LINEARE FUNKTIONEN

EIN UNTERRICHTSVERSUCH ZUR GRUNDBILDUNG

Gabriela Rösler

GRg10, Ettenreichgasse 41 – 43

Wien 2004

INHALTSVERZEICHNIS

ABSTRACT

„Fehlen die Grundvorstellungen, dann ist der gesamte mathematische Formalismus mehr oder weniger nutzlos, er ist ein totes Wissen, das man nie anwenden können wird. Er ist genau genommen nur ein Ballast, den man mit sich herumschleppt und den man berechtigterweise schnell vergisst.“ (Günter Malle)

Ausgehend von einem gemeinsamen Konzept wurde versucht, Grundvorstellungen zu schulen und die Übersetzung von Alltagssprache in mathematische Sprache zu trainieren, um damit die Mathematik lebendig und nutzbar zu machen.

„Die Mathematiker sind eine Art Franzosen: Redet man zu ihnen, so übersetzen sie es in ihre Sprache, und dann ist es alsobald ganz etwas anderes.“ (Goethe)

Diese Unterrichtssequenzen sind nachstehend dokumentiert.

1 MOTIVATION UND ERWARTUNGEN

„*Es ist wahrscheinlich der größte Fehler des heutigen Mathematikunterrichts, dass er zu schnell auf eine formal-regelhafte Ebene aufsteigt und die Dinge auf eine bloß rechnerisch-mechanische Weise erledigt, jedoch verabsäumt, die dahinter liegenden intuitiven und anschaulichen Vorstellungen zu entwickeln.*“ (Günter Malle)

Als Betreuungslehrerin für das Schulpraktikum nehme ich seit einigen Jahren am begleitenden Konversatorium teil, das die Schulpraktikantinnen und Schulpraktikanten verpflichtend neben ihrem Praktikum machen müssen, und zu dem auch die Kolleginnen und Kollegen eingeladen sind. Im Laufe dieses Konversatoriums ergab sich für mich die große Herausforderung, ganz neue Wege der Didaktik zu sehen, nämlich den Begriff der Grundvorstellungen.

„*Grundvorstellungen sind für (mathematische) Allgemeinbildung in erster Linie deshalb wichtig, weil sie unverzichtbar für mathematisches Problemlösen und für das Anwenden von Mathematik sind*.“

Daraus ergab sich der Wunsch, diese in der Klasse auszuprobieren. Viele Jahre lang haben wir das mit den Studentinnen und Studenten in Kleinstprojekten und kleinen Unterrichtssequenzen durchgeführt, jetzt gibt mir IMST² die Gelegenheit, ein ganzes Kapitel, nämlich die linearen Funktionen nach diesem Konzept, dessen Ziel es ist, inhaltliches, auf Vorstellungen fußendes Verständnis zu wecken, zu unterrichten.

Zweite große Motivation ist die Sprache. Mein zweites Fach, Deutsch, hat mich schon immer neugierig auf sprachliche Umsetzungen gemacht, und auch das sollte hier ausführlich – und im Rahmen von IMST² auch keinerlei Zeitdruck unterliegend - passieren.

Was geschieht mit Sprache, wenn sie unter dem Aspekt gebraucht wird, formale Zusammenhänge darstellen zu wollen? Erhält sich die natürliche Spontaneität oder werden dann andere Formalismen einfach auswendig gelernt? Wie präzise lassen sich alltägliche Beobachtungen formulieren? Wie weit hergeholt sind diese Beobachtungen? Können Schülerinnen und Schüler damit etwas anfangen? Welche Aufgaben stelle ich? Wie korrigiere ich das?

Ich habe erwartet, dass für mich unmittelbar einsichtige Sachverhalte, wenn man sie nur ausspricht und ihre Formalisierung übt, so einleuchten, dass sie auch für andere Problemstellungen anwendbar werden. Ohne dem Ausblick am Ende der Dokumentation vorgreifen zu wollen, muss ich an dieser Stelle schon mein Scheitern zugeben.

Ich habe neue und für mich lustvolle, spannende und interessante Unterrichtserfahrungen erwartet. Darin bin ich nicht enttäuscht worden.

2 DIE LEITLINIEN UND DAS KONZEPT

2.1 Leitlinien für die Auswahl von Inhalten

2.1.1 Weltverständnis

Gerade die linearen Funktionen sind für das Verständnis für Dimensionen und Größenverhältnisse unverzichtbar. In der 5. Klasse, am Beginn der Oberstufe, legt die Beschäftigung mit dem Graphen und damit die Beschäftigung mit Größen und Größenordnungen den Grundstein für alle weiteren Funktionsbetrachtungen, vor allem für die Diskussion der Exponential – und Logarithmusfunktionen.

2.1.2 Alltagsbewältigung

Graphen sind mittlerweile aus der täglichen Berichterstattung in den Medien nicht mehr wegzudenken. Die Schülerinnen und Schüler sollen lernen, sich mit ihnen auch kritisch auseinanderzusetzen, sie sollen auch die Grenzen der Aussagekraft von Graphen sehen.

2.1.3 Gesellschaftsrelevanz

Der Begriff des linearen Wachstums wird den Schülerinnen und Schülern in vielfältigen, nicht nur mathematischen, sondern auch gesellschaftlich relevanten, Zusammenhängen begegnen. Sie werden durch den Unterricht wohl besser in der Lage sein, sich damit kritisch auseinanderzusetzen.

2.1.4 Wissenschaftsverständnis

Fähigkeiten zur Abstraktion und Modellbildung werden anhand von Alltagsproblemstellungen, die in eine formale Sprache übersetzt werden, geschult. Auch der besondere Hinweis auf Grenzfälle und Sonderfälle ist gerade beim Funktionsbegriff leicht nachvollziehbar und damit als erster Einstieg in wissenschaftliches Arbeiten unerlässlich.

Besonderes Augenmerk wird auf die Formulierung von Definitionen gelegt. Zu erkennen, was eine Definition im mathematischen Sinn ist und welchen Abstraktions- und Präzisionsgrad es braucht, um korrekte Ergebnisse zu erhalten, ist ein Ziel des Unterrichts.

2.1.5 Berufliche Orientierung und Studierfähigkeit

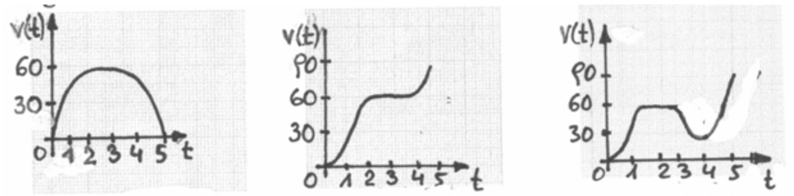
Der vorher angesprochene Prozess der Übersetzung von Alltagstexten in die Sprache der Funktionen und die Rückübersetzung in Alltagssprache befähigen zur Lösung komplexer Aufgaben in allen Studienfächern.

Eine erste Einführung in Beweismethoden der Mathematik wird (noch nicht explizit, aber in Anwendungen implizit) gegeben.

2.2 Leitlinien für die Auswahl von Methoden

2.2.1 An Voraussetzungen der Schülerinnen und Schüler anknüpfen

Das Konzept bietet viele Möglichkeiten, eine davon habe ich in folgender Aufgabenstellung aufgegriffen: Hausübung:



Schreibt eine Geschichte zu einem der drei Graphen. Was könnte auf der dargestellten Fahrt alles passiert sein?

Eine andere war, mittels eines schnell an die Tafel geworfenen Stadtplanes eine Zeit/Geschwindigkeitsfunktion zu skizzieren.

2.2.2 An authentischen Problemen anwendungsbezogen lernen

Die Unterrichtssequenz mit den Füllfunktionen ist in Beispiel dafür. Eine Situation erfordert reales Handeln, die Graphen bleiben keine trockenen Gebilde, sondern werden selbst erfahren und gemessen.

2.2.3 Im sozialen Umfeld lernen

Das Beispiel der gemeinsam gestalteten Plakate stehe als pars pro toto. Die Schülerinnen und Schüler waren einander Experten und Partner, die Plakate haben, nebenbei bemerkt auch eine nicht unbeträchtliche Wirkung auf die übrige Schule, da sowohl die Schülerinnen und Schüler als auch ich öfter danach gefragt wurden („Was, macht man jetzt in Mathe auch schon Plakate?“)

2.2.4 Mit instruktionaler Unterstützung lernen

Das war die wohl am häufigsten angewendete Methode, ihre Effizienz ist nicht zu unterschätzen, wenn es um die Erarbeitung ganz neuer Inhalte geht.

3 DER UNTERRICHTSVERSUCH

3.1 1. TEILBEREICH: Der Begriff der Reellen Funktionen

Ziel ist es, zu lernen, wie man Abhängigkeiten zwischen Größen mathematisch beschreiben kann. Dazu wähle ich einen Impulstext, der dem Konzept entnommen ist. Darüber wird dann diese und die nächste Stunde gesprochen.

Anschließend definiere ich die Begriffe „reelle Funktion und Graph“. Dann erläutern wir noch die Notwendigkeit der Eindeutigkeit der Darstellung. (Zwei Stunden) Anschließend ein Test aus der Zeitschrift „Mathematik lehren“. (Was ist eine Funktion, was nicht, begründe!)“ (Zwei Stunden).

3.2 Reflexion über diese Unterrichtssequenz:

Was ist aufgefallen?

- überraschend schnell kommen die ersten richtigen Antworten, bis aber auch die nicht so interessierten Schülerinnen und Schüler fähig sind, überhaupt zu formulieren, was sie meinen vergeht die Sequenz.
- die Definitionen werden in gewohnter Manier gelernt. Ich habe nicht das Gefühl, dass mehr verstanden wird, das ist eine Definition, das hat man auswendig zu lernen. Bei schwächeren Schülern macht sich Erleichterung breit, dass man auch etwas auswendig lernen kann.
- Überraschenderweise ergeben sich bei folgender Aufgabenstellung Probleme damit, dass die Mathematik nicht ausreicht, obwohl mir in der vorigen Stunde vorgeworfen wurde, es gäbe und diesem Kapitel nichts zu rechnen. Das Quadrat geht problemlos, das Dreieck erfordert einen ganz anderen Abstraktionsgrad und eine gewisse Beherrschung der mathematischen Werkzeuge aus der Unterstufe, das macht große Schwierigkeiten, die ich anfangs unterschätzt habe.

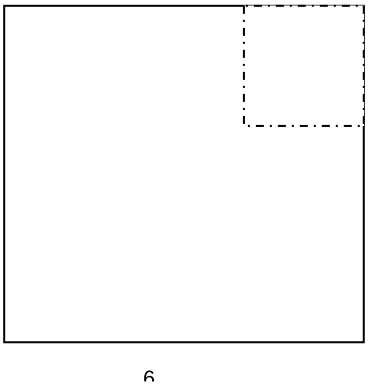
Aufgabenstellung:

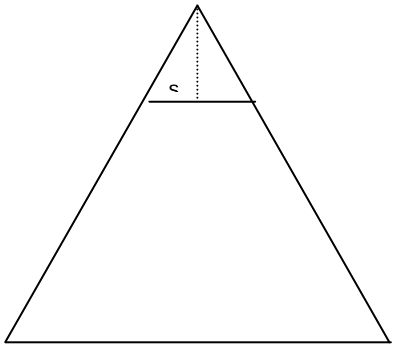
Aus einem Quadrat mit der Seitenlänge 6 wird in einer Ecke ein kleines Quadrat mit der Seitenlänge s herausgeschnitten. Sei A(s) der Flächeninhalt der verbleibenden Restfläche. Stelle eine Formel für A(s) auf. Welche Zahlen dürfen für s eingesetzt werden?

Stelle die Abhängigkeit des Flächeninhaltes A(s) von s durch eine Tabelle und ein Diagramm dar.

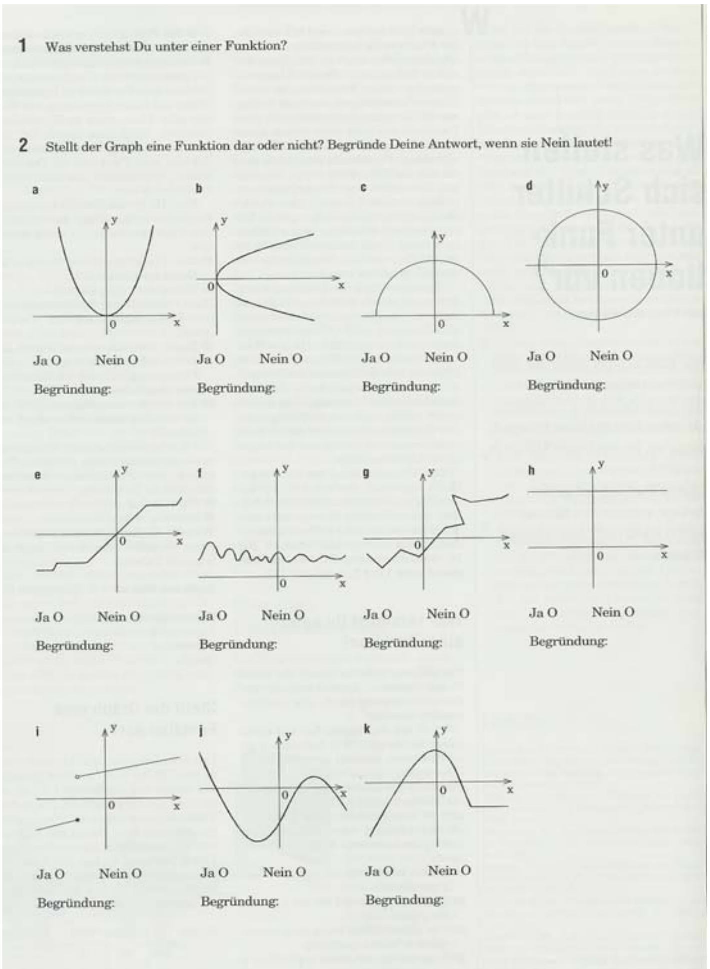
Von einem gleichseitigen Dreieck mit der Seitenlänge 5 wird in einer Ecke ein Dreieck mit der Höhe s abgeschnitten. Sei A(s) der Flächeninhalt der verbleibenden Trapezfläche. Stelle eine Formel für A(s) auf. Welche Zahlen dürfen für s eingesetzt werden?

Die Funktion A ordne jeder Höhe s den Flächeninhalt der Trapezfläche zu. Gib eine Termdarstellung dieser Funktion und zeichne ihren Graphen.





- Ich habe mich über die Schüleraussagen im „Mathematik lehren“ bezüglich dieses Arbeitsblattes lustig gemacht. Aber nur solange, bis ich die Begründungen meiner Schülerinnen und Schüler gehört habe.



1 Was verstehst Du unter einer Funktion?

2 Stellt der Graph eine Funktion dar oder nicht? Begründe Deine Antwort, wenn sie Nein lautet!

a — Ja O Nein O Begründung:

b — Ja O Nein O Begründung:

c — Ja O Nein O Begründung:

d — Ja O Nein O Begründung:

e — Ja O Nein O Begründung:

f — Ja O Nein O Begründung:

g — Ja O Nein O Begründung:

h — Ja O Nein O Begründung:

i — Ja O Nein O Begründung:

j — Ja O Nein O Begründung:

k — Ja O Nein O Begründung:

mathematik lehren Heft 75 (April 1996) S10:

3.3 2. TEILBEREICH: Zeichnen und Interpretieren von Funktionsgraphen

Die allererste Antwort auf die Frage: „Was ist eine Funktion“ war: „Das kann man zeichnen.“ Das schien also die erste Vorstellung zu sein, die die Schülerinnen und Schüler hatten, also habe ich auf das Kapitel „Graphen zeichnen und interpretieren“ besonders großen Wert gelegt. Eine Stunde wurde für das Zeichnen verwendet, zwei Stunden für das Üben des Ablesens von Werten, zwei Stunden um nach einem Text einen Graphen zu zeichnen.

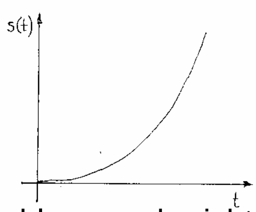
3.4 Reflexion über diese Unterrichtssequenz:

Was ist aufgefallen?

- Wenn die Graphen vorgegeben waren, ist es den Schülerinnen und Schülern leicht gefallen, Werte abzulesen. Die sprachliche Interpretation (Was könnte hier geschehen sein? Kleide den Graphen in eine Geschichte) und deren Umkehrung (Hier ist eine Geschichte. Zeichen dazu den passenden Graphen) fiel wesentlich schwerer und wurde bis zum Schluss der Übungsphase nicht von allen beherrscht

Aufgabenstellung:

Hier ist die Zeit-Ort-Funktion eines Autos dargestellt. Fährt das Auto eine Linkskurve?

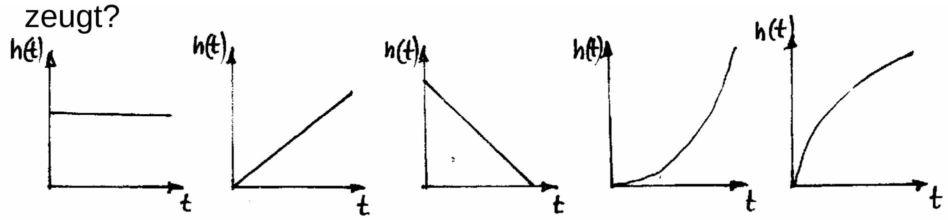


- Was bis zum Schluss auch nicht von allen beherrscht wurde ist die genaue Beobachtung der Achsen und Einheiten.
- Eine Unterrichtsstunde mit mitgebrachten Graphen und deren Diskussion sowie eine Sammlung von Graphen, die die Verhältnisse bewusst unrichtig darstellen, musste aus Zeitgründen entfallen, wäre aber wünschenswert gewesen.

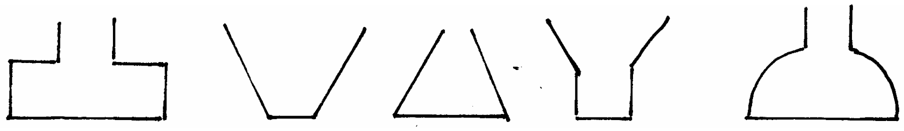
3.5 FÜLLFUNKTIONEN

Diese Aufgabenstellung aus dem Skriptum veranlasste mich dazu, mit den Schülerinnen und Schülern selbst ähnliche Füllungen praktisch auszuprobieren.

- Wie könnte das Gefäß aussehen, dessen Füllung einen solchen Graphen erzeugt?



- Im Folgenden ist der Querschnitt eines Gefäßes dargestellt, das die Form eines Rotationskörpers hat. Skizziere den Graphen der Füllfunktion.



Es war noch dazu die letzte Stunde vor Weihnachten (und damit auch vor Silvester!), und die Aufgabenstellung war folgende:

In Zweier- oder Dreiergruppen gab es: etwas zum Beobachten

einen Übungszettel mit Wertetabelle und leerem Koordinatensystem

Je nach Gruppe war das:

- eine Kerze (wurde angezündet und alle 5 Minuten wurde ihre Länge gemessen)
- ein kleines Geburtstagstortenkerzerl (alle 2 Minuten gemessen)
- ein Sektglas (mit einem Messbecher wurden gleiche Mengen Wasser eingefüllt, die Höhe des Wasserstandes abgemessen und in die Tabelle eingetragen.
- eine seltsam geformte Vase (Aufgabe wie vorhin)
- ein seltsam geformter Kerzenleuchter (Aufgabe wie vorhin)
- ein Dekanter (Aufgabe wie vorhin)
- eine Bierflasche (Aufgabe wie vorhin)

Ein Beispiel für die beigestellten Materialien findet sich im Anhang

3.6 Reflexion über diese Unterrichtssequenz:

Natürlich war diese Stunde für alle auch ein großer Spaß. Schon allein die Aufgabenstellung wurde mit großem Hallo begrüßt, alle Gegenstände hatten Bezug auf Weihnachten und Silvester.

Mir erschien diese Stunde als die gelungenste im ganzen Projekt. Die Angst, die Schülerinnen und Schüler könnten die Aufgabenstellung als Anlass für eine Wasserschlacht benützen, war völlig unbegründet. Die Schülerinnen und Schüler arbeiteten konzentriert und engagiert. Nicht einmal Fragen über den ungewöhnlichen Unterricht wurden mehr laut.

3.7 3. TEILBEREICH: Direkte Proportionalitätsfunktion

Grundaufgabe: Eine Ware kostet 5 Euro pro Kilogramm. Es sei P(x) der Preis für x Kilogramm dieser Ware.

a) Ermittle eine Termdarstellung der Funktion P, die jeder Warenmenge x den Preis P(x) zuordnet und zeichne ihren Graphen.
b) Zeige: Der doppelten, dreifachen, halben, a-fachen Warenmenge entspricht der doppelte, dreifache, halbe, a-fache Preis.
c) Zeige: Der Summe zweier Warenmengen entspricht die Summe der Preise.
d) Wie groß ist P(1)? Was bedeutet P(1)?
e) Was lässt sich über den Quotienten $\frac{P(x)}{x}$ aussagen?

3.8 Reflexion über diese Unterrichtssequenz:

Hier habe ich die Schülerinnen und Schüler eindeutig überfordert. Ich habe die Grundaufgabe besprochen, aber die Punkte c) und e) nicht genug geübt. Es wurde zwar verstanden, aber es konnte dann nicht als „Technik“ verallgemeinert werden und stand bei der Erarbeitung der weiteren Kapitel, besonders bei den rekursiven Darstellungen ständig mehr im Weg, als dass es als hilfreich empfunden worden wäre. Auch bei der Schularbeit ergaben sich hier die meisten Fehler, diesen Aufgabenteil hatte niemand richtig, die beiden besten Schüler hatten allerdings einen richtigen Ansatz.

Beispiel: „Zeige: in der doppelten Zeit fließt die doppelte Wassermenge zu“

ich hätte folgende Lösung erwartet: *zu zeigen: V(2t) = 2 V(t)*

V(2t) = 20 (2t) = 40t = 2 (20t) = 2 V(t)

3.9 4. TEILBEREICH: Lineare Funktionen

Grundaufgabe:

Ein Schwimmbecken fasst 48000 Liter Wasser. In das zunächst leere Becken fließen pro Stunde 8000 Liter Wasser zu. Wir betrachten die Funktion, die jedem Zeitpunkt t das Wasservolumen V(t) im Becken zuordnet. Gib eine Termdarstellung dieser Funktion an, wenn das Becken zu Beginn a) leer ist ,

b) bereits 16000 Liter Wasser enthält.

Verallgemeinerung der direkten Proportionalitätsfunktion anhand mehrerer Wertetabellen und Graphen.

3.10 Reflexion über diese Unterrichtssequenz:

Hier war das Tempo in Ordnung, überraschende Schwierigkeiten immer noch bei Maßumwandlungen. (1l entspricht $1dm^3$)

3.11 5. TEILBEREICH: Die Steigung einer linearen Funktion

Ziel war, die Steigung als Faktor, als Verhältnis und als Einheit begreifen zu lernen, ebenso aus dem „k“ der Gleichung sofort einen Kurvenverlauf ablesen zu können, ohne nachrechnen zu müssen und ohne eine Wertetabelle machen zu müssen. 3 Stunden, davon eine mit Theorie, zwei mit der Diskussion verschiedener Folien (Anhang), 2 Stunden mit Plakaten (Aufgabenstellung: Entwirf ein Plakat, das die Steigung einer von dir gewählten linearen Funktion unter dem Aspekt der Einheitsdeutung / Faktordeutung / Verhältnisdeutung zeigt; Plakate im Anhang) und eine Stunde zum Thema: Wie komme ich zur Termdarstellung, wenn ich zwei Punkte gegeben habe. (damit die Schreibweise des Differenzenquotienten bereits jetzt vorgestellt und auch geübt wird)

3.12 Reflexion über diese Unterrichtssequenz:

Die meinem Empfinden nach am besten gelungene Unterrichtssequenz. Auch bei der Schularbeit wurde hier erfolgreich gearbeitet. Die zwei Stunden, die die Herstellung der Plakate gedauert hat, waren nicht umsonst. Die Schülerinnen und Schüler haben miteinander über den Stoff diskutiert und voneinander gelernt. In diesem Ausmaß habe ich das bisher noch nicht erlebt. Ich möchte diesen Ansatz nicht aus den Augen verlieren.

4 RESUMEE UND AUSBLICK

Die fachdidaktische Auseinandersetzung mit dem Konzept von Günther Malle war für mich wichtig und bereichernd.

Die Auswertung des Tests zeigte Stärken und Schwächen meiner Schülerinnen und Schüler:

- besonders viele falsche Antworten gleich bei der ersten Frage: „Was bedeutet lineares Wachsen?“ Ich muss unbedingt präziser in meinen Ausdrücken werden. Definitionen müssen auch öfter geübt werden, nur Aufschreiben und Besprechen genügt einfach nicht. Ich erreiche mein Ziel, nämlich die Umsetzung von Mathematik in Sprache und umgekehrt, sonst nicht.

- besonders gute Antworten beim Wiedererkennen und bei den Termdarstellungen, sowie beim Aufstellen der Formel.

- ganz schlechte Antworten dann bei der Frage: „Zeige: in der doppelten Zeit fließt die doppelte Menge Wasser zu“ Diese Beweistechnik ist neu und muss an verschiedensten Problemstellungen geübt werden. Ich habe bei der Umformung von rekursiver Darstellung in Termdarstellung daran gearbeitet, ich muss die verschiednen Einsatzmöglichkeiten immer wieder aufzeigen. Daran muss ich auch in Zukunft arbeiten, es ist gut, dass der Test auch für die Weiterarbeit eine Perspektive aufzeigt.

- Die Zeit/Ort Diagramme wurden relativ gut gelesen.

Die Tatsache, dass es überhaupt einen Test gab, kann nur positiv hervorgehoben werden.

Ich habe im Rahmen des Unterrichtsversuches einiges Neues in methodischer und fachlicher Hinsicht ausprobiert, die darin investierte Zeit (in der Klasse und in der Vorbereitung) hat sich auf alle Fälle gelohnt.

Ein „Geständnis“ zum Schluss: Die „ungeliebte“ Arbeit des Dokumentationschreibens hat auch ihr Gutes. Die Zeit für eine ausführliche Reflexionsphase fehlt meist im Alltagsstress, wenn man nicht dazu veranlasst wird, macht man es meist nicht. Ich habe auch das Feedback meiner Kolleginnen und Kollegen als sehr hilfreich empfunden.

Ich möchte mich hier auch bei allen bedanken, die mich in diesem Unterrichtsversuch persönlich begleitet haben:

- An erster Stelle bei Günther Malle, ohne den ich mich nie getraut hätte, so ein Projekt überhaupt in Angriff zu nehmen. Ohne seine Ermunterung und vor allem ohne dieses für mich absolut überzeugende Konzept wäre diese Arbeit nie entstanden. Seine Auffassungen über mathematische Grundbildung haben meinem Unterricht einen neuen Impuls gegeben.

- Bei Gertraud Benke, die meinen Unterricht mit der Videokamera dokumentiert hat, die mit meinen Schülerinnen und Schülern Interviews gemacht hat und die mit mir in kollegialer, sachlicher und kompetenter Art bei manch einem

„Plauscherl“ („nachunterrichtliche Reflexionsphase“) über die Stunden gesprochen hat, die „von außen“ eine andere Sicht dieser schwierigen Klasse eingebracht hat und auch mich gelehrt hat, manches mit anderen Augen zu sehen. Einen solchen Begleiter im Unterricht kann man sich nur wünschen!!

- Bei allen Kolleginnen und Kollegen, die ich in den beiden Workshops kennen gelernt habe und mit denen ich zum Teil auch jetzt noch in Verbindung bin. Ihr Feedback war und ist eine unschätzbare Hilfe und manchmal hilft es auch, einfach zu sehen, dass man mit seinen Problemen nicht allein ist.

- Nicht zuletzt gilt mein besonderer Dank Angela Schuster, die nicht nur wie ein guter Geist über meinen Terminen schwebt, die den Test so ausgewertet hat, dass man wirklich etwas damit anfangen kann, und die diese Arbeit gelesen und kommentiert hat. Ihr Beitrag über das Dokumentationsschreiben an sich am Workshop war ebenfalls sehr hilfreich. Mancher Tipp hat in dieser letzten Phase hier noch Eingang gefunden.

5 ANHANG

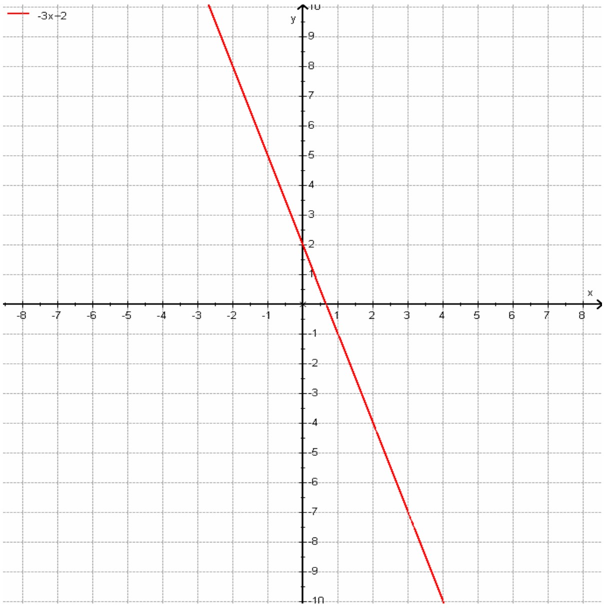
5.1 Folien:

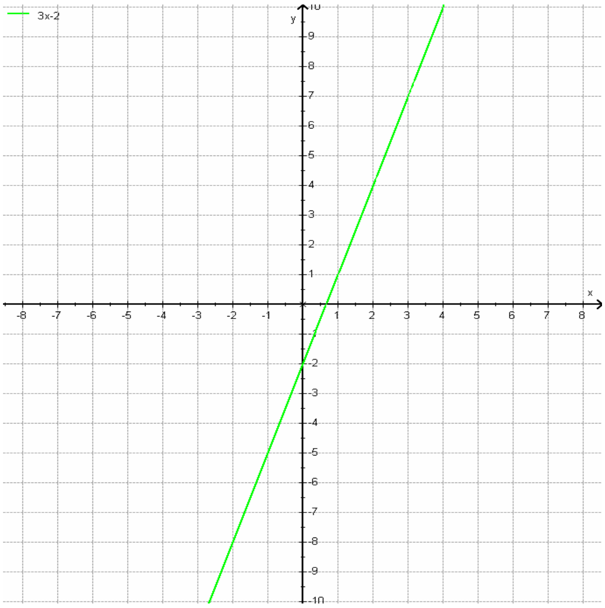
Die Folien wurden unter dem Gesichtspunkt: gleiche Steigung – unterschiedliches d

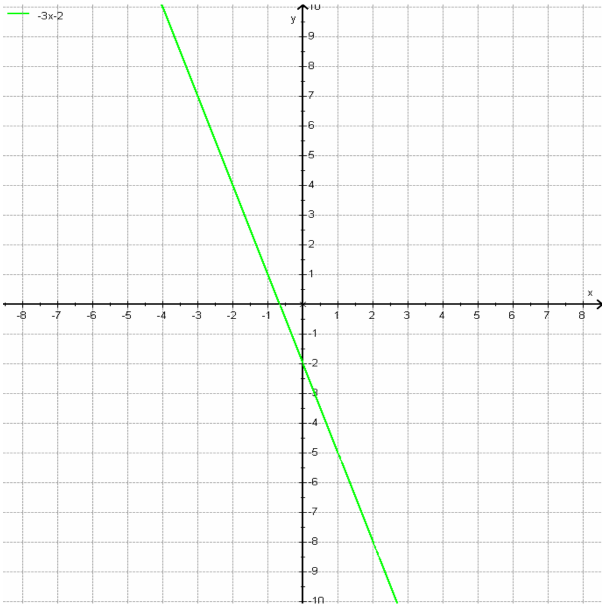
gleiches d unterschiedliche Steigung

erstellt.

Eine Auswahl:







5.2 Schularbeitstexte und Auswertungen

5.2.1 3. Schularbeit

2.) a.) Die Funktion P ordne jeder Warenmenge x den Preis dieser Warenmenge zu. Beschreibe mithilfe der Funktionssymbolik:

⁝) 3kg der Ware kosten 45€

⁝) Für 75€ bekommt man 5kg der Ware

⁝) für 20kg muss man doppelt so viel bezahlen wie für 10 kg

⁝) Wenn man mehr kauft, muss man mehr bezahlen.

⁝) für 9 kg bezahlt man mehr als für 8 kg

b.) Jemand legt einen bestimmten Geldbetrag auf ein Sparkonto. Es sei G(x) der auf dem Konto befindliche Geldbetrag (in €) nach x Jahren. Beschreibe die folgenden Aussagen in der Alltagssprache:

⁝) G (0) = 500

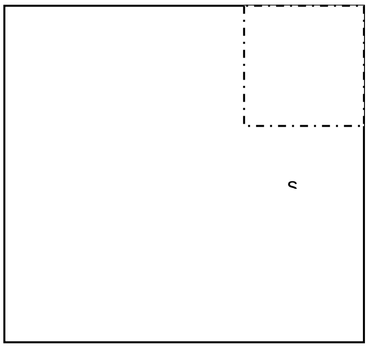
⁝) G (2) > G (1)

⁝) G (10) > G (0)

⁝) G (24) > 1000

⁝) für alle x > 10 ist G(x) > 670

⁝) für kein x < 5 ist G(x) > 580



3.) Aus einem Quadrat mit der Seitenlänge 5 wird in einer Ecke ein kleines Quadrat mit der Seitenlänge s herausgeschnitten. Sei A(s) der Flächeninhalt der verbleibenden Restfläche. Stelle eine Formel für A(s) auf. Welche Zahlen dürfen für s eingesetzt werden?

Stelle die Abhängigkeit des Flächeninhaltes A(s) von s durch eine Tabelle und ein Diagramm dar.

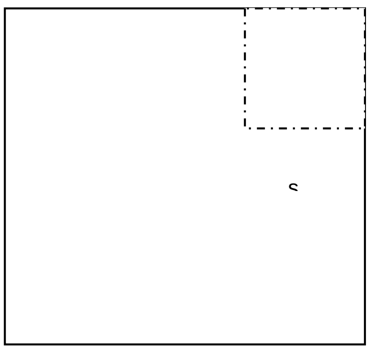
5.2.2 Ausarbeitung der dritten Schularbeit

2.) a.) Die Funktion P ordne jeder Warenmenge x den Preis dieser Warenmenge zu. Beschreibe mithilfe der Funktionssymbolik:

) 3kg der Ware kosten 45€	P(3) = 45
) Für 75€ bekommt man 5kg der Ware	75=P(5)
) für 20kg muss man doppelt so viel bezahlen wie für 10 kg	P(20)=2P(10)
) Wenn man mehr kauft, muss man mehr bezahlen.	
) für 9 kg bezahlt man mehr als für 8 kg	P(9)>P(8)

b.) Jemand legt einen bestimmten Geldbetrag auf ein Sparkonto. Es sei G(x) der auf dem Konto befindliche Geldbetrag (in €) nach x Jahren. Beschreibe die folgenden Aussagen in der Alltagssprache:

) G (0) = 500	Am Anfang legt jemand 500€ ein
) G (2) > G (1)	Im zweiten Jahr ist mehr auf dem Konto als im ersten Jahr
) G (10) > G (0)	Nach zehn Jahren ist mehr auf dem Konto als zu Beginn.
) G (24) > 1000	Nach 24 Jahren sind mehr als 1000€ auf dem Konto
) für alle x > 10 ist G(x) > 670	Nach 10 Janren ist der Kontostand immer größer als 670€.
) für kein x < 5 ist G(x) > 580	Vor dem fünften Jahr war nie mehr als 560€ auf dem Konto



3.) Aus einem Quadrat mit der Seitenlänge 5 wird in einer E-cke ein kleines Quadrat mit der Seitenlänge s herausgeschnitten. Sei A(s) der Flächeninhalt der verbleibenden Restfläche. Stelle eine Formel für A(s) auf. Welche Zahlen dürfen für s eingesetzt werden?

Stelle die Abhängigkeit des Flächeninhaltes A(s) von s durch eine Tabelle und ein Diagramm dar.

$A(s) = 25 - s^2$. Dabei gilt $0 \leq s \leq 5$, wenn wir auch die Etremfälle s = 0 und s = 6 zulassen. Für s dürfen also alle reellen Zahlen aus dem Intervall [0;5] eingesetzt werden.

5.2.3 4. Schularbeit

1.) Eine Größe wächst linear. Was bedeutet das? ______________________________

____

2.) Skizziere den Graphen einer linearen Funktion y = kx + d mit

a) k > 0 und d > 0

b) k < 0 und d < 0

3.) Eine Wanne wird gleichmäßig mit Wasser gefüllt. Pro Minute fließen 20l zu.

a) Stelle eine Formel für das Wasservolumen V(t) in der Wanne zum Zeitpunkt t auf. (t in Minuten, V(t) in Liter)

b) Ist V(t) zu t direkt proportional? Wenn ja, gib den Proportionalitätsfaktor an.

c) Zeige: in der doppelten Zeit fließt die doppelte Wassermenge zu.

d) Wie groß ist V(1)? Was bedeutet V(1)

e) Was lässt sich über den Quotienten $\frac{V(t)}{t}$ aussagen?

4.) Untenstehend sind die Zeit-Ort-Diagramme zweier Autos dargestellt.

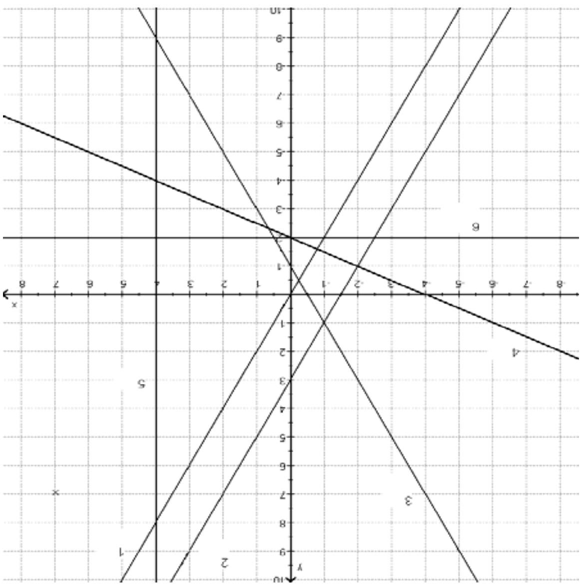
a) Mit welcher Geschwindigkeit fahren die beiden Autos?

b) Welchen Vorsprung hat Auto A zu Beginn vor Auto B?

c) Wann und wo holt das Auto B das Auto A ein?

5.) Zeige, dass man die rekursive Darstellung f(0)=5 und f(n+1)=f(n)+3 aus der Termdarstellung f(n)=3n+5 herleiten kann.

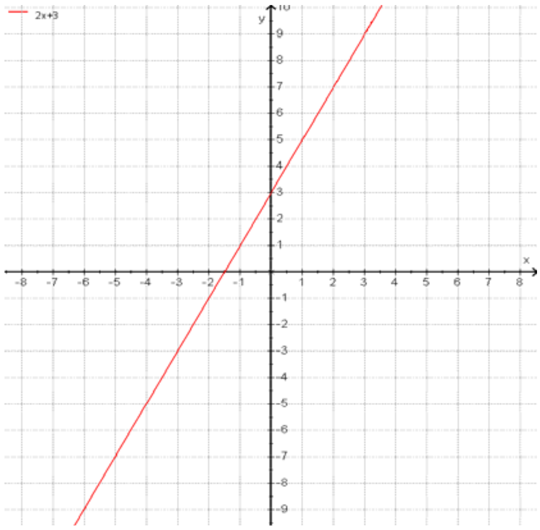
6.) Gib eine Gleichung von jedem der unten stehenden Graphen an. Einer dieser Graphen stellt keine lineare Funktion dar. Welcher und warum?



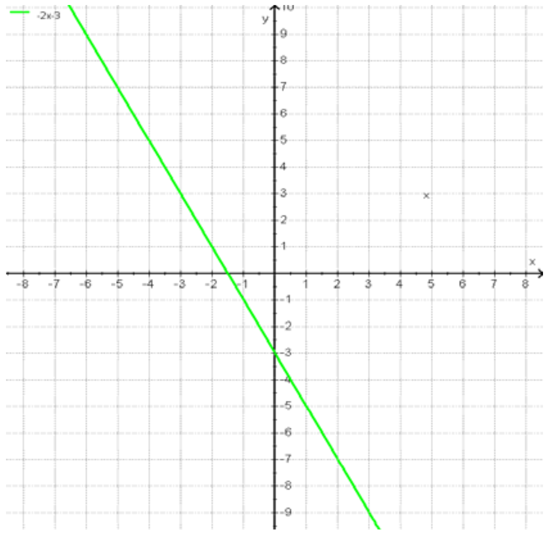
5.2.4 Ausarbeitung der 4. Schularbeit

1.) Lineares Wachsen bedeutet: Gleiche Zunahme der Argumente bewirkt gleiche Zunahme der Funktionswerte

2.) a)



b)



3.) a) V(t)=20t

b) ist proportional mit Proportionalitätsfaktor 20

c) zu zeigen: V(2t) = 2 V(t)

V(2t) = 20 (2t) = 40t = 2 (20t) = 2 V(t)

d) V(1) Zufluss / min oder Füllgeschwindigkeit

e) $\frac{V(t)}{t} = const$ immer 20 k

4.) a) A mit 50 km/h B mit 100 km/h

b) A hat 50 km Vorsprung

c) nach 1h und bei 100km

5.) f(0) = 5

f(n+1) = f(n) + 3

zz.: f(n) = 3n + 5 f(0) = 3 . 0 + 5 = 5

f(n+1) = 3(n+1) + 5 = 3n + 3 + 5 = 3n + 5 + 3 = f(n) + 3

6.) y = 2x

$y = 2x + 3$

$y = -2x - 1$

$y = -\frac{1}{2}x - 2$

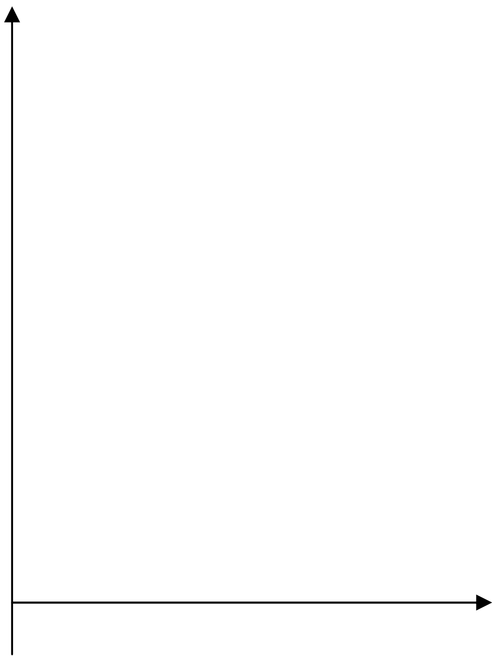
$x = 4$ keine Funktion, da nicht eindeutig.

$y = -2$

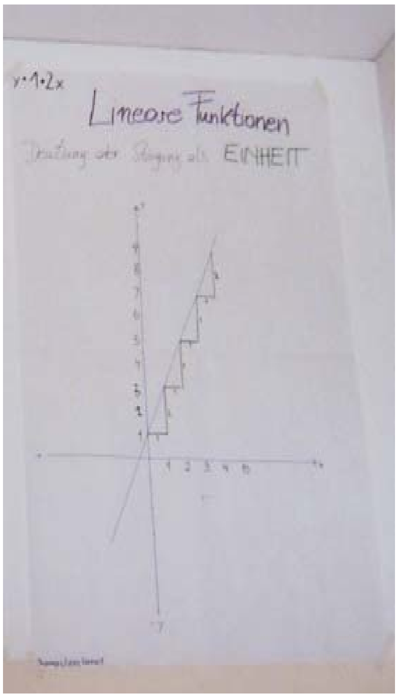
5.3 Ein Beispiel für ein Arbeitsblatt bei den Füllfunktionen

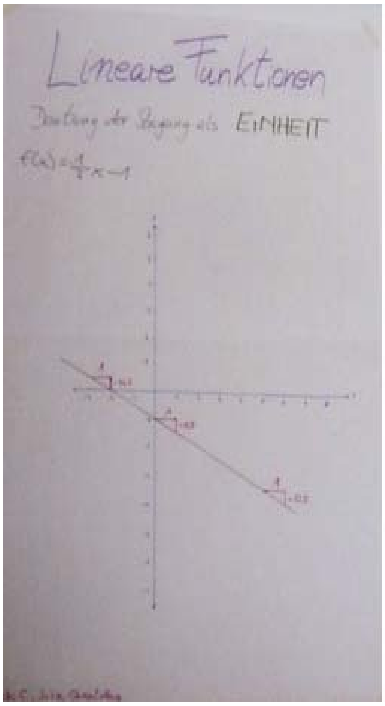
FÜLLHÖHE EINES GLASES

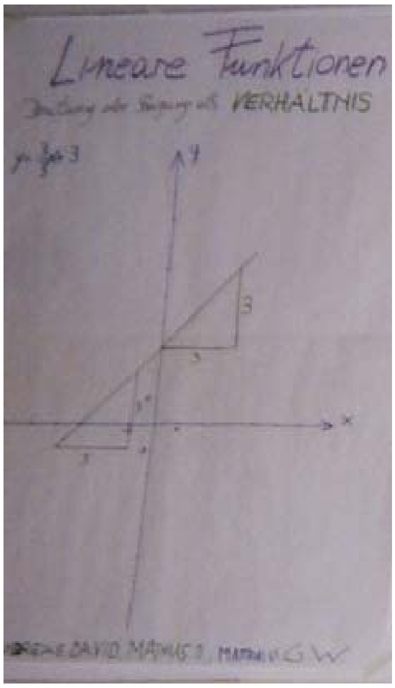
m (in ml)	**H(M)** (in cm)

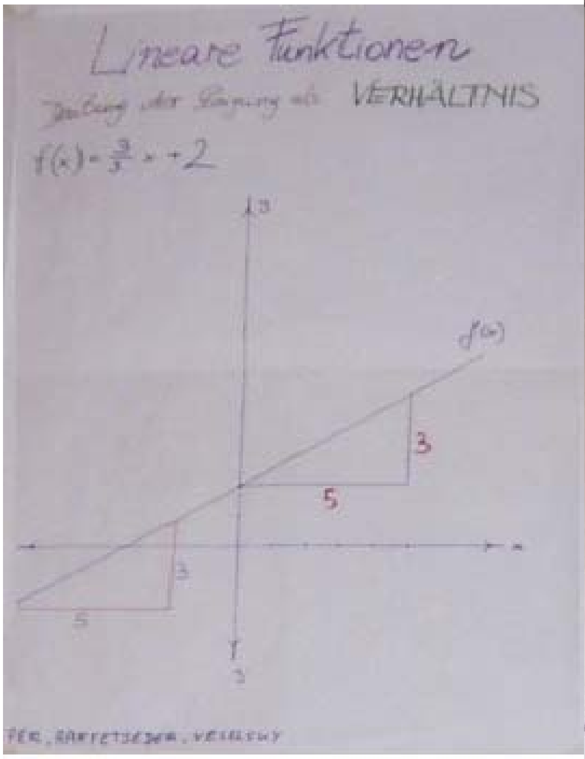


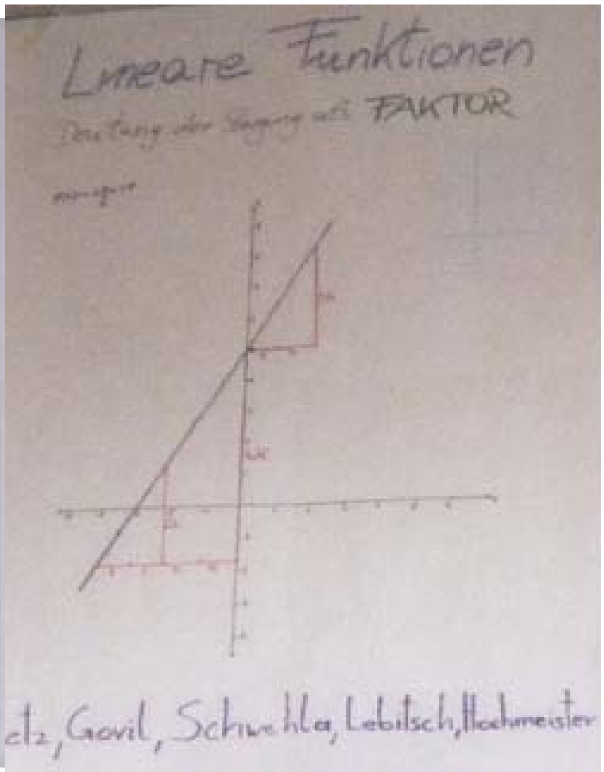
5.4 Plakate zu Deutungen der Steigung











5.5 „Öffentlichkeitsarbeit“

5.5.1 SGA

Vorstellung des Unterrichtsversuchs im Schulgemeinschftsatsschuss mit einer Power-Point-Präsentation

5.5.2 Elternbrief

Brief mit Informationen an die Eltern der Schülerinnen und Schüler

5.5.3 Artikel im Jahresbericht

Stellvertretend für alle Aktivitäten ist der Artikel für den Jahresbericht hier wiedergegeben.

Projekt IMST² - Lineare Funktionen

Ein Unterrichtsversuch zur Grundbildung durchgeführt mit der 5A

„Oh, je, Mathematik, da war ich immer ganz schlecht!“ Zustimmendes Gemurmel, leises, verständnisvolles Lachen. Im selben Atemzug zu behaupten, dass Shakespeare ein irischer Eintopf und Goethe eine lifestyle-Zeitschrift ist, würde den Sprecher gesellschaftlich disqualifizieren.

Wie ist es möglich, dass man in einer so naturwissenschaftlich-technisch orientierten Welt ungestraft behaupten kann, man sei schlecht in Mathe? Sogar die Werbung hat sich dieses Gemeinplatzes angenommen („... der Duft Mittelamerikas und die Fünf in Mathe“.) Jeder, der behauptete, dass Technik und Naturwissenschaften in unserer Welt nicht wichtig sind, würde sicher in derselben Unterhaltung Proteststürme auslösen. Aber offenbar schadet der Mangel an mathematischem Wissen auch nicht. Solange man davon ausgeht, dass für das alltägliche Leben im Prinzip die vier Grundrechnungsarten ausreichen, wird man auch kein Defizit merken.

Was also soll der Mathematikunterricht leisten? Welche Kriterien kann man an einen modernen Mathematikunterricht anlegen? Was sind die wichtigsten Ziele, auf die eine Oberstufenschülerin und ein Oberstufenschüler vorzubereiten sind?

Im Jahr 2000 hat die PISA-Studie versucht, darauf eine Antwort zu geben. „Der Erwerb von Grundqualifikationen ist ein lebenslanger Prozess. PISA untersucht deshalb, ob die Schülerinnen und Schüler zur Fortsetzung dieses Lernprozesses in der Lage sind, und ob sie mit dem gelernten Wissen in der realen Welt etwas anfangen können.“ (PISA-Studie)

„Es ist wahrscheinlich der größte Fehler des heutigen Mathematikunterrichts, dass er zu schnell auf eine formal-regelhafte Ebene aufsteigt und die Dinge auf eine bloß rechnerisch-mechanische Weise erledigt, jedoch verabsäumt, die dahinter liegenden intuitiven und anschaulichen Vorstellungen zu entwickeln.“ [...] Grundvorstellungen sind für (mathematische) Allgemeinbildung in erster Linie deshalb wichtig, weil sie unverzichtbar für mathematisches *Problemlösen* und für das *Anwenden von Mathe-*

matik sind. [...] Fehlen die Grundvorstellungen, dann ist der gesamte mathematische Formalismus mehr oder weniger nutzlos, er ist ein totes Wissen, das man nie anwenden können wird. Er ist genau genommen nur ein Ballast, den man mit sich herumschleppt und den man berechtigterweise schnell vergisst." (Günter Malle)

Der Unterricht zielt also auf die Grundvorstellungen ab, vor allem auf sprachliche Umsetzungen mathematischer Sachverhalte und Übersetzungen mathematischer Sachverhalte in Alltagssprache. Das bedeutet natürlich konkret, dass den so verhassten Textaufgaben breitester Raum gegeben wird, ja dass ohne anwendungsorientierte Aufgabe kein Beispiel denkbar ist. Einiges an mathematischem Werkzeug muss natürlich mitgeliefert werden, aber im Grunde ist die Lösung der Aufgabe und nicht die Beherrschung der Rechentechnik zentrales Thema des Unterrichtes.

Der Unterricht ist mit einem Fragebogen evaluiert worden und, und das ist für mich am allerspannendsten, am Beginn des nächsten Schuljahres wird zum selben Thema ein weiterer Fragebogen ausgeteilt werden. Ich sehe diese Fragebögen als Instrument, zu erkennen, wie und wo weitergearbeitet werden soll. Ich hoffe, dass auch meine Schülerinnen und Schüler sich gerne auch im nächsten Jahr wieder auf ein solches Projekt einlassen werden.

Näheres über IMST² und der Artikel von Günther Malle (Fachdidaktiker für Mathematik an der Universität Wien) ist nachzulesen unter http://imst.uni-klu.ac.at.

Die PISA – Studie findet man unter
http://www.pisa.oecd.org/Docs/Download/PISA2001(deutsch).pdf

6 LITERATUR

KÖSTERS, C.: Was stellen sich Schüler unter Funktionen vor? In: HERGET, W., JAHNKE, T., MALLE, G., SYLVESTER, T (Hrsg): mathematiklehren; Friedrich-Verlag (Klett) 1996 (April)

MALLE, G.: Grundvorstellungen im Mathematikunterricht. In.: KREINER, K.(Hrsg): IMST² Newsletter Jahrgang 2 / Ausgabe 8 / Winter 2003/04

MALLE, G.: Ein Unterrichtsversuch zur Grundbildung. Typoskript (Sept. 2004)

MALLE, G.: REELLE FUNKTIONEN. Typoskript (November2004)