Fonds für Unterrichts- und Schulentwicklung (IMST-Fonds)

S 7 – Naturwissenschaften und Mathematik in der Volksschule

GEOMETRIE – EIN STIEFKIND IM MATHEMATIKUNTERRICHT

ID 1043

Dipl.Päd. Gabriele Schwendt VS Kirchberg am Wechsel 2880 Kirchberg, Markt 300

Kirchberg, im Juli 2008

INHALTSVERZEICHNIS

INHA	LTSVERZEICHNIS	2
ABSTRACT		3
1	EINLEITUNG	4
2	AUFGABENSTELLUNG UND VORPLANUNG	5
2.1	Ziele des Geometrieprojekts	5
2.2	Ausgewählte Bereiche der Geometrie	5
2.2.1	Symmetrie	5
2.2.2	Ebene Figuren	6
2.2.3	Eigenschaften und Netze geometrischer Körper	6
2.3	Materialsuche	6
3	PLANUNG UND ABLAUF DER GEOMETRIETAGE	7
3.1.1		
3.1.2	2. Geometrietag – Symmetrie in BE	8
	3. Geometrietag – Symmetrien erkennen	
3.1.4	4. Geometrietag – Symmetrien zeichnen	11
3.1.5	5. Geometrietag - Geobrett	12
3.1.6	6. Geometrietag - CUBO Würfel	13
3.1.7	7. Geometrietag - Würfel	15
3.1.8	8. Geometrietag - Pentominos	16
3.1.9	9. Geometrietag – Geometrische Körper	17
3.1.10) 10. Geometrietag – Erforschen der Spielewürfel	18
3.1.11	I Bau des Labyrinths	19
4	INTERPRETATION	21
4.1	Ergebnisse	21
5	TIPPS FÜR ANDERE LEHRKRÄFTE	23
6	I ITEDATUD	24

ABSTRACT

Dieses Projekt ist der Versuch einer Aufwertung des Geometrieunterrichts in der Volksschule. Vielfältige praktische Beschäftigung mit geometrischen Inhalten an sogenannten "Geometrietagen" soll das Interesse an Geometrie wecken. Im Volksschulalter gehen Kinder noch sehr unbelastet an neue Inhalte heran und so kann das Projekt Selbstbewusstsein für diese Inhalte stärken und dem Vorurteil vorbeugen, dass die Fähigkeit der Raumorientierung entweder vorhanden sei oder auch nicht. Die Durchführung dieses Schwerpunktes startete Mitte Jänner in einer 3. Klasse und dauerte bis zum Schulschluss (Weiterführung in der 4. Klasse ist geplant). Der Bericht ist so aufbereitet, dass interessierte Kolleginnen und Kollegen die Möglichkeit haben, rasch auch einzelne Bereiche auszuwählen und durchzuführen.

Schulstufe: 3.

Fächer: Mathematik

Kontaktperson: Gabriele Schwendt

Kontaktadresse: VS Kirchberg, Markt 300

1 EINLEITUNG

Diese Arbeit befasst sich mit dem Thema "Geometrie – ein Stiefkind im Mathematik unterricht".

Die Themen dieses Teilgebeites der Mathematik kommen in den Schulbüchern der Volksschule oft nur am Rande vor. Über rechte Winkel, parallele Linien, Rechteck und Quadrat hinaus findet man meist wenige Inhalte, die auch praktische Erfahrungen zulassen. Ich habe beobachtet, dass Kinder, denen Mathematik oft Probleme bereitet, bei Geometrie "aufblühen", andererseits Kinder, die in Mathematik "erfolgsverwöhnt" sind, nicht automatisch rascher und geschickter zu Ergebnissen kommen.

Als Abschluss des Projekts soll ein Labyrinth im Schulgarten gebaut werden.

Weiters absolvierte ich in den Jahren 2005 – 2007 einen Akademielehrgang zum "Lernberater Mathematik." Darin wurde auch auf das "Mauerblümchendasein" der Geometrie im Mathematikunterricht eingegangen. Deshalb möchte ich an dieser Stelle dem Kursleiter Mag. Michael Gaidoschik danken, dem ich die Idee zu diesem Thema verdanke.

Als sich im Rahmen des Kennenlernworkshops des IMST- Fonds die Frage ergab, welche Projektidee ich mir für den Volksschulbereich vorstellen könnte, sah ich die Möglichkeit, diese Idee - dem Geometrieunterricht mehr Raum zu geben - in die Tat umzusetzen.

2 AUFGABENSTELLUNG UND VORPLANUNG

2.1 Ziele des Geometrieprojekts

- Ziel ist die Entwicklung bzw. Verbesserung der räumlichen Vorstellung (Kopfgeometrie), die einen wichtigen Teil der Gesamtintelligenz ausmacht.
- Zweidimensionale Figuren entdeckend erfahren (Geobrett, Falten, ...)
- Geometrische K\u00f6rper durch aktives Handeln kennen lernen, die Vielf\u00e4ltigkeit der verschiedenen Netze erfahren.
- Verständnis für Symmetrie und Spiegelungen erwerben.
- Arbeiten mit Plänen zur Orientierung, Feststellung von Positionen auf Karten, Orientierungshilfen kennen lernen.
- Erwerb von Wissen über grundlegende geometrische Begriffe.
- Durch abwechslungsreiche Lernspiele neben der Verbesserung der Raumvorstellung auch die Kreativität und Problemlösung fördern.
- Anlegen eines "begehbaren Labyrinths" im Schulgarten.

2.2 Ausgewählte Bereiche der Geometrie

2.2.1 Symmetrie

- Symmetrie darstellen (mit Körper und Gegenständen)
- Symmetrien erkennen und erleben: Dominos, Memory, Symmetrien in Tierund Pflanzenwelt
- Scherenschnitte herstellen
- Halbe Bilder nachzeichnen
- Symmetrieachsen finden bzw einzeichnen
- Buchstaben, Wörter, Bilder...auf Symmetrien untersuchen
- Arbeiten mit dem Spiegel /Zauberspiegel
- Arbeiten mit dem GEO Brett
- Symmetrische Figuren zeichnen
- Spiegelschrift erlernen
- Symmetrische Portraits der Kinder mit der Digitalkamera

2.2.2 Ebene Figuren

- Freies Legen, Musterbänder entwerfen, Parkettmuster erfinden (mit homogenem und heterogenem Material)
- Legen nach Vorlage (Vorgabe)
- Auslegen
- Umlegen
- Figuren spannen (Geobrett)

2.2.3 Eigenschaften geometrischer Körper

- Eigenschaften finden
- Netze zeichnen
- Modelle bauen (Kantenmodelle Geomag, CLIXI, Karton)
- Bauwerke aus Würfeln (CUBO Würfel, Computer) nachbauen
- Verschiedene Ansichten von Bauwerken zeichnen
- Geometrische Körper nach "Steckbriefen" erkennen
- Knobelaufgaben für Würfelnetzforscher (Augenwürfel)

2.3 Material suche

Nach dem Auswählen der Aufgabengebiete aus der Literatur (FRANKE 2007, Didaktik der Geometrie; RADATZ/SCHIPPER, 1999, 2000: Handbuch für den Mathematikunterricht 2. und 3. Klasse), begab ich mich auf die Suche nach Arbeitsmaterialien, die ich für die Umsetzung benötigte.

Da an der Schule außer einigen Körpermodellen kaum Material vorhanden war, musste ich praktisch alle Materialien neu anschaffen: Würfel, Augenwürfel, CLIXI - Steckmodelle, Geomag für Kantenmodelle, Pentominos, geeignete Geometriespiele und PC-Lernprogramme.

Das Material und meine Bezugsquellen führe ich beim jeweiligen Geometrietag an, die Laufzettel und Arbeitsblätter sind im Anhang zusammengefasst.

3 PLANUNG UND ABLAUF DER GEOMETRIETAGE

Ich begann die Projektarbeit Mitte Jänner und führte (so es die Rahmenbedingungen der Schule zuließen), den "Geometrietag" am Mittwoch durch, da an diesem Tag keine Gegenstände auf dem Stundenplan stehen, die von anderen Lehrkräften unterrichtet werden. Außerdem war der Mittwoch durch eine Turnstunde "aufgelockert".

Außer in der Anfangsphase waren die Geometrietage meist im Stationenbetrieb geplant. Die SchülerInnen bekamen Laufzettel, um eine Übersicht über die bereits erledigten Stationen zu haben und gegebenenfalls Notizen zu machen. Außer den Geometriethemen waren auch je eine Station Deutsch und Mathematik vorgesehen, die dem jeweiligen Lernstoff angepasst waren. Bei der Station "Computer" konnten die SchülerInnen geometrische Themen verschiedener Mathematik – Lernprogramme (siehe Literaturliste) bearbeiten und auch ausgewählte Übungen von Internetseiten durchführen.

Neben den Laufzetteln für die Kinder (A4), erstellte ich für jede Station Stationenkärtchen (auf A5 zusammengefaltet), welche mit dem Material und/oder den zu bearbeitenden Arbeitsblättern auf einem Arbeitsplatz lagen. Laufzettel und Stationenkärtchen erhielten jeweils andere "Rahmengrafiken" zum jeweiligen Thema passend. Die Stationenkärtchen druckte ich außerdem auf starkes farbiges Papier. So erhielt jeder Tag auch eine andere "Grundfarbe".

Ich wählte verschiedene Teilbereiche der Geometrie für das Projekt aus, die in den meisten Schulbüchern wenig vorkommen. Mit einer Einheit "Geometrietag" ist aber nicht unbedingt genau ein Schultag gemeint. Es war einerseits für mich nicht immer möglich abzuschätzen, wie lange die Kinder für die Durchführung der Aufgaben benötigen würden, außerdem kam es auch vor, dass durch schulinterne Vorkommnisse die Tage verkürzt waren und wir in den nächsten Tagen weiterarbeiteten. Die Durchführung umfangreicher Teilbereiche wiederum erstreckte sich von Haus aus auf mehrere Tage.

Die Ziele "Arbeiten mit Plänen zur Orientierung" verband ich mit einem Lehrausgang zur "Hermannshöhle" - der größten Tropfsteinhöhle Niederösterreichs -, die in unserem Gemeindegebiet liegt, und auch mit Lehrausgängen zu den Kirchen, zum Gemeindeamt und zu einer Mühle am Ortsrand sowie mit dem Auffinden des eigenen Wohnhauses auf dem Ortsplan (Sachunterricht: Mein Heimatort).

Die Planung des Labyrinths nahm insgesamt fast ein halbes Jahr in Anspruch, da es vieler Gespräche bedarf, bis man ein Bauvorhaben auf Gemeindegrund errichten kann.

3.1.1 1. Geometrietag – Symmetrie erleben

Das Projekt begann in der Turnstunde. Dass im Turnsaal von einer Tanzgruppe drei riesengroße rollbare Spiegel immer bereitstehen, war für den Einstieg ideal. Es war Platz genug, sodass jedes Kind einen Platz vor den Spiegeln fand.

Folgende Aufgabenstellungen wurden gegeben (siehe ZWINGLI, 2005: Eine Welt volller Symmetrie, S.28 f.)

- Die Kinder entdecken die Eigenheiten des eigenen Spiegelbildes.
- Ein Kind stellt das Spiegelbild eines anderen Kindes dar.

- Je zwei Kinder gehen "symmetrisch" an einer Linie.
- Eine Gruppe legt eine "Spur" mit Seilen, Kegeln…., die andere versucht diese Spur spiegelverkehrt nachzugehen und dann auch nachzulegen.
- In der Klasse bekamen die Kinder ein Arbeitsblatt, auf dem sie versuchen sollten, die Erfahrungen auch zu formulieren.

Die wichtigsten Beobachtungen waren:

"Als Spiegelbild muss ich immer alle Bewegungen "verkehrt" machen. Bewegt einer die rechte Hand, muss ich die linke nehmen."

"Beim symmetrischen Gehen muss ich immer, wenn er zur Linie geht, auch zur Linie gehen, wenn er weggeht, muss ich auch weggehen."

Im Sitzkreis wurden die Erfahrungen nochmals gesammelt, wobei auch die für die nächsten Arbeiten nötigen "Fachausdrücke" formuliert wurden (symmetrisch, Spiegelachse, spiegelbildlich)

3.1.2 2. Geometrietag – Symmetrie in BE

Der nächste Unterrichtsgegenstand, in dem wir uns mit Symmetrie befassten, war Bildnerische Erziehung.

Die Aufgabenstellungen sahen folgendermaßen aus (Arbeitsaufträge sowie Arbeitsblätter im Anhang):



- Nimm ein Zeichenblatt und falte es in der Mitte.
 Male auf eine Hälfte ein Motiv mit Wasserfarben und klappe dann das Zeichenblatt zu (Abb.:1).
- Nimm ein Blatt mit einem "halben Bild" (Kopie) und male es fertig (Abb.:1).

Abb.:1

- Male die Kärtchen auf einem Blatt (Gesichter, Blätter, Schmetterlinge..) so an, dass ein genaues Spiegelbild entsteht. Die Kärtchen waren auf verschiedenfarbige Bögen kopiert, damit man verschiedene "Memoryspiele" oder "Dominos" erhielt, je nach Kopiervorlage. (siehe ZWINGLI, 2005: Eine Welt voller Symmetrie)
- Schneide die Kärtchen aus und bringe sie zur "Laminierstelle".
- Suche dir einen Partner zum Spielen.

3.1.3 3. Geometrietag – Symmetrien erkennen

Der dritte Geometrietag war der erste Tag, der als Stationenbetrieb geplant war.

Das Thema war wieder Symmetrie, wobei mit Handspiegeln und Zauberspiegeln (halbdurchlässige rote oder violette Spiegel) gearbeitet wurde (Bezugsquelle: Betzold: 25 Handspiegel 5534, 5636).

Ziel war das sichere Hantieren mit Spiegeln und das Erkennen von Symmetrieachsen.

An manchen Stationen waren mehrere Blätter als Angebot für Kinder, denen diese Aufgabenstellung besonders gefiel und die Zeit hatten, Zusatzangebote zu machen.

An diesem Tag gab es folgende Aufgabenstellungen (siehe Kopiervorlagen im Anhang aus: WEMMER, 2006: Stationentraining Symmetrie; ZWINGLI, 2005: Eine Welt voller Symmetrie):

• **Station 1** (Symmetrieachsen entdecken): Anzahl von Spiegelachsen verschiedener vorgegebener Figuren finden.



• **Station 2** (Symmetrische Figuren erkennen): Die zweite Hälfte eines symmetrischen Bildes ist jeweils aus drei vorgegebenen Möglichkeiten zu wählen (Abb.:2).





Station 3 (Fehlerhafte Landschaften): Ähnlich den Suchbildern aus Zeitungen waren zehn Bilder Fehler zu finden, wobei die aber symmetrisch waren. Wenn das Kind keine Fehler mehr entdeckte, konnte es den "Zauberspiegel" zu Hilfe nehmen (Abb.:3). Dort, wo sich Original und Fehlerbild gleichen, liegen eine dunkle und eine rote Linie übereinander. An den Unterschieden ist nur eine Linie zu sehen. Dadurch können die Fehler leichter entdeckt werden. (siehe ZWINGLI (2005), S.40ff: Eine Welt voller Symmetrie)

Abb.: 3



 Station 4 (Mirror Game): Zwei Kinder erhalten je einen Spiegel, der in eine Vorrichtung gesteckt wird und zwei Würfel. Nacheinander wird immer ein Kärtchen aufgedeckt und jedes Kind versucht, die beiden Würfel so in die Vorrichtung zu legen, dass aus Würfeln und Spiegelbild dasselbe Bild entsteht wie auf dem Kärtchen.

Abb.:4

 Station 5 (Spiegeln mit dem Spiegel): In dem gleichnamigen Buch wird auf einer Doppelseite immer ein Originalbild gezeigt. Dann gibt es 12 Vorschläge von Bildern, von denen man manche aus dem Original mit Hilfe eines Spiegels herstellen kann. Das Kind soll nun herausfinden, welche der 12 Vorschläge nicht realisierbar sind.

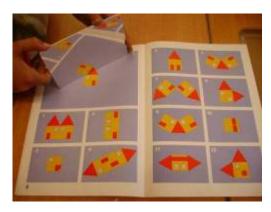


Abb.:5

- Station 6 (Figur komplett): Auch hier sollten die Kinder herausfinden, ob man mit einem Spiegel aus einer vorgegebenen Hälfte das gezeigte Original herstellen kann. (siehe WEMMER, 2006: Stationentraining Symmetrie).
- **Station 7** (Rote Linien): Hier war herauszufinden, welche der vorgegebenen Linien tatsächlich Spiegelachsen darstellen. (siehe WEMMER, 2006)
- **Station 8** (Memory): Die selbstgebastelten Spiele wurden mit 1 oder 2 Partnern gespielt.
- **Station 9** (Symmetrische Wörter): Finde aus einer Wörterliste jene Wörter heraus, die waagrechte oder senkrechte Spiegelachsen haben.
- Station 10 (Computer): Siehe
 Mathematikus 3, Interaktive CD Rom
 (Spiegelungen). Hier sind am
 Computerbildschirm Spiegelungen
 sowohl an vertikalen als auch an
 horizontalen Achsen durchzuführen.



Abb.: 6

• Stationen 11 und 12: Schulübungen in Deutsch und Mathematik.

3.1.4 4. Geometrietag – Symmetrien zeichnen



An diesem Tag wurden Symmetrieeigenschaften nicht nur überprüft, sondern selbst symmetrische Bilder hergestellt (siehe WEMMER, 2006: Stationentraining Symmetrie; ZWINGLI, 2005: Eine Welt voller Symmetrie).

• Station 1 (Scherenschnitte anfertigen): Zwei verschiedene Scherenschnitte mit buntem Origamipapier oder Naturpapier sollten hergestellt werden. Einmal mit einer, einmal mit zwei Symmetrieachsen (Abb.: 7)

Abb.: 7

- **Station 2** (Spiegelbilder zeichnen 1): Kästchenmuster sollen spiegelbildlich ausgemalt werden.
- **Station 3** (Spiegelbilder zeichnen 2): Figuren aus Linien werden spiegelbildlich nachgezeichnet (Senkrechte Spiegelachse).
- **Station 4** (Spiegelbilder zeichnen 3): Figuren aus Linien werden spiegelbildlich nachgezeichnet (Waagrechte Spiegelachse).
- Station 5 (Spiegelschrift): Wörter sollen in Spiegelschrift verfasst werden. Zu Beginn kann der Zauberspiegel verwendet werden. Die leeren Spalten können mit eigenen "Kreationen" beschrieben werden.
 - (Achtung! Für Linkshänder sollten die rechten Spalten vorgegeben werden.)
- Station 6 (Spiegelachsen ganz schön schräg): Figuren aus Linien werden an einer Achse gespiegelt, die nicht parallel zum Blattrand liegt (Schräg liegende Spiegelachse – schwierig!)
- Station 7 (Digitalfotos der Kinder): Portraitfotos werden gespiegelt.





- Station 8 (Verschlungene Wege): Auf einer Seite der Spiegelachse ist ein Weg eingezeichnet. Wird der Weg auf der anderen Seite der Achse symmetrisch nachgezeichnet, so ergeben die Buchstaben einen Lösungssatz.
- Stationen 9, 10, 11: waren wieder Mathematikus 3 Aufgaben, sowie Aufgaben zu Deutsch und Mathematik.

3.1.5 5. Geometrietag – Geobrett

Für diesen Tag bekam jedes Kind ein eigenes Geobrett und ein Arbeitsbuch, da das Geobrett noch öfter für spezielle Themen herangezogen werden kann.

(Verwendete Unterlagen: BETZOLD – Geoboard 15 cm (Nr.: 895); KELLER (2002): Am Geobrett Geometrie entdecken.)

Ich beließ die Benennung der einzelnen Arbeitsschritte bei "Station", obwohl an diesem Tag meist auf dem eigenen Platz gearbeitet werden konnte. Die Kinder durften natürlich bei Bedarf auch andere Partner suchen als den jeweiligen Sitznachbarn.



- Station 1 (Lerne dein GEOBRETT kennen): Vorgegebene Figuren werden nachgespannt, nachgezeichnet und auch selbst erfunden (siehe KELLER, Seiten 2 – 5).
- Station 2 (Formen erkennen und spannen): Nun sind Formen ohne Brettpunkte vorgegeben. Sie sollen zuerst nachgespannt und dann in leere Raster eingezeichnet werden (siehe KELLER, Seiten 8 u 9). Zuletzt finden die Kinder Namen für ihre Ergebnisse (Abb.: 8).

Abb.: 8

- Station 3 (Figuren spiegeln): Figuren werden nach Vorlage nachgespannt, an der vorgegebenen Spiegelachse gespiegelt und auch im Raster eingezeichnet (siehe KELLER, Seiten 32 u 33). (Schräge Spiegelachse Seite 33 nur freiwillig für "Spezialisten").
- Station 4 (Namen spannen): Für diese Übung bekommen die Kinder eine Schnur mit einer kleinen Schlinge an einem Ende. Außerdem wird unter das GEOBRETT ein Karton gelegt, auf dem jedem Punkt des GEOBRETTS ein Buchstabe zugeordnet wird (Die Anordnung erfolgt alphabetisch von links oben nach rechts, wobei ich "Q" wegließ, damit ansonsten alle Buchstaben bis "Z" Platz fanden.)

Die Kinder spannen nun verschiedene Namen (z. B.: IGEL) und zeichnen die Wege auf eine "leere" Seite im Arbeitsbuch. Die Namen werden auf die Zeile unter der Skizze geschrieben. (Anm.: Auf manchen gekauften Brettern sind sowohl Buchstaben als auch Nummern vorgegeben, die aber sehr schlecht zu sehen sind. Deshalb wählte ich eine bunte Unterlage auf starkem Papier. Auf selbstgebauten Brettern kann man die Buchstaben fix einzeichnen lassen. Man muss sich auch vorher überlegen, welche Anzahl an Nägeln man auf dem Geobrett möchte, da im Angebot der Lehrmittelverlage Bretter und zugehörige Aufgaben für 9, 16, 25 oder mehr "Nägel" zu finden sind).

• Station 5 (Partnerarbeit – Figuren erfinden): Ein Partner zeichnet oder spannt eine Figur und sagt dem Partner die Buchstaben der Reihe nach an. Nach dem Einzeichnen ins Buch werden die Ergebnisse verglichen. (Abb.: 8)

- Station 6 (Kurze und lange Wege): Zwei Punkte sind angegeben. Die Kinder sollen nun verschiedene Wege von A nach B finden, wobei nicht zweimal die gleiche Strecke bespannt werden darf (siehe KELLER, Seiten 12 u. 13). (Anm.: Manche Kinder verwendeten ihren ganzen Ehrgeiz, um möglichst lange Wege zu finden und auch viele Gummiringe zu verbrauchen).
- Station 7: Mathematik

3.1.6 6. Geometrietag – CUBO Würfel

"Hauptdarsteller" dieser Aufgabenstellung sind bunte kleine Würfel, die für verschiedene Aufgabenstellungen benötigt werden. In den CUBO – Aufgaben 1-5 (erhältlich bei Betzold: 85733 – 85737) geht es einerseits um das Nachbauen von abgebildeten Würfelbauten, andererseits um verschiedene "Ansichten" dieser Bauwerke. Dieser Tag schult besonders die sogenannte "Kopfgeometrie", die Kinder müssen sich vorstellen, wie ein Würfelgebäude von oben, von vorne und von einer Seite aussieht.

Bei den CUBO – Karten gibt es auch Unterlagen, auf die die Bauten gestellt werden. Es sollten genügend solche Unterlagen zur Verfügung stehen (Kopieren und laminieren). Außerdem muss darauf hingewiesen werden, dass die "schwarze Ecke" immer links vorne ist.

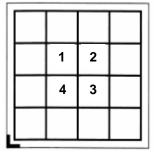
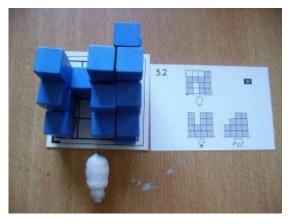


Abb.: 9

- Station 1 (Figuren nachbauen CUBO 1): Figuren werden nachgebaut und der "Bauplan" in eine Kopiervorlage eingetragen (Abb.:9). Die Zahlen im Bauplan geben jeweils an, wie viele Würfel an dieser Stelle übereinander angeordnet sind.
- Station 2 (Figuren erfinden): Zwei Kinder bauen jeweils eine Figur und schreiben den Bauplan auf die Kopiervorlage. Nach diesem Plan baut der Partner die Figur nach. Zum Schluss wird gemeinsam kontrolliert.
- Station 3 (Pentominos entdecken): Auf der Station sind die naturbelassenen Holzwürfel und karierte Blätter. Die Kinder sollen durch Aneinanderlegen von fünf Würfeln die verschiedenen Pentominos entdecken. Zu Beginn gab ich keine Hinweise auf die mögliche Anzahl, aber die Kinder wollten eine ungefähre Zahl, daher gab ich die Zusatzinformation: Die Lösung liegt zwischen 10 und 15. Die gefundenen Möglichkeiten sollten auf das Blatt gezeichnet werden, da auch oft verschieden aussehende Pentominos deckungsgleich sind.
- Station 4 (Spiel Schiffe versenken): Dieses Spiel ist für Volksschulkinder als durchaus anspruchsvolles Spiel zu sehen. Einige kannten das Spiel, mit den anderen spielte ich einen Teil durch, nachdem ich es zuerst allgemein erklärt hatten. Die größte Schwierigkeit war das Auswählen der jeweils richtigen Tafel. Da dies lange dauerte, war das Programm nicht an einem Vormittag durchzuführen. Als Festigung wurde dieses Spiel nochmals als Hausübung gegeben.

Station 5 (Figuren nachbauen – CUBO 2 – 5):
 Bei dieser Aufgabenstellung ist aus drei zweidimensionalen Darstellungen (Ansichten eines Würfelgebildes von oben, von vorne und von der Seite) auf das zugehörige räumliche Objekt zu schließen (siehe Abb. 11). Dies ist ziemlich schwierig und bedarf zu Beginn meist einer Hilfestellung. Gleichzeitig ist diese Herausforderung aber sehr interessant für leistungsstärkere Kinder.



52

Abb.: 10. Aufgabenstellung

Abb.: 11. Lösung

Station 6: Deutsch



Abb.:12

- Station 7 (Computer): Würfelgeometrie im "Matheland". Diese Aufgabe ist auf der Matheland-CD-ROM unter "Lagerhaus Verpackungsmaschine" zu finden. Die Aufgabenstellung ist zweigeteilt. Zuerst ist die Anzahl der fehlenden Würfel festzulegen, dann muss aus verschiedenen vorgegebenen Würfelanordnungen das passende Stück ausgewählt werden.
- Station 8 (Potz Klotz): Dies ist ein rasch gespieltes Würfelspiel für zwei SpielerInnen, bei dem auf den einzelnen Spielkarten verschiedene Anordnungen von fünf Würfeln zu sehen sind. Hat der nächste Spieler eine Kombination in seinen Karten, die er herstellen kann, indem er nur einen Würfel umlegt, darf er die Karte ablegen.
- Station 9: Mathematik
- Station 10 (SOMA Würfel selbst bauen): Diese Station wurde an diesem Tag gestrichen, da – siehe oben – die Station "Schiffe versenken" viel Zeit beansprucht hatte. Wir werden dies in einer Werkstunde nachholen. Holzwürfel werden in verschiedenen Kombinationen zusammengeleimt und bemalt. Es gibt auch fertige SOMA Würfel mit verschiedenen Aufgaben (vgl. auch RA-DATZ /SCHIPPER 1999, S. 169).

3.1.7 7. Geometrietag – Würfel

An diesem Tag werden die Eigenschaften des Würfels genau untersucht, als auch mit den Aufgabenkärtchen "Würfelgeometrie" gearbeitet, wobei auch hier die Ausbildung und Übung der "Kopfgeometrie" im Vordergrund steht. Verwendetes Material waren CLIXI – Würfel und bunte Würfel mit Seitenlänge 2 cm, die auch bei CUBO Verwendung fanden.

Der Bau des Würfels wurde gemeinsam durchgeführt, um die "Fachausdrücke" zu erarbeiten (Ecken, Kanten, Flächen, Netz, deckungsgleich).

- Station 1 (Baue einen Würfel): (Lassert U./Ottmann A.: Bergedorfer Kopiervorlagen, S.58.) Das vorgegebene Würfelnetz (ev. auf starkem Papier kopiert) sollte in den Farben rot, gelb, grün so angemalt werden, dass die gleichen Seiten gegenüberliegen. Dann wurden Fachausdrücke (Flächen, Kanten, Ecken) erarbeitet und die Eigenschaften beschrieben. Dann schnitten die Kinder den Würfel wieder auseinander (einzige Vorgabe: "Das Netz darf nicht zerfallen".) und hefteten das "neue" Netz an die Tafel. Die gleichen wurden untereinander gereiht. Aus 13 Netzen waren 7 verschiedene Netze entstanden. (Anm.: In Punkt 1 auf dem Arbeitsblatt ist die Anweisung, einen Würfel aus Knetmasse und Holzsstäbchen zu bauen. Dies funktioniert meist nicht besonders gut. Besser bewährt haben sich hier die Materialien aus Magnetstäbchen und Metallkugeln wie GEOMAG u. ä.)
- Station 2 (M Schulübung): Mit einem Clixi Würfel (Steckmaterial) als Vorlage werden die Eigenschaften des Würfels als auch eine Skizze ins Heft eingetragen Skizze an der Tafel oder "halbfertige Skizze" als Arbeitsblatt.

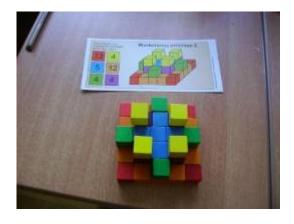


 Station 3 (Computer): Im Lernpro gramm "Matheland" soll im "Lagerhaus" an der Verpackungsmaschine gearbeitet werden. Dabei müssen "Würfelnetze" dahingehend überprüft werden, ob sie als Schachtel brauchbar sind.

• Station 4 (Deutsch)

Abb.: 13

 Station 5 (Würfelgeometrie für Einsteiger): Aus verschiedenen Karten der Übungsreihe sollen die Kinder drei verschiedene Aufgaben auswählen und mit bunten Würfeln nachbauen bzw. die Lösungen finden. Die Lösungen können mit den Lösungskärtchen an der Tafel verglichen werden. Um bei den verschiedenen Kategorien den Überblick zu behalten, wurde extra ein Blatt für die Stationen 5 und 6 ausgegeben.



 Station 6 (Würfelgeometrie für Fortgeschrittene): Hier sollen mindestens vier verschiedene Kärtchen bearbeitet werden (auch in Partnerarbeit, Abb.14)).

Abb.:14

Als Zusatzaufgabe (Hausübung) gibt es ein Arbeitsblatt, bei dem alle möglichen Würfelnetze "aufzuspüren" sind (nach FRANKE, Didaktik der Geometrie (2007), S. 164).

8. Geometrietag – Pentominos und mehr..

 Station 1 (Pentominos anmalen): Auf dem Arbeitsblatt 1 (siehe Anhang bzw. GROSSER/KOTH, 2008) sollten gleiche Pentominos in verschiedenen Lagen erkannt und bemalt werden.



Station 2 (Figuren nachlegen): Bei dieser Station suchen sich die Kinder drei Figuren eines Arbeitsblattes aus (siehe GROSSER/KOTH, 2008, bzw. Arbeitsblatt 2 im Anhang), die alle aus einem Satz Pentominos gibt zwölf (es verschiedene Figuren) nachgelegt werden können.

Abb.:15

- Station 3 (Figuren ausfüllen): Hier sind nur die Umrisse von Figuren vorgegeben, die mit 2, 3, Pentominos ausgefüllt werden können. Mindestens je ei
 - ne Figur, die aus 2, 3...... Pentominos gelegt werden kann, soll ausgewählt werden. Diese Übung ist recht schwierig und daher sind nur Punkt 1 und 2 verpflichtend.
- Station 4 (Pentominos vergrößern): Zwei der vorgegebenen Pentominos sollen auf einem karierten Blatt mit doppelt so großen Seitenlängen aufgezeichnet werden. Diese Vergrößerungen können mit genau vier



Abb.:16

verschiedenen Pentominos ausgelegt werden (siehe Abb.: 16).

• Station 5 (Freies Legen und Erfinden von Figuren und Mustern): Lege eine Figur oder ein sich wiederholendes Muster. Aus verschiedenen Formen und Farben können frei erfundene Muster entworfen werden (siehe Abb.: 17+18).





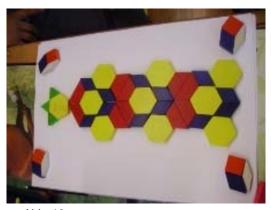


Abb.:18

- Station 6 (Deutsch)
- Station 7 (Symmetrieeigenschaften der 12 Pentominos): Die zwölf verschiedenen Pentominos werden auf Spiegelachsen untersucht (siehe Arbeitsblatt im Anhang).
- Station 8 (Spiel BLOKUS): Hier können 2 bis 4 SpielerInnen teilnehmen. Die 21 Spielsteine sind Figuren aus 1, 2, 3, 4 oder 5 Seite an Seite aneinandergereihten Quadraten. Die eigenen Steine dürfen sich nur an einer Ecke berühren. Wer kann die meisten Teile anlegen? (Anm.: Dieses relativ schnell gespielte Spiel ist rasch erlernt und hat die Kinder allgemein begeistert. Abb.:19)





 Station 9: Computer (Abb:20): Die Übung von Station 2 kann man auch am Computerbildschirm durchführen (siehe Internetadresse im Literaturverzeichnis, oder siehe Google: Stichwort Pentominos)



Abb.:20

3.1.8 9. Geometrietag – Geometrische Körper

Für die Aufgaben dieses Geometrietages können beliebige geometrische Vollkörper verwendet werden. Um die Netze nachzeichnen zu können, sollten die Modelle aber nicht zu groß sein.

- Station 1: In einem Steckbrief (Arbeitsblatt) werden die K\u00f6rper vorgestellt. Die Kinder sollen die dazugeh\u00f6rigen Namen finden, sowie die Abbildungen dazu aufkleben. (Nat\u00fcrlich sind die K\u00f6rper nicht allen Kindern bekannt, daher stehen die Namen an der Tafel oder k\u00f6nnen erfragt werden). Die Kinder arbeiten hier meist in Partnerarbeit.
- **Station 2** ("Ansichtssache"): Geometrischen Körpern sollen Ansichten von vorne und oben zugeordnet werden, außerdem sollen verschiedene Aussagen nach dem Wahrheitsgehalt für die angegebenen Körper untersucht werden (Arbeitsbaltt).
- Station 3 (Pyramide): Mit Hilfe einer Pyramide soll ein Netz gezeichnet werden, außerdem soll der Körper aus CLIXI-Material oder GEOMAG nachgebaut werden. (Für die nächsten Stationen gilt dieselbe Aufgabenstellung).
- Station 4 (Tetraeder): Wie Station 3.
- Station 5 (Quader): Wie Station 3.
- Station 6 (Prisma): Wie Station 3.
- **Station 7** (Zylinder): Dieses Netz zu finden ist etwas schwieriger. Hilfe ist ein Zylinder aus Karton, der aufgeschnitten werden kann.
- Station 8 (Deutsch)
- Stationen 9, 10 (Muttertagsgeschenk und Billet)
- Station 11 (Mathematik)

3.1.9 10. Geometrietag – Erforschen der Spielewürfel

"Knobelaufgaben für schlaue Würfelnetzforscher" nannte sich ein Artikel des Grundschulmagazins 5/2006.

Inhaltlich passt dies gut zu diesem Projekt und fordert sehr konzentriertes Arbeiten. Daher wurde dieser Abschnitt, der etwa zwei Schulstunden umfasst, an einem eigenen Tag durchgeführt und nicht im Anschluss an den "Würfeltag".

Die verschiedenen Arbeiten können mit normalen Augenwürfeln durchgeführt werden, nur hatten wir das Problem, dass die Würfel, die ich beim örtlichen Spielwarenhändler erhielt, nicht exakt passten (3 und 4 waren gegengleich). Dies störte nur bei einigen Aufgaben, doch war es mir nicht mehr möglich Würfel an-

derswo zu besorgen. Es war interessant, dass ein Schüler nach kurzer Zeit formulierte was ich auch bei anderen Kindern feststellte: "Da brauche ich eigentlich keinen Würfel, das mache ich mit dem Kopf."

- Knobelaufgaben für schlaue Würfelnetzforscher 1: Augenwürfel kennen lernen
- Knobelaufgaben für schlaue Würfelnetzforscher 2: Hier sind Spielwürfelnetze zu vervollständigen. Weiters sind richtige und falsche Netze zu erkennen.
- Knobelaufgaben für schlaue Würfelnetzforscher 3: Würfel mit verschieden gekennzeichneten Flächen sind zu vervollständigen. Ein Würfel, der die Flächen mit Buchstaben o(oben), u(unten), ...gekennzeichnet hat, soll in verschiedene Netze aufgelegt werden. Diese Aufgaben waren recht schwierig, aber einige der Kinder bewältigten auch diese. Dabei half ihnen, dass sie die Vorgaben mit CLIXI Würfeln, die gekennzeichnet wurden, nachbauen konnten. Mit gekennzeichneten Vollmodellen waren die Aufgaben zu schwierig, die CLIXI-Würfel dagegen können zum Netz aufgefaltet werden und sind dadurch sehr hilfreich.
- Würfelreisen nachzeichnen: Von der Mitte wird ein Würfel gerollt, die Kinder sollen jeweils die Augenzahl in die leeren Felder malen. Bei dieser Übung können sie nach kurzer Zeit die "Reise" ohne Würfel nachmalen.

3.1.10 Bau des Labyrinths

3.1.10.1 Idee und Planung

Die Direktorin unserer Schule hegte nach dem Besuch eines Seminars von Gernot Candolini schon seit einiger Zeit den Wunsch, ein Labyrinth im Schulhof zu bauen. Bei den Vorüberlegungen zu diesem Projekt erschien es mir nun der richtige Zeitpunkt zu sein, diese Idee zu verwirklichen.

Beim Labyrinth brauchte die Planung die meiste Zeit. Ich kontaktierte den bekannten Labyrinthbauer, Lehrer und Autor zahlreicher Bücher, Gernot Candolini. Da dieser in Innsbruck wohnt, war auch hier die Zeitplanung das größte Problem. Ein geplantes Seminar im örtlichen Kloster war verschoben worden, doch mit sehr viel gutem Willen von Herrn Candolini war es trotzdem möglich, dass er sich unseren Platz persönlich anschaute. So konnten wir mit ihm wichtige Gespräche führen und er übernahm dann die Planung.

Natürlich versuchten wir auch, Geld von Sponsoren aufzutreiben, was uns, glaube ich, für eine kleine Schule sehr gut gelungen ist. Viel größer waren die Schwierigkeiten, etwas auf öffentlichem Grund zu bauen. Auf der einen Seite muss man zuerst die Genehmigung einholen, andererseits werden schon konkrete Aussagen erwartet. Leider waren nicht alle Stimmen wohlwollend, doch da wir zu zweit an der Verwirklichung arbeiteten, ließen wir uns nicht entmutigen. Dachten wir zuerst an die Hilfe von Gemeindearbeitern (um wieder Kosten zu sparen), so sahen wir bald, dass niemand abgestellt werden konnte.

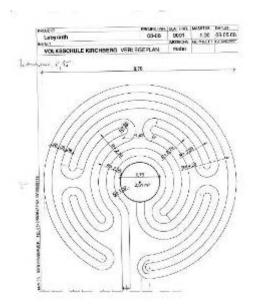


Abb.:21

Nach der Auswahl des Materials organisierten wir die Baggerarbeiten, die bald erledigt waren. Da das Wetter mitspielte, konnten die Pflasterarbeiten (vom Pflasterer und freiwilligen Helfern) bis Schulschluss erledigt werden.

Die letzte Arbeit, die Erde im Zwischenraum aufzubringen und die Wiese wieder herzustellen, möchten wir mit Hilfe von Eltern organisieren.





Seite 20

4 INTERPRETATION

Generell wäre festzuhalten, dass meine Vermutung, Volksschulkinder würden noch sehr unbelastet an alle Themenbereiche herangehen, absolut eingetroffen ist. Vorurteile, wie sie oft bei Erwachsenen anzutreffen sind ("Frauen haben eine schlechte Orientierung", "Ich habe ein schlechtes räumliches Vorstellungsvermögen".....) gab es nicht. Beim Herangehen an die gestellten Aufgaben waren auch keine Unterschiede zwischen Knaben und Mädchen zu erkennen.

Um den Überblick über die erledigten Stationen zu erhalten, machte ich mir ein Übersichtsblatt (Schülerliste vertikal, Stationen horizontal), in das ich eintrug, welche Stationen erledigt waren, und auch kurze Kommentare, wie dies gelungen war.

Obwohl die Kinder durchwegs sehr eifrig bei der Sache waren und manche sich selbst unter Druck setzten, möglichst alles zu schaffen, gab es zwei Knaben, bei denen ich bald sah, dass man schon immer wieder nachfragen musste, was sie schon gemacht hätten.

Unsicherheiten beim Ausprobieren von Lösungswegen gab es schon, aber meist kamen die Kinder, um schon ausprobierte Lösungswege herzuzeigen.

Manchmal war es notwendig, spezielle Fachausdrücke als "Vorentlastung" gemeinsam zu erarbeiten oder eine Station zu Beginn gemeinsam durchzuführen.

4.1 Ergebnisse

Der Erfolg eines Fortschrittes in Geometrie lässt sich in der Grundstufe nicht in Zahlen ausdrücken, deshalb entschloss ich mich, mit den 13 Kindern in Interviewform über die Geometrietage zu sprechen. Sie sollten auf die Sätze mit "Ja", "Nein", "weder/noch", beziehungsweise "öfter", "manchmal" oder "nie" – je nach Fragestellung – antworten.

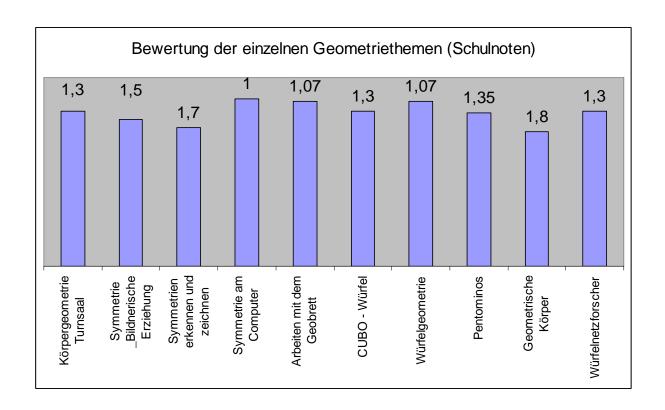
Interviewleitfaden:

- 1. Ich habe mich auf die Geometrietage gefreut.
- 2. Ich habe die Fragestellung meistens verstanden.
- 3. Es machte Spaß, die Geometriethemen zu bearbeiten.
- 4. Ich arbeite am liebsten alleine, da kann ich besser denken./ Ich arbeite lieber zu zweit.
- 5. Ich habe so lange probiert, bis ich es geschafft hatte.
- 6. Der normale Unterricht gefällt mir besser.
- 7. Ich fühlte mich manchmal gestört, weil es lauter war als sonst.
- 8. Hast du öfter jemandem geholfen?
- 9. Hast du immer rasch Hilfe bekommen, wenn es nötig war?
- 10. Auf welchem Gebiet bist du jetzt "Spezialist"?

- Die Frage, ob sie sich auf diese Tage gefreut hätten, wurde von allen mit "Ja" beantwortet, wobei aber in der "Feinabstufung" einige begeisterte Stimmen waren.
- Ob die Fragestellung meistens verstanden wurde, beantworteten 3 mit "nicht immer", die anderen eindeutig mit "Ja".
- Alle hatten laut eigenen Angaben großen Spaß, die Geometriethemen zu bearbeiten.
- Ob sie lieber allein arbeiten, um besser denken zu können, oder doch eher zu zweit, wurde je von der Hälfte der Kinder befürwortet.
- 10 gaben an, so lange probiert zu haben, bis sie es geschafft hatten.
- Den "normalen"" Unterricht fanden nur 4 besser, 4 mögen beide Formen gleich gern, 5 finden die Geometrietage spannender als den sonstigen Unterricht.
- Da es bei der Freiarbeit naturgemäß etwas lauter ist, stellte ich auch die Frage, inwieweit sie dies als störend empfunden haben. Zehn Kinder befanden, dass sie das "manchmal" gestört hätte, 3 antworteten, dass es selten gestört hätte. (Anm.: Ich musste eigentlich nur sehr selten eingreifen, was den Arbeitslärm anbelangte. Während des Arbeitens hat kaum jemand eine derartige Äußerung gemacht.)
- Die Kinder gaben an, dass sie eher selten anderen geholfen haben. Das liegt wahrscheinlich vor allem daran, dass es ihnen ohnehin oft freigestellt war, alleine oder zu zweit zu arbeiten.
- Auf die Frage, ob sie immer rasch Hilfe bekommen hatten, wenn es nötig war, antworteten alle mit "Ja". Das klingt momentan wie ein Widerspruch, da sie selten anderen helfen mussten, aber durch die geringe Schülerzahl der Klasse einerseits und häufige Partnerarbeit andererseits, gab es, glaube ich selten den Fall, dass jemand lange auf Hilfe wartete. Ein Mädchen sagte: "Hilfe, ja, wir sind zu dir gegangen." Wenn man eine größere Klasse zu führen hat, müsste man, falls es nötig ist, ein gezieltes Helfersystem einführen.
- Ich fragte auch, auf welchem Gebiet sie sich jetzt als "Spezialisten" fühlten. Hier waren die Antworten sehr gemischt, am häufigsten wurde allerdings das Spiegeln genannt.

Außerdem sollten die Kinder die einzelnen Teilgebiete mit Schulnoten versehen.

Die Auswertung zeigt (siehe folgende Seite), dass auch hier der Computer sehr beliebt ist. Erfreulich ist, dass alle Themen in der Bewertung zwischen 1 und 2 liegen. Es ist auch hier natürlich sehr vereinfacht, wenn man die Ergebnisse in die 5 Schulnoten presst und die Zusatzbemerkungen und Abstufungen der Interviews nicht zum Ausdruck kommen. Trotzdem ist diese Notengebung für ein Schulfach, das oft von älteren SchülerInnen und Erwachsenen als sehr problematisch und schwierig erlebt wird, ein tolles Ergebnis. Es zeigt auch, dass Kinder Freude daran haben, mathematische Probleme zu lösen.



5 TIPPS FÜR ANDERE LEHRKRÄFTE

Man kann davon ausgehen, dass Kinder an die Geometrie mit großem Eifer herangehen.

Die Kinder meiner Klasse hatten anfangs ein Problem, "ihre" Plätze als Stationenplätze zu akzeptieren. Da wir in der Computerklasse sind, war nicht genug Platz für weitere Stationentische. So nahmen manche Kinder die Aufgaben und gingen damit an den gewohnten Sitzplatz, andere blieben bei den Stationen und sorgten so für ein Durcheinander der Auftragsunterlagen. Daher ließ ich manchmal die Tische völlig abräumen und anders stellen.

Ebenso deponierten sie ihre Blätter zwischendurch überall in der Klasse, und immer wieder lagen herrenlose Zettel herum. Ich wollte sie zuerst in die Ordner geben lassen und sie am Ende binden, aber das erwies sich als unpraktisch. Hier schufen beschriftete Büroablagen rasche Abhilfe.

Im Klasenraum selbst hätte ich mir geeignetere Rahmenbedingungen gewünscht, was die Möblierung für Freiarbeit betrifft. Eine lange niedrige Regalwand ist schon normalerweise angefüllt und die speziellen Lernmaterialien des Projekts türmten sich mit der Zeit. Ich möchte nämlich manche Inhalte bis zum Schulschluss weiter vertiefen, da ich den Eindruck habe, dass Vieles noch weiter bearbeitet werden sollte.

Von der inhaltlichen Planung her müsste nicht jeder Geometrietag so vollbepackt sein, da sich die Kinder einerseits manchmal gerne vertiefen, andererseits manche Stationen länger dauern, als geplant.

Ich hoffe, dass die Tage so "benutzerfreundlich" aufbereitet sind, dass man sie ohne großen Zeitaufwand einzeln herausnehmen und durchführen kann.

6 LITERATUR

BERGER E./FUCHS H.:(2007): Planen, unterrichten, beurteilen. Linz: Veritas

BETZOLD, A.: Unterrichtshilfen zum Thema Geometriespiegel. Elwangen: Betzold.

FRANKE, M. (2007): Didaktik der Geometrie in der Grundschule. München: Spektrum.

GROSSER, N./KOTH, M. (2008): LehrerInnenserviceteil zu Alles klar! 3. Linz: Veritas GRUNDSCHULMAGAZIN: Schwerpunkt Raumerfahrung, Ausgabe 5/2006, Oldenbourg.

KELLER, K.-H. (2002): Am Geo-Brett Geometrie entdecken. Offenburg: Mildenberger.

KOTH,M./GROSSER N. (2007): Das Pentomino – Buch. Köln: Aulis Verlag Deubner.

RADATZ, H./SCHIPPER W. u.a. (1998): Handbuch für den Mathematikunterricht, 2. Schuljahr. Hannover: Schroedel.

RADATZ, H./SCHIPPER W. u.a. (1999): Handbuch für den Mathematikunterricht, 3. Schuljahr. Hannover: Schroedel.

ROBINSON, B.: Unterrichtshilfen um Thema Geometriespiegel, Buch 1. Ellwangen: Arnulf Betzold GmbH.

RUWISCH, S. (2003): Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule. Offenburg: Mildenberger.

SPIEGEL, H. (1998): Spiegeln mit dem Spiegel. Leipzig: Klett.

WEMMER, K. (2006): Stationentraining Symmetrie. Horneburg: Persen.

ZWINGLI, S. (2005): Eine Welt voller Symmetrie. Düsseldorf: Hagemann.

Spiele:

SPIEGEL, H/J. (2006): Potz Klotz. Spiel. Velber: Kallmeyer.

MIRROR GAME: Gonge –Creative learning. Braband Denmark. (zu beziehen bei Fa. Mediatron).

BLOKUS: Piatnik.

Lernprogramme für PC:

Mathematikus 3, (2003): Braunschweig: Westermann.

Mathematikus 4: (2005): Braunschweig: Westermann

Matheland 3. + 4. Klasse (2002): Berlin: Cornelsen.

Internetadressen:

http://www.mathe-online.at/materialien/FranzEmbacher/files/Pentominos (30.5.2008)

7 ANHANG

Im Anhang befinden sich die Laufzettel, Stationenkärtchen und Arbeitsblätter der jeweiligen Geometrietage. Diese stellen natürlich nur eine Anregung dar und können auf vielfältige Weise verändert werden. Es hängt auch von der Klasse ab, welche Teilgebiete man nur streift und bei welchen Themen man länger verweilt. Da das Datenvolumen im Anhang sehr begrenzt ist, musste die Qualität der Abbildungen herabgesetzt werden.

Die Unterlagen sind jeweils nach Tagen geordnet → Inhaltsverzeichnis.