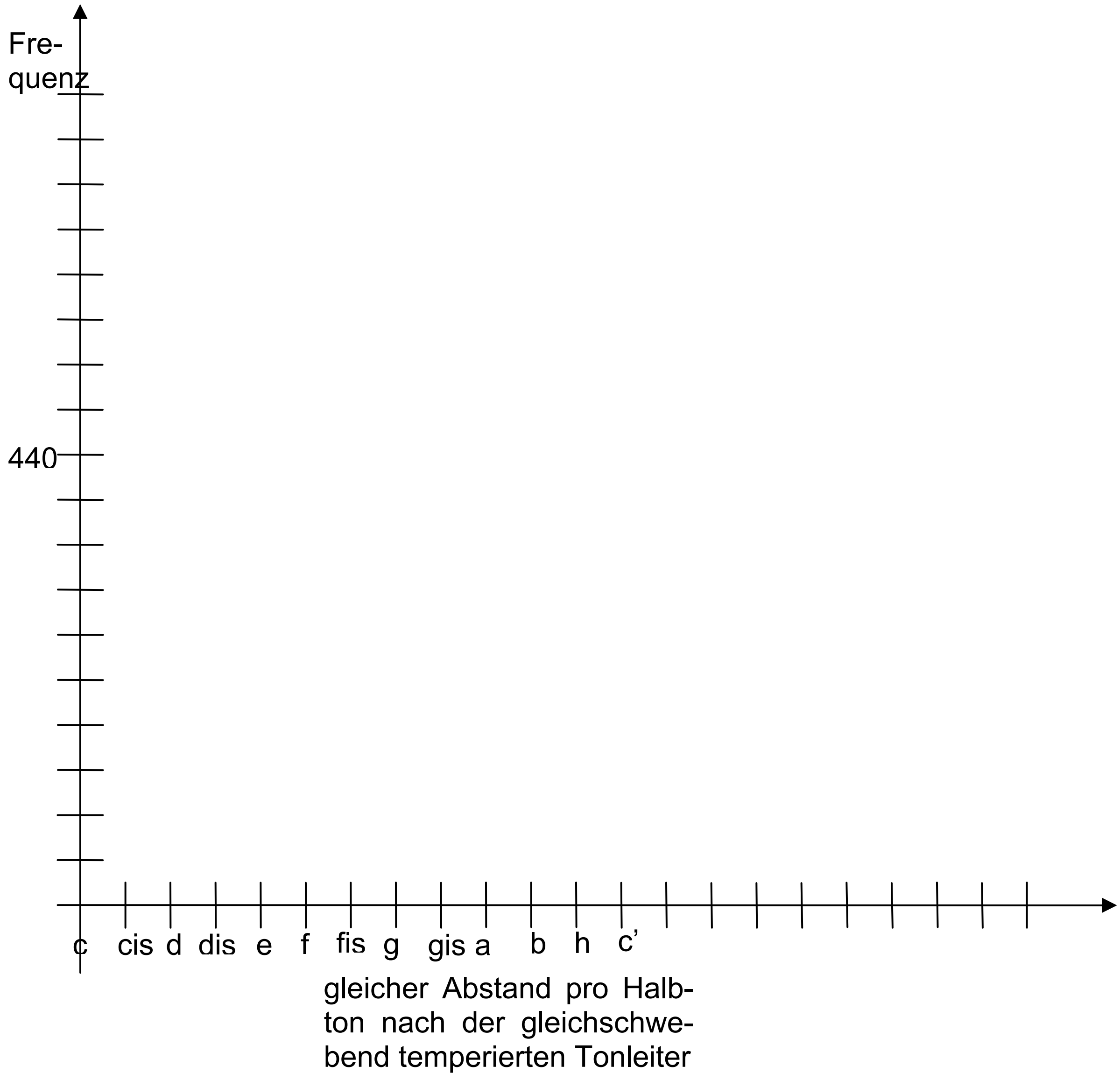
Je weiter man sich allerdings von der Quint über Quart zu kleineren Intervallen hin entfernt, desto größer wird eine gewissen Bandbreite des Tones, die schon bei der großen Terz deutlich zu merken ist. Doch auch, wenn das Ohr innerhalb eines gewissen Spielraumes Abweichungen toleriert, haben wir trotzdem deutlich das Gefühl, dass der Ton an einem ganz gewissen Tonort zu hören ist, ganz egal ob wir ihn genau treffen oder nicht. Jeder Mensch hat also seine eigene im musikalischen Bewusstsein begründete Tonordnung. Der Ton wird innerhalb gewisser Grenzen „zurechtgehört“.

### 10.2.8 Aufstellen einer Funktion II

Wie du bereits vom Arbeitsblatt I weißt, ist das Monochord auf den Grundton „A“ gestimmt, der eine Frequenz von 440 Hertz hat.

Die Frequenzen der Töne verhalten sich umgekehrt proportional zu den Saitenteilungen.

Aufgabe:




Zeichne auch diesmal den Funktionsgraphen und stelle den Funktionsterm auf:

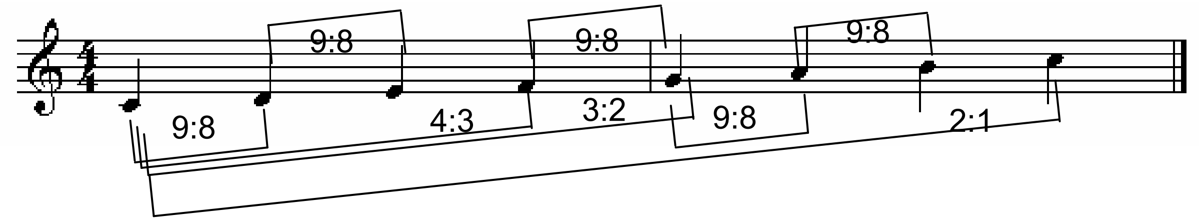
### 10.2.9 Spielen nach Noten I

In der Musik schreibt man Töne in Notenschrift. Der tiefste Ton c liegt auf einer Hilfslinie unterhalb der 5 Notenlinien. Der nächst höhere Grundton d liegt bereits unterhalb, e auf der 1. Linie usw. Mit jeder Linie und jedem Zwischenraum steigt damit die Tonhöhe.

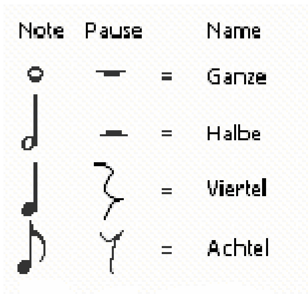
Die Note c soll nun beim Monochord dem Grundton, der Gesamtsaite, entsprechen. Die anderen Töne (d,e,f,g,a,h,c') ergeben sich durch die Saitenteilungen nach der pythagoräischen Tonleiter.

Aufgabe:

1) Bau dir am Monochord die Tonleiter nach pythagoräischer Stimmung auf!




2) Versuche „Alle meine Entchen“ nach Notenschrift am Monochord zu spielen!



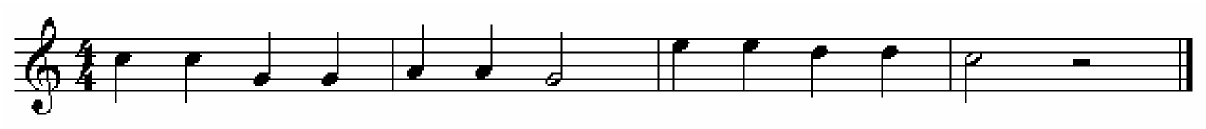

Die Länge der einzelnen Töne wird durch die Form der Noten angegeben (siehe nebenstehende Tabelle).

Viertel Noten mit vollem Bauch und einfachem Notenstrich stellen die „rhythmische Grundeinheit“ dar. Halbe Noten werden doppelt so lange wie viertel, achtel Noten doppelt so schnell gespielt.

## 10.2.10 Spielen nach Noten II

Aufgabe:

Spiele folgende Melodien mit dem Monochord und errate den Liedtitel:

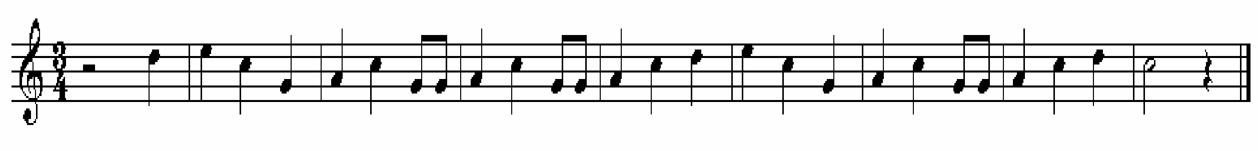


Antwort: ------------------------------------------------------------------------

Antwort: ------------------------------------------------------------------------

Die senkrechten Striche am Notenblatt sind Taktstriche. Sie zeigen an, dass die erste Note – zumindest in der Regel – betont wird. Doppelter Taktstrich zeigt das Ende eines Liedteiles an. Ein Doppelpunkt vor einem doppelten Taktstrich verlangt jedoch die Wiederholung des gesamten Liedteiles. Der letzte Takt wird dabei weggelassen und durch den Takt hinter den Taktstrichen ersetzt.

Die punktierte Viertelnote wird 3/8 Schläge lang gehalten.



------------------------------------------------------------------------

## 10.2.11 Mittelwerte

### 10.2.11.1 Das arithmetische Mittel zwischen a und b

$$m_a = \frac{a+b}{2}$$

Das arithmetische Mittel ist jener Wert, der zu a und b den gleichen Abstand hat.

Man könnte es auch so ausdrücken: $a - m_a = m_a - b$

1. Versuche diesen Zusammenhang graphisch darzustellen.

2. Berechne fortlaufend die arithmetischen Mittel zwischen 0 und 1, immer zwischen dem neu erhaltenen Wert und dem größten.

| a | b | $m_a$ | Höre links vom Steg | Höre rechts |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | ½ | | |
| ½ | 1 | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

3. Trage Deine Ergebnisse für $m_a$ auf der Skala des Monochords ein

4. Schieb Deine Skala in das Monochord ein, setze die Stege und höre Dir die Töne an!

   Was fällt auf? .............................……………………………………………………

   Wie würde es weiter gehen? ……………………………………………………

   Vergleiche hintereinander die erzeugten Töne links und rechts des Stegs mit dem Grundton

### 10.2.11.2 Geometrisches Mittel zwischen a und b

$m_g = \sqrt{a.b}$

Das geometrische Mittel ist jener Wert, der zu a und b den gleichen Quotienten hat. Man könnte es auch so ausdrücken: a : $m_g$ = $m_g$ : b

5. Versuche diesen Zusammenhang graphisch darzustellen.

6. Berechne fortlaufend die geometrischen Mittel zwischen ½ und 1, immer zwischen dem neu erhaltenen Wert und dem größten.

| a | b | $m_g$ | Höre links vom Steg | Höre rechts |
|---|---|---|---|---|
| ½ | 1 | $1/\sqrt{2}$ | | |
| $1/\sqrt{2}$ | 1 | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

7. Trage Deine Ergebnisse für $m_g$ auf der Skala des Monochords ein

8. Schieb Deine Skala in das Monochord ein, setze die Stege und höre Dir die Töne an!

   Was fällt auf?

   ..............................................................................................

   Wie würde es weiter gehen?

   ..............................................................................................

   Vergleiche hintereinander die erzeugten Töne links und rechts des Stegs mit dem Grundton

### 10.2.11.3 Harmonisches Mittel zwischen a und b

$$m_h = \frac{2 \cdot a \cdot b}{a + b}$$

Das harmonische Mittel ist jener Kehrwert, der zum Kehrwert von a und b den gleichen Abstand hat.

Man könnte es auch so ausdrücken: $1/a - 1/m_h = 1/m_h - 1/b$

Das klingt sehr kompliziert ……

9. Berechne fortlaufend die harmonischen Mittel zwischen ½ und 1, immer zwischen dem neu erhaltenen Wert und dem größten.

| a | b | $m_h$ | Höre links vom Steg | Höre rechts |
|---|---|---|---|---|
| ½ | 1 | 2/3 = 0.666 | | |
| 2/3 | 1 | 4/5 = 0.8 | | |
| 4/5 | 1 | | | |
| | 1 | | | |
| | 1 | | | |
| | | | | |
| | | | | |

10. Trage Deine Ergebnisse für $m_h$ auf der Skala des Monochords ein

11. Schieb Deine Skala in das Monochord ein, setze die Stege und höre Dir die Töne an!

    Was fällt auf?

    ………………………………………………………………………………………

    Wie würde es weiter gehen?

    ………………………………………………………………………………………..

    Vergleiche hintereinander die erzeugten Töne links und rechts des Stegs mit dem Grundton

# 11 FOTOS VOM PROJEKT

Abbildung 2: Schüler der HM3b zeichnen Sinusschwingungen

Abbildung 3: Ein Schüler der HM3b spielt Oktaven (geometrische Folge)

Abbildung 4: Ganz vertieft

Abbildung 5: Zwei Schüler der HM2b bei ihren Projektaufgaben

Abbildung 6: Experimentieren am Monochord

Abbildung 7: Tag der Offenen Tür am 28.1.05

**Abbildung 8: Eine Schülerin der HM1a trägt ihre Ergebnisse auf der Platte ein.**

**Abbildung 9: Überprüfen der Ergebnisse**

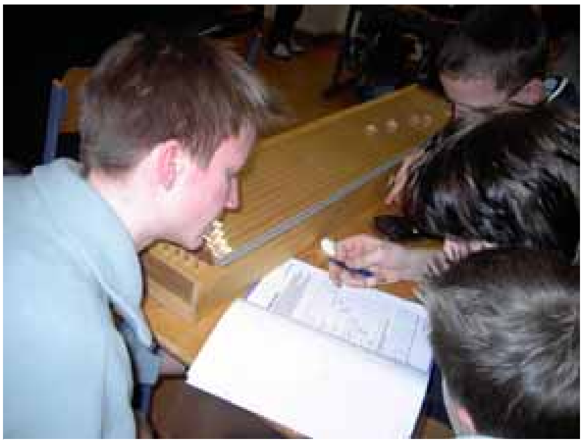


**Abbildung 10: Eine zweite Gruppe der HM1a.**


**Abbildung 11: 2 Gruppen arbeiten gleich-zeitig am Monochord (HM1a)**